BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC TÂY BẮC
-----✍📖✍-----

NGUYỄN THỊ KIM HỒNG

DẠY HỌC KHÁM PHÁ CHỦ ĐỀ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN CHO HỌC SINH LỚP 12 TRƯỜNG PHỔ THÔNG DÂN TỘC NỘI TRÚ TỈNH SƠN LA

LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

SƠN LA - 2016

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC TÂY BẮC
--------o0o---------

NGUYỄN THỊ KIM HỒNG

DẠY HỌC KHÁM PHÁ CHỦ ĐỀ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN CHO HỌC SINH LỚP 12 TRƯỜNG PHỔ THÔNG DÂN TỘC NỘI TRÚ TỈNH SƠN LA

LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

Chuyên ngành: Lí luận và phương pháp dạy học bộ môn toán
Mã số: 60 14 01 11

Người hướng dẫn khoa học: **GS.TS Bùi Văn Nghị**

SƠN LA - 2016

LỜI CAM ĐOAN

Tác giả xin cam đoan đề tài luận văn thạc sỹ khoa học giáo dục:

"Dạy học khám phá chủ đề tọa độ trong không gian cho học sinh lớp 12 trường Phổ thông dân tộc Nội trú tỉnh Sơn La" là công trình mà bản thân tác giả đã nỗ lực nghiên cứu, tìm tòi. Đề tài luận văn này chưa hề được công bố ở đâu và dưới bất kì hình thức nào. Nếu có vấn đề gì xảy ra tác giả xin hoàn toàn chịu trách nhiệm.

Sơn La, ngày 20 tháng 11 năm 2016

Tác giả

Nguyễn Thị Kim Hồng

LỜI CẢM ƠN

Trước tiên, em xin chân thành cảm ơn thầy GS.TS Bùi Văn Nghị đã tận tình hướng dẫn, truyền đạt kiến thức, kinh nghiệm cho em trong suốt quá trình thực hiện luận văn tốt nghiệp này.

Em xin gửi lời cảm ơn đến quý thầy cô Trường Đại học Tây Bắc, Đại học Quốc Gia Hà Nội, những người đã truyền đạt kiến thức quý báu cho em trong thời gian học cao học vừa qua.

Em xin cảm ơn Ban giám hiệu và các đồng nghiệp trường PTDT Nội Trú Tỉnh Sơn La, đã tạo điều kiện thuận lợi cho em trong quá trình học tập, công tác và thực hiện luận văn tốt nghiệp. Cảm ơn các em học sinh lớp 12D, 12E trường PTDT Nội Trú Tỉnh Sơn la đã giúp đỡ cô hoàn thành thực nghiệm tại trường.

Xin gửi lời biết ơn đến gia đình nhỏ của em, nơi đã cho em thêm niềm tin và động lực để tập trung nghiên cứu.

Sơn La, ngày 20 tháng 11 năm 2016

DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU, CÁC CHỮ VIẾT TẮT

Viết tắt	Viết dầy đủ
1.DHKP	Dạy học khám phá
2. ĐC	Đối chứng
3. GD	Giáo dục
4. GQVĐ	Giải quyết vấn đề
5. GV	Giáo viên
6. HS	Học sinh
7. KPT	Khám phá toán
8.mp	Mặt phẳng
9 PPDH	Phương pháp dạy học
10.PPTĐ	Phương pháp tọa độ
11.PT	Phương trình
12.PTDT	Phổ thông dân tộc
13. TN	Thực nghiệm
14. TNSP	Thực nghiệm sư phạm
15. THPT	Trung học phổ thông
16.VTCP	Véc tơ chỉ phương
17.VTPT	Véc tơ pháp tuyến

MỤC LỤC

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Xã hội ngày nay đòi hỏi người lao động cần có sự linh hoạt, sáng tạo, biết tìm tòi, khám phá. Theo dự thảo Chương trình giáo dục phổ thông tổng thể (trong chương trình giáo dục phổ thông mới) của Bộ Giáo dục và Đào tạo (8/ 2015): Cần tiếp tục đổi mới mạnh mẽ phương pháp dạy và học theo định hướng phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo của học sinh; tập trung dạy cách học và rèn luyện năng lực tự học, tạo cơ sở để học tập suốt đời, tự cập nhật và đổi mới tri thức, kỹ năng, phát triển năng lực; khắc phục lối truyền thụ áp đặt một chiều, ghi nhớ máy móc; vận dụng các phương pháp, kỹ thuật dạy học một cách linh hoạt, sáng tạo, phù hợp với mục tiêu, nội dung giáo dục, đối tượng học sinh và điều kiện cụ thể của mỗi cơ sở giáo dục phổ thông.

Khám phá Toán (KPT) là một phương pháp dạy học (PPDH) thịnh hành ở các trường học của Anh từ những năm 1980. GV sử dụng phương pháp KPT để lôi cuốn người học vào các tình huống Toán học có tính chất tìm tòi, khám phá. KPT mang đến cơ hội cho HS đặt ra các vấn đề, xác định các phương án GQVĐ và thảo luận các kết quả tìm được.

Theo cách dạy phổ biến hiện nay HS ít có cơ hội khám phá những bài toán mang tính thách thức, yêu cầu khả năng giải quyết các vấn đề thực tiễn và các loại hình tư duy bậc cao nên chưa thật sự hứng thú với các giờ học toán của mình. HS thật sự bị cuốn hút vào các giờ học toán nếu các em được làm việc trong một môi trường học tập đặt trọng tâm vào hoạt động khám phá toán học.

Phương pháp tọa độ là một cách nghiên cứu hình học bằng đại số. Phương pháp tọa độ trong không gian ở lớp 12 là sự tiếp nối của phương pháp tọa độ trong mặt phẳng ở lớp 10. Nội dung về phương pháp tọa độ trong không gian nằm gọn trong một chương III, hình học 12 hiện hành. Nếu chỉ thuần túy về những bài toán viết, đọc phương trình, tính toán theo các tọa độ, phương trình cho trước thì không phải là việc khó. Tuy nhiên những bài toán về PPTĐ, kết hợp với phương trình hình học tổng hợp thuộc vào những bài toán khó đối với học sinh.

Các giáo viên đều biết rất rõ rằng sự lựa chọn một phương pháp dạy học hiệu quả không những phụ thuộc vào nội dung mà còn phụ thuộc vào những điều kiện cụ thể và chung quy lại đó là công việc sáng tạo và nghệ thuật của người thầy. Vì thế trong quá trình giảng dạy cần đặc biệt quan tâm tới việc phát hiện, khám phá ra lời giải của bài toán đó. Do vậy, phương pháp dạy học khám phá là một trong những phương pháp hữu hiệu trong quá trình dạy học môn toán nói chung và trong dạy nội dung " Phương pháp toạ độ trong không gian " nói riêng.

Từ đó, đề tài được chọn là "**Dạy học khám phá chủ đề tọa độ trong không gian cho học sinh lớp 12 trường Phổ thông dân tộc Nội trú tỉnh Sơn La".**

2. Mục đích nghiên cứu

Đề xuất một số tình huống dạy học "Tọa độ trong không gian" theo hướng cho học sinh khám phá những tri thức, kĩ năng, giúp học sinh vừa nắm vững kiến thức và có kĩ năng giải toán về "Tọa độ trong không gian" tốt hơn, đồng thời biết cách tạo ra những tri thức, kĩ năng đó.

3. Giả thuyết khoa học

Nếu thiết kế những tình huống khám phá trong dạy học "Tọa độ trong không gian" và vận dụng vào thực tiễn dạy học, thì học sinh sẽ nắm vững kiến thức và có kĩ năng giải toán về "Tọa độ trong không gian" tốt hơn, nâng cao được hiệu quả học tập chủ đề này ở trường phổ thông.

4. Nhiệm vụ nghiên cứu

- Làm sáng tỏ khái niệm khám phá Toán, vận dụng trong dạy học "Tọa độ trong không gian".

- Đề xuất một số tình huống dạy học "Tọa độ trong không gian" theo hướng khám phá toán.

- Thực nghiệm sư phạm nhằm đánh giá tính khả thi, hiệu quả của đề tài.

5. Phương pháp nghiên cứu

+ Phương pháp nghiên cứu lý luận:

Nghiên cứu các tài liệu về giáo dục học môn toán, tâm lý học, lý luận dạy học môn toán; các công trình nghiên cứu có liên quan trực tiếp đến đề tài nhằm hoàn thành cơ sở lí luận cho đề tài.

+ Phương pháp điều tra – quan sát:

Dự giờ, quan sát, thiết kế và sử dụng phiếu điều tra để có một số đánh giá về thực trạng việc dạy học "Tọa độ trong không gian" ở trường THPT.

+ Phương pháp thực nghiệm sư phạm:

Tiến hành thực nghiệm sư phạm nhằm đánh giá tính khả thi và hiệu quả của đề tài.

6. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

- Đối tượng nghiên cứu là quá trình dạy học "Tọa độ trong không gian" lớp 12 THPT.
- Phạm vi nghiên cứu: Chương "Tọa độ trong không gian" lớp 12 THPT.

7. Cấu trúc luận văn

Ngoài phần mở đầu, kết luận, luận văn gồm ba chương:

Chương 1. Cơ sở lý luận và thực tiễn

Chương 2. Thiết kế một số tình huống dạy học "Tọa độ trong không gian" bằng phương pháp khám phá

Chương 3. Thực nghiệm sư phạm

CHƯƠNG 1
CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN

1.1. Định hướng đổi mới phương pháp dạy học ở trường phổ thông

Ngày nay, cuộc cách mạng khoa học - công nghệ trên thế giới đã và đang có những bước chuyển biến vĩ đại. Chúng ta đang sống trong một xã hội mà ở đó khoa học và kỹ thuật đang trên đà phát triển và rộng khắp. Sự phát triển nhanh chóng của khoa học giáo dục - công nghệ đã đặt ra thách thức mới cho ngành giáo dục - đào tạo, vì giáo dục - đào tạo cùng với khoa học - công nghệ là một trong những nhân tố quyết định tăng trưởng kinh tế và phát triển xã hội. Nghị quyết hội nghị lần thứ tám Ban chấp hành trung ương Đảng cộng sản Việt Nam khoá XI năm 2011 đã chỉ rõ nhiệm vụ quan trọng của ngành giáo dục - đào tạo là : "phải khuyến khích tự học, phải áp dụng những phương pháp dạy học hiện đại để bồi dưỡng cho sinh viên những năng lực tư duy sáng tạo, năng lực giải quyết vấn đề...".Trước những biến đổi lớn lao về khoa học - công nghệ và đời sống xã hội, chúng ta cần phải có tư duy mới về chiến lược giáo dục, về phương pháp đào tạo. Người thầy không phải chỉ " mang tri thức đến cho học sinh" mà quan trọng hơn là phải " dạy họ cách tìm ra chân lý". T.Makiguchi đã nhấn mạnh: " *Nhà giáo, trước hết không phải là người cung cấp thông tin mà là người hướng dẫn đắc lực cho học sinh tự mình học tập tích cực* ". (dẫn theo Lê Võ Bình, 2007, [1]).

Nhằm góp phần đào tạo thế hệ trẻ Việt Nam chủ động, tích cực, sáng tạo, tự giác trong thời đại của nền kinh tế tri thức, cốt lõi của đổi mới phương pháp dạy học hiện nay là hướng tới việc học tập chủ động, chống lại thói quen học tập thụ động. Chính vì thế, trong Luật Giáo dục Việt Nam, năm 2005, Điều 24.2 ghi rõ: *" Phương pháp giáo dục ở phổ thông phải phát huy tính tích cực, chủ động sáng tạo, tự giác của học sinh; phù hợp với từng đặc điểm của lớp học, môn học; bồi dưỡng phương pháp tự học, rèn luyện kĩ năng vận dụng kiến thức vào thực tiễn, tác động đến tình cảm, đem lại niềm vui, hứng thú học tập cho học sinh"*[5]. Tuy nhiên, đổi mới phương pháp dạy học phải đảm bảo tính kế thừa và phát triển, có nghĩa là trong quá trình tìm kiếm những phương pháp dạy học mới vừa đồng thời cải tạo các phương pháp dạy học truyền thống cho phù hợp với nội dung hiện đại.

1.1.1. Quan niệm về phương pháp dạy học tích cực

Trong các phương hướng đổi mới phương pháp dạy học thì phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo của người học là cốt lõi, là mục đích của đổi mới phương pháp dạy học, giữ vai trò chi phối các phương hướng khác. Tập trung vào việc phát huy tính chủ động, tích cực, sáng tạo của người học và tạo điều kiện cho người học tự tìm kiếm kiến thức và qua đó huấn luyện phương pháp tự học, có thể kể đến các phương pháp: Đàm thoại phát hiện, dạy học khám phá; dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề; dạy học hợp tác….

Người ta dùng thuật ngữ *"Phương pháp dạy học tích cực"* để làm tên gọi chung cho các phương pháp đó. Chúng có chung đặc điểm cơ bản là đảm bảo việc học (chứ không phải việc dạy) là trung tâm của hoạt động Dạy - Học.

1.1.2. Một số phương pháp dạy học tích cực

Nội dung của đổi mới phương pháp dạy học thực chất là việc vận dụng phối hợp các phương pháp dạy học tích cực một cách hợp lý vào dạy học. Không thể chỉ có một phương pháp dạy học duy nhất hoặc một số ít phương pháp dạy học được áp dụng cho một môn học. Tuy vậy, do đặc điểm nội dung, phương pháp nghiên cứu và điều kiện dạy học toán học nên có một số phương pháp dạy học nếu được vận dụng sẽ dễ tạo ra hiệu quả phát huy tính tích cực hoạt động học tập của học sinh đó là:

- Phương pháp dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề
- Phương pháp dạy học hợp tác nhóm nhỏ
- Phương pháp dạy học kiến tạo
- Phương pháp dạy học khám phá

1.2. Phương pháp dạy học khám phá

1.2.1. Quan niệm về phương pháp dạy học khám phá

Theo J.Piaget: nhận thức của con người là kết quả của quá trình thích ứng với môi trường qua hai hoạt động đồng hoá và điều tiết. Tri thức không hoàn toàn được truyền thụ từ người biết đến người chưa biết mà nó được chính cá thể xây dựng từ những vấn đề mà người học cảm thấy cần thiết và có khả năng giải quyết vấn đề đó, thông qua tình huống cụ thể họ sẽ kiến tạo nên tri thức cho riêng mình (dẫn theo [1]).

Phương pháp dạy học khám phá là PPDH trong đó giáo viên thiết kế các hoạt động hoặc hệ thống các câu hỏi dẫn dắt giúp học sinh tự khám phá ra các tri thức trong bài học.

Trong dạy học tích cực, kiến thức bài học được kiến tạo một cách tích cực bởi chủ thể nhận thức đó là học sinh. Học sinh có nhiệm vụ, nhu cầu, hứng thú được khám phá ra những điều hiểu biết mới đối với bản thân, khiến các em nhớ lâu, vận dụng linh hoạt kiến thức mình đã có. Tới trình độ nhất định, cùng với sự phát triển của tư duy, sự khám phá đó mang tính nghiên cứu khoa học. Tuy nhiên, khác với các hoạt động nghiên cứu thông thường, khám phá trong học tập không phải là quá trình tự phát mà là quá trình có hướng dẫn của người giáo viên, trong đó người thầy khéo léo đặt học trò ở vị trí người phát hiện lại, khám phá lại tri thức. Không phải giáo viên chỉ cung cấp kiến thức cho học sinh bằng thuyết trình giảng giải như cách dạy học thụ động, mà bằng tổ chức các hoạt động dạy học khám phá.

1.2.2. Đặc trưng của dạy học khám phá

Theo [8] DHKP có những đặc trưng cơ bản sau đây:

(1) Phương pháp DHKP trong nhà trường không nhằm phát hiện những điều loài người chưa biết, mà chỉ nhằm giúp học sinh chiếm lĩnh một số tri thức mà loài người đã phát hiện được.

(2) Phương pháp DHKP thường được thực hiện thông qua những câu hỏi hoặc những yêu cầu hành động, mà khi học sinh giải đáp hoặc thực hiện thì dần xuất hiện con đường dẫn đến tri thức.

(3) Mục đích của phương pháp DHKP không chỉ là làm cho học sinh lĩnh hội sâu sắc những tri thức của môn học, mà quan trọng hơn là trang bị cho họ những thủ pháp suy nghĩ, những cách thức phát hiện và giải quyết vấn đề mang tính độc lập, sáng tạo.

(4) Trong DHKP, các hoạt động khám phá của học sinh thường được tổ chức theo nhóm, mà mỗi thành viên của nhóm đều tích cực tham gia trả lời câu hỏi của

giáo viên, bổ sung các câu trả lời của bạn và cùng tham gia vào quá trình đánh giá kết quả học tập.

1.2.3. Các hình thức của dạy học khám phá

Theo Bùi Văn Nghị (2009), [9]: Hoạt động khám phá trong học tập có nhiều dạng khác nhau, từ trình độ thấp lên trình độ cao, tuỳ theo năng lực tư duy của người học, tuỳ theo mức độ phức tạp của vấn đề nghiên cứu và sự tổ chức thực hiện của giáo viên đối với các học sinh trong lớp học. Các dạng của hoạt động khám phá trong học tập có thể là:

- Trả lời câu hỏi
- Điền từ, điền bảng...
- Lập bảng, biểu, đồ thị, sơ đồ
- Thử nghiệm, đề xuất giả thuyết, phân tích nguyên nhân, thông báo kết quả
- Thảo luận, tranh cãi về một vấn đề được nêu ra
- Điều tra thực trạng, đề xuất giải pháp cải thiện thực trạng, thực nghiệm giải pháp mới.
- Giải bài tập
- Làm bài tập lớn, đề án, luận văn, luận án

v.v...

Ví dụ 1.1: GV cho HS quan sát một số hình đa diện, đếm số đỉnh (Đ), số cạnh (C), số mặt (M) của mỗi hình, điền vào một bảng, từ đó học sinh có thể khám phá ra định lí Ơ-le: Đ + M = C + 2.

Ví dụ 1.2: GV tổ chức cho HS đề xuất những cách khác nhau để viết phương trình đường phân giác trong của một tam giác khi biết tọa độ ba đỉnh của nó.

1.2.4. Các mức độ của dạy học khám phá

Tuỳ thuộc vào mức độ can thiệp của giáo viên vào quá trình khám phá của học sinh mà lại có thể phân chia các hoạt động khám phá thành các cấp độ như sau :

Cấp độ 1: DHKP dẫn dắt: vấn đề và đáp án được GV đưa ra, HS tìm cách lý giải (Khám phá có hướng dẫn hoàn toàn)

Cấp độ 2: DHKP hỗ trợ: vấn đề được GV đặt ra, HS tìm cách lý giải (Khám phá có hướng dẫn một phần)

Cấp độ 3: DHKP tự do: Vấn đề và đáp án do HS tự phám phá

Việc áp dụng DHKP ở cấp độ nào còn phụ thuộc vào nhiều yếu tố như nội dung của bài học, mục tiêu mà giáo viên học sinh đạt được, năng lực tư duy, tâm sinh lý lứa tuổi của học sinh…

1.2.5. Những điểm cần lưu ý khi vận dụng phương pháp dạy học khám phá

Trong DHKP, hiệu quả của bài học phụ thuộc rất nhiều vào tính tích cực, chủ động sáng tạo của học sinh. Cần thay đổi cách soạn giáo án, chuyển từ việc thiết kế các hoạt động của giáo viên sang tập trung thiết kế các hoạt động của học sinh. Ngoài ra, để đạt được hiệu quả cao của quá trình học sinh lĩnh hội kiến thức, việc áp dụng dạy học khám phá có hướng dẫn cần phải có các điều kiện sau:

- Đa số học sinh phải có những kiến thức, kỹ năng cần thiết để thực hiện các hoạt động khám phá do giáo viên tổ chức.

- Sự hướng dẫn của giáo viên cho mỗi hoạt động phải ở mức cần thiết, vừa đủ, đảm bảo cho học sinh phải hiểu chính xác họ phải làm gì trong mỗi hoạt động khám phá. Muốn vậy, giáo viên phải hiểu rõ khả năng học của HS mình.

- Hoạt động khám phá phải được giáo viên giám sát trong quá trình thực hiện. Giáo viên cần chuẩn bị các câu hỏi mang tính gợi mở từng bước, giúp học sinh tự lực đi tới mục tiêu của hoạt động. Nếu là hoạt động tương đối dài thì có thể chia làm từng chặng, giáo viên có thể yêu cầu học sinh thông báo kết quả tìm tòi của họ để có gợi ý, điều chỉnh hợp lý.

1.2.6. Ưu điểm, nhược điểm của phương pháp dạy học khám phá

a) Ưu điểm:

Dạy học bằng phương pháp khám phá là cách dạy đáp ứng được yêu cầu đổi mới phương pháp dạy học hiện nay, nhất là trong dạy học Toán, trên cơ sở vận dụng quan điểm " dạy học Toán là dạy các hoạt động toán học ". DHKP làm cho các em luôn đứng trước những tình huống có vấn đề cần được giải quyết, phải luôn tìm tòi và phát hiện ra các kiến thức mới, kết quả là học sinh lĩnh hội được kiến thức, kỹ năng, kỹ xảo mới và cách tự nghiên cứu, khám phá một vấn đề.

Theo Trần Bá Hoành (2006), [3], DHKP đã thể hiện được các điểm mạnh sau:

- Là phương pháp dạy học lấy người học làm trung tâm, người học là chủ thể của hoạt động học tập của mình.

- Là phương pháp dạy học thúc đẩy việc phát triển tư duy, vì trong quá trình khám phá đòi hỏi người học phải đánh giá, phải có sự suy xét, phân tích, tổng hợp, và đó chính là cách duy nhất để người học phát triển trí óc của mình.

- Phát triển động lực bên trong của người học, trong quá trình học tập, khám phá, khi đạt được một kết quả nào đó thì người học cảm thấy hứng thú, và sẽ thấy có ham muốn hướng tới những việc làm khó hơn. Mức độ đòi hỏi đối với người học tăng lên, dần hình thành phương pháp tự học, tự nghiên cứu khoa học, bồi dưỡng tính độc lập, sáng tạo, phát triển tài năng.

- Người học, học được cách khám phá và phát triển trí nhớ của bản thân. Bởi trong khám phá, người học phải tự huy động kiến thức, kinh nghiệm của mình. Liên hệ kiến thức đã có với các mối quan hệ với vấn đề cần tìm hiểu. Do đó sẽ nhớ bài lâu hơn, thậm chí có thể tái hiện lại được kiến thức khi có những thông tin liên quan.

- Phương pháp học cho phép người học có thời gian tiếp thu cập nhật thông tin và đánh giá được khả năng thực sự của bản thân trong qua trình học tập và nghiên cứu.

- Người học, học được cách tự xử lý linh hoạt trước mọi tình huống đặt ra trong học tập và trong cuộc sống. Ngoài ra, HS được học trong tương tác, hình thành các mối quan hệ hợp tác, cùng nhau giải quyết các nhiệm vụ học tập.

b) Nhược điểm:

Mỗi cách dạy đều có những ưu điểm và hạn chế riêng, không thể có một cách dạy tối ưu cho mọi trường hợp. Thêm vào đó việc thực hiện có hiệu quả đòi hỏi người dạy và người học phải có những phẩm chất, kỹ năng nhất định và những điều kiện cần thiết để đảm bảo thực hiện. Trong quá trình dạy học, lựa chọn phương pháp DHKP cũng phải áp dụng trong từng trường hợp, tuỳ thuộc nội dung, mục tiêu dạy học, đối tượng học sinh và hoàn cảnh môi trường học đem lại.

Theo Trần Bá Hoành [3], DHKP cũng có những hạn chế sau:

- Để áp dụng được phương pháp này, học sinh phải có kiến thức, kỹ năng cần thiết, thực hiện các nhiệm vụ mang tính khám phá, tìm ra tri thức mới. Đối tượng học sinh trung bình yếu sẽ gặp khó khăn khi học theo phương pháp này.

- Sự tương đối đồng đều về kiến thức, kỹ năng của học sinh cũng là một đòi hỏi của phương pháp DHKP.

- Việc triển khai DHKP đòi hỏi người giáo viên phải có kiến thức, nghiệp vụ vững vàng, có sự chuẩn bị bài giảng hết sức công phu (bởi vì, để đạt được kết quả cao trong dạy học theo phương pháp này, giáo viên phải chuẩn bị nhiều câu hỏi, nhiều bài toán, nhiều tình huống để học sinh tìm tòi, khám phá).

- Trong quá trình khám phá của học sinh thường nảy sinh những tình huống, những khám phá ngoài mục đích dạy học, có khi ngoài dự kiến của giáo viên, đòi hỏi sự linh hoạt trong xử lý các tình huống của người dẫn đường - người dạy .

- Thời gian của quá trình khám phá ra kiến thức mới chiếm khá nhiều trong toàn bộ tiến trình của dạy học, nên tuỳ thuộc nội dung, mục tiêu dạy học và cách phân bố thời gian dạy học mới có thể áp dụng được.

- Trong hoạt động khám khá đòi hỏi giáo viên phải thiết kế nhiều mô hình, biểu tượng, hình ảnh, băng hình... đòi hỏi cơ sở vật chất của việc dạy và học phải đáp ứng được thì kết quả đem lại mới như ý muốn.

Như vậy, để phát huy các ưu điểm của phương pháp DHKP trong quá trình đổi mới phương pháp dạy học, tích cực hoá người học, và hạn chế các nhược điểm của phương pháp, giáo viên trong quá trình giảng dạy phải chọn tình huống phù hợp, không quá dài, quá khó, để khai thác cách dạy theo phương pháp này.

1.3. Một số thực trạng dạy học giải toán "Phương pháp tọa độ trong không gian" ở trường THPT

1.3.1. Phân phối chương trình và đặc điểm của chương " Phương pháp tọa độ trong không gian"

** Phân phối chương trình:*

Phương pháp tọa độ trong không gian (17 tiết) cụ thể :

§ 1. Hệ tọa độ trong không gian (4 tiết)

§ 2. Phương trình mặt phẳng (5 tiết)

§ 3. Phương trình đường thẳng trong không gian (6 tiết)

Ôn tập chương III (2 tiết)

** Đặc điểm của chương :*

- Tọa độ trong mặt phẳng: học sinh được làm quen từ lớp 7 và đến lớp 10 (Tọa độ của điểm, của vectơ trên trục và trong mặt phẳng, phương trình đường thẳng, phương trình đường tròn, phương trình đường Elip).

- Dùng hệ tọa độ chuyển những hình ảnh hình học không gian về ngôn ngữ đại số, tức là về dạng phương trình.

- Xây dựng một " mô hình bằng số thực " để thể hiện các khái niệm và các quan hệ hình học không gian.

- Với phương pháp tọa độ, học sinh phải tập suy luận và tư duy một cách chính xác, tránh được những sai lầm do trực giác gây ra, tạo điều kiện tiếp cận và làm quen với những phương pháp suy luận tổng quát hơn và sâu sắc hơn, chuẩn bị tốt cho việc tiếp thu những kiến thức rộng hơn và cao hơn ở bậc đại học.

1.3.2. Yêu cầu dạy học chương " Phương pháp tọa độ trong không gian "

Theo tài liệu " Chương trình giáo dục phổ thông cấp THPT – Môn Toán" của Bộ Giáo dục và Đào tạo, yêu cầu dạy học chương " Phương pháp tọa độ trong không gian" là:

1.3.2.1. Về kiến thức

Khối kiến thức cụ thể của chương này HS cần nắm vững, bao gồm: Khái niệm về hệ trục tọa độ trong không gian, tọa độ của véc tơ và của điểm trong một hệ trục tọa độ cho trước, mối liên hệ giữa tọa độ của véc tơ và tọa độ của hai điểm mút, các biểu thức tọa độ của các phép toán véc tơ, các công thức và cách tính các đại lượng hình học bằng tọa độ, các phương trình của đường thẳng, mặt phẳng, mặt cầu trong một hệ tọa độ cho trước...

1.3.2.2. Về kỹ năng

Để HS vận dụng tốt các kiến thức chúng ta cần quan tâm rèn luyện cho HS các kỹ năng sau:

- Kỹ năng xác định tọa độ của véc tơ và của điểm trong một hệ trục tọa độ cho trước. Ghi nhớ và vận dụng các biểu thức tọa độ của các phép toán véc tơ, các công thức và cách tính các đại lượng hình học bằng tọa độ. Biết biểu thị chính xác bằng tọa độ các quan hệ hình học như: sự thẳng hàng của 3 điểm, sự cùng phương của hai véc tơ, sự đồng phẳng của 3 véc tơ, quan hệ song song, quan hệ vuông góc,...

- Nhận dạng được các phương trình của đường thẳng, mặt phẳng, mặt cầu trong một hệ tọa độ cho trước. Viết phương trình của đường thẳng, mặt phẳng, mặt cầu khi biết trước một số điều kiện.

- Giải được một số bài toán hình học không gian bằng phương pháp tọa độ.

1.3.2.3. Về phương pháp

- Nội dung của chương này có liên hệ mật thiết với chương " Phương pháp tọa trong mặt phẳng " ở lớp 10 và những kiến thức hình học không gian lớp 11. Bởi vậy các thầy cô nên hướng dẫn HS xem lại chương 3 - hình học lớp 10 và hình học lớp 11.

- Nên chú ý đúng mức tới yếu tố trực quan: hình vẽ, bảng biểu,...Về nguyên tắc, khi giải bài toán hình học bằng phương pháp tọa độ, ta không cần tới vẽ hình nhưng nhiều khi vẽ hình giúp học sinh đưa ra phương pháp giải hợp lý.

- Nên rèn luyện cho HS biết cách chuyển từ ngôn ngữ hình học sang ngôn ngữ đại số và ngược lại, chẳng hạn:

+ Ba điểm A,B,C (với tọa độ đã biết) thẳng hàng khi và chỉ khi tọa độ các véc tơ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ tương ứng tỉ lệ hay khi và chỉ khi $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\vec{0}$.

+ $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$ khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$.

+ Bốn điểm A,B,C,D đồng phẳng khi và chỉ khi $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=0$.

+ I là trung điểm của đoạn AB khi và chỉ khi các tọa độ I bằng trung bình cộng các tọa độ tương ứng của A và B.

- Cần làm cho học sinh thấy rằng để giải các bài toán bằng phương pháp tọa độ cần phải thành thạo hai thao tác: " đọc" và " viết" sau đây:

Thao tác " đọc": Khi cho trước một phương trình của một đường thẳng hoặc của một mặt phẳng ta phải đọc được các yếu tố liên quan. Chẳng hạn phương trình mặt phẳng $3x + 2y - z = 0$ cho ta biết mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n}(3;2;-1)$,...

Thao tác " viết ": Khi đã biết các yếu tố xác định của một đường thẳng hay một mặt phẳng nào đó, ta có thể viết được phương trình biểu thị các đối tượng đó.

- Để học sinh ôn tập tốt, GV nên cho HS làm các tóm tắt, tổng kết theo từng vấn đề, có thể lập thành các bảng biểu cho dễ nhớ. Vấn đề có thể là: Tóm tắt vị trí tương đối của hai đường thẳng, của đường thẳng và mặt phẳng, của hai mặt phẳng. Nhưng cũng có thể tổng kết theo cách khác, chẳng hạn về điều kiện song song, hai đường thẳng song song, đường thẳng song song với mặt phẳng, hai mặt phẳng song song,...

1.3.3. Một số thực trạng nhận thức của giáo viên và học sinh về vị trí, vai trò của phương pháp dạy học khám phá trong dạy học PPTĐ trong không gian

Chúng tôi đã thiết kế phiếu hỏi từ 48 GV và 651 HS tại 4 trường THPT trên địa bàn Tỉnh Sơn la về PPDH khám phá. Trong phiếu hỏi chúng tôi đã giới thiệu về PPDH khám phá như đã trình bày trong mục 1.2. Nội dung phiếu hỏi trong các bảng 1, bảng 2a, bảng 2b dưới đây.

Về vị trí vai trò của phương pháp dạy học khám phá, đa số giáo viên và học sinh được hỏi ý kiến đều khẳng định việc áp dụng phương pháp DHKP trong dạy học PPTĐ là một việc cần thiết, nên được áp dụng rộng rãi và thường xuyên trong quá trình giảng dạy. Bản thân hoạt động học tập môn Toán nói chung và chương trình PPTĐ nói riêng là một quá trình tìm tòi, phát hiện, và phát huy sáng tạo tri thức, rèn luyện các phẩm chất nhân cách của người học sinh như chủ động, sáng tạo, linh hoạt vận dụng kiến thức trong từng tình huống, hoàn cảnh của cuộc sống, điều này cũng là mục tiêu của phương pháp DHKP. Ý kiến của GV và HS về ý nghĩa của phương pháp DHKP được thể hiện ở bảng 1 sau đây:

Bảng 1: Ý nghĩa của phương pháp DHKP trong dạy học PPTĐ:

STT	Ý kiến của / Ý nghĩa	Học sinh (%)	Giáo viên (%)
1.	DHKP giúp HS hiểu bài học ngay trên lớp.	94	100
2.	DHKP giúp HS mở rộng trí thức.	91	100
2.	DHKP giúp HS khắc sâu, ghi nhớ kiến thức hơn.	91	100
4.	DHKP giúp HS vận dụng tri thức vào việc tìm tòi, khám phá, giải quyết các nhiệm vụ mới trong học tập.	93	100
5.	DHKP giúp HS đạt kết quả cao trong các kỳ thi.	93	96
6.	DHKP giúp HS hình thành tính tích cực, tự giác, chủ động trong học tập.	90	98
7.	DHKP giúp HS hình thành PP khám phá trong nghiên cứu khoa học.	81	96
8.	DHKP giúp HS tự tin vào bản thân trong quá trình học tập và trong cuộc sống.	56	92
9.	DHKP giúp HS tự đánh giá năng lực tư duy của bản thân.	80,3	98

Số liệu ở bảng trên cho thấy:

* Đối với HS: hầu hết HS (trên 90%) nhận thức khá đầy đủ về ý nghĩa của PP DHKP đối với kết quả học tập của họ, nhưng còn một số lượng không nhỏ các HS chưa thấy được hết ý nghĩa của PP này đối với việc hình thành tư duy, nề nếp trong học tập và nghiên cứu khoa học, trong việc hình thành nhân cách của họ.

- Chỉ có 80,3 % HS cho rằng học tập theo PP khám phá giúp họ có khả năng tự đánh giá bản thân.

- 81% HS cho rằng học tập theo PP khám phá giúp HS hình thành nề nếp nhiên cứu khoa học.

- Đặc biệt, chỉ có 56% HS tự thấy học tập theo PP khám phá giúp họ tự tin trong học tập và cuộc sống sau này.

* Về phía GV: Họ đánh giá rất cao về ý nghĩa của PP DHKP.

1.3.4. Nhận thức về các yếu tố ảnh hưởng tới quá trình DHKP

a) Các yếu tố ảnh hưởng tích cực tới quá trình DHKP của GV và HS, qua điều tra, tham khảo ý kiến của GV và HS ở 4 trường trên địa bàn Thành Phố sơn la là trường (THPT Tô Hiệu, THPT Chiềng Sinh, THPT Nguyễn Du, PTDT Nội Trú Tỉnh), chúng tôi thu được những kết quả như sau

(bảng 2a):

Bảng 2a: Các yếu tố ảnh hưởng tích cực đến quá trình DHKP

STT	Các yếu tố	Ý kiến đánh giá	
		Giáo viên (%)	Học sinh (%)
1.	HS hứng thú với việc sử dụng mô hình, hình ảnh trực quan, thí nghiệm trong giờ học.	85	89,2
2.	GV giao nhiệm vụ khám phá phù hợp với từng đối tượng HS.	94	91
3.	GV thường xuyên kiểm tra, đánh giá một cách nghiêm khắc bài cũ và sau phần củng cố bài học.	88	88
4.	Lớp học có phong trào học tập tích cực.	94	91
5.	GV có chính sách kịp thời động viên, khích lệ với các HS Khá, giỏi.	83	80,6
6.	GV hứng thú với việc sử dụng PP này trong dạy học.	75	64,5

Số liệu trên cho thấy:

- Các yếu tố ảnh hưởng lớn nhất đối với việc dạy học bằng PP khám phá là: hứng thú của HS với việc sử dụng các mô hình, hình ảnh trực quan sinh động, các hoạt động có tính khám phá, và GV giao nhiệm vụ phù hợp, vừa sức cho từng đối tượng HS.

b) Các yếu tố ảnh hưởng không tốt tới hoạt động DHKP :

Bảng 2b: Các yếu tố ảnh hưởng không tốt tới hoạt động DHKP:

STT	Các yếu tố	Ý kiến đánh giá	
		Giáo viên (%)	Học sinh (%)
1.	Thiếu tài liệu, dụng cụ, hình ảnh minh hoạ, ... cho nội dung bài học.	85	91
2.	Thiếu thời gian dành cho hoạt động khám phá trong giờ học.	89,5	91
3.	GV ngại đổi mới phương pháp dạy học	27	25,5
4.	HS chưa có ý thức, động cơ học tập đúng đắn, chưa có thói quen tự tìm tòi kiến thức.	90	86
5.	Trình độ HS không đồng đều, không đảm bảo cho việc hoàn thành các nhiệm vụ đươc giao trong quá trình tìm tòi khám phá kiến thức.	87,5	93,5

Qua kết quả điều tra, cho thấy: phần lớn GV và HS cho rằng: Trong điều kiện thực tế của trường học hiện nay có nhiều yếu tố ảnh hưởng không tốt tới việc áp dụng DHKP rộng rãi, như điều kiện cơ sở vật chất không đảm bảo, thời lượng cho việc triển khai các hoạt động khám phá trong giờ học không rộng rãi, trình độ HS chưa đồng đều.... Một trở ngại lớn là không ít giáo viên bằng lòng với các cách dạy truyền thống hiện nay, mà theo họ, vẫn đủ đảm bảo cho HS nắm vững kiến thức. Về phía HS, cũng còn không ít HS có thói quen thừa nhận, học thuộc lòng định nghĩa, định lý rồi áp dụng vào những bài toán đơn giản, không đi sâu tìm hiểu, khám phá, hay thắc mắc những vấn đề còn chưa hiểu rõ. Đây là cách học thụ động, không tích cực. Một phần lỗi do bản thân HS chưa có động cơ, mục đích và phương pháp học tập đúng đắn. Nhưng còn một phần là từ phía GV, thiếu trình độ, kinh nghiệm, hoặc không tích cực đổi mới những phương pháp dạy học thụ động, một chiều trước đây.

1.3.5. Một số thực trạng dạy và học giải toán "Phương pháp tọa độ trong không gian" ở trường PTDT Nội Trú Tỉnh Sơn La

Do đối tượng chủ yếu của trường PTDT nội trú tỉnh là con em các dân tộc vùng sâu, vùng xa - Nơi giao thông đi lại còn gặp nhiều khó khăn. Trình độ chính trị xã hội của các dân tộc còn chênh lệch, trình độ tiếng phổ thông cũng rất khác nhau. Ở nhiều nơi phong tục tập quán lạc hậu vẫn còn. Nên trình độ nhận thức của học sinh còn rất nhiều hạn chế, có em vẫn còn tư tưởng ngại khó, ngại khổ, thiếu kiên trì. Còn về phía giáo viên đã bắt đầu tích cực đi sâu vào đổi mới nội dung, phương pháp và hình thức tổ chức dạy học sao cho phù hợp với đối tượng là học sinh dân tộc. Tuy nhiên, trong quá trình đổi mới phương pháp cũng còn gặp nhiều khó khăn chưa khắc phục được. Vậy nội dung trình bày trong đề tài này nhằm khắc phục được phần nào thực trạng đó.

Khảo sát thực trạng từ 228 học sinh khối 12 năm học 2015 – 2016 của trường PTDT Nội trú tỉnh Sơn La thông qua mẫu phiếu điều tra ở phụ lục 1chúng tôi thu được kết quả như sau:

Câu	**Tổng số phiếu**	**Đáp án A**		**Đáp án B**		**Đáp án C**	
		SP	**%**	**SP**	**%**	**SP**	**%**
1	**228**	59	25,9	93	40,8	76	33,3
2	**228**	38	16,7	87	38,2	103	45,1
3	**228**	35	15,4	112	49	81	35,6
4	**228**	185	81	30	13,2	13	5,8

Bảng 1.1 - Kết quả điều tra học sinh khối 12 (2015 – 2016)

Từ kết quả điều tra trên, có thể đưa ra một vài nhận định như sau:

Thực trạng dạy học ở trường PTDT Nội trú tỉnh Sơn La cho thấy chất lượng dạy học nội dung “Phương pháp tọa độ trong không gian” chưa mang lại hiệu quả cao, học sinh nắm kiến thức một cách hình thức. Đa số học sinh (83,3%) đều cảm nhận về nội dung “Phương pháp tọa độ trong không gian” là khó, nên các em chỉ giải được một số bài tập trong sách giáo khoa (81 %). Do không hiểu rõ được bản chất nội dung vấn đề nên các em ít tham khảo thêm các bài tập sách nâng cao và các đề thi (19 %). Học sinh còn nhầm, lẫn lộn giữa các khái niệm, các định nghĩa,các định lí, các tính chất....Vì thế, nên các em thường mắc sai lầm khi vận dụng. Đó là vì học sinh chưa nắm chắc kiến thức, trí tưởng tượng còn hạn chế. Chủ đề phương pháp tọa độ là một trong những kiến thức cơ bản ở chương trình toán hình học lớp 12. Việc dạy và học vấn đề này giúp học sinh trường PTDT nội trú tỉnh Sơn la hiểu về phương pháp tọa độ trong không gian và biết vận dụng vào giải bài là công việc còn nhiều nan giải. Trong quá trình học, học sinh cũng thường gặp những khó khăn, sai lầm sau:

- Học sinh khi giải bài tập thì chỉ áp dụng các quy tắc, định lý một cách máy móc.

- Ở chương “Phương pháp tọa độ trong không gian” này, các em thường làm theo một khuôn mẫu có sẵn, ít có cơ hội tự khám phá, làm chủ kiến thức dưới sự hướng dẫn của thầy cô và đặc biệt ít khi được tập dượt nghiên cứu khoa học.

- Tính tự giác và độc lập trong học tập của các em chưa cao, còn ỷ lại vào thầy cô, dành ít thời gian cho việc tự học, số lượng các em tự đọc sách tham khảo để nâng cao trình độ là không nhiều.

- Khó khăn khi chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, không vận dụng linh hoạt các hoạt động phân tích, tổng hợp, so sánh, trừu tượng hóa, khái quát hóa...Suy nghĩ dập khuôn, áp dụng một cách máy móc các kiến thức, kỹ năng đã có vào hoàn cảnh mới, điều kiện mới, trong đó các yếu tố đã thay đổi. Ví dụ còn lúng túng khi chuyển từ dạng bài tập này sang dạng bài tập khác. Cùng một bài toán, khi đặt nó trong chùm bài tập cùng dạng thì các em giải được một cách dễ dàng nhưng khi đặt trong những bài tập dạng khác thì các em lại gặp khó khăn. Hoặc khi GV thay đổi cách hỏi thì HS lại loay hoay, không tìm ra được lời giải. Những điều đó bắt nguồn từ việc liên hệ giữa các bài tập chưa cao.

- Khi giải bài tập, học sinh còn mắc rất nhiều sai lầm (sai lầm do áp dụng sai quy tắc, định lý hoặc không hiểu đúng các khái niệm, định nghĩa, sai lầm về kỹ năng biến đổi, về kỹ năng tính toán...)

Chính vì những điều đó nên chất lượng học tập của học sinh khi học nội dung “phương pháp tọa độ trong không gian ” còn chưa cao. Sau đây là thống kê sơ bộ kết quả bài kiểm tra của học sinh khối 12 khi học nội dung “phương pháp tọa độ trong không gian ” trong 2 năm học 2014 – 2015 và 2015 – 2016 như sau :

Năm học	**Số HS**	**Giỏi**	**Khá**	**T.Bình**	**Yếu**	**Kém**
2014 - 2015	**187**	17/187 = 9,1%	38/187 = 20,3%	79/187 = 42,2%	49/187 = 26,2%	4/187 = 2,2%
2015 - 2016	**228**	19/228 = 8,3%	49/228 = 21,5%	97/228 = 42,5%	57/228 = 25%	6/228 = 2,7%

Bảng 1.2 – Kết quả bài kiểm tra chương “phương pháp tọa độ trong không gian ” của học sinh trường PTDT nội trú tỉnh Sơn La trong 2 năm học

Đặc thù của bộ môn đòi hỏi học sinh phải có tư duy trừu tượng cao, có khả năng liên tưởng, tưởng tượng, hình dung phán đoán. Học sinh phải nắm chắc kiến thức, có kỹ năng vận dụng các kiến thức vào các bài toán. Bên cạnh đó phương pháp dạy học mà giáo viên vận dụng không phát huy được tính tích cực, chủ động tiếp thu kiến thức của học sinh, không kích thích được khả năng tự học của học sinh. Vì thế, nên học sinh thụ động tiếp thu kiến thức, không có khả năng liên tưởng kiến thức đang vận dụng với mô hình không gian trong thực tế.

Nguyên nhân là giáo viên không tích cực sử dụng phương pháp dạy học mới mà chủ yếu nặng về thuyết trình, thiếu liên hệ thực tế, giáo viên ít vận dụng các phương tiện dạy học để minh họa. Một nguyên nhân khác nữa là chương trình sách giáo khoa vẫn còn bất hợp lý ở chỗ: Nội dung chương trình phân chia chưa thực sự phù hợp, thời gian thì ít mà kiến thức thì nhiều. Đó là một số nguyên nhân trở ngại mà chúng ta có thể khắc phục được.

Tuy nhiên không vì thế mà chúng ta không dám đổi mới. Trước hết chúng ta cần mạnh dạn vận dụng phương pháp dạy học tích cực như: Dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề; dạy học khám phá.... vào quá trình dạy học. Đồng thời chúng ta có thể áp dụng với một số quy trình dạy học như: vận dụng quy trình bốn bước của G.Polya ; quy trình dạy học " Nội dung- ý tưởng – hoạt động"... nhằm giúp học sinh tích cực, chủ động trong học tập.

Tích cực hóa các hoạt động của học sinh thông qua việc tạo ra nhiều tình huống có vấn đề để học sinh tự tìm tòi phát hiện ra các ý tưởng, các tình huống phải có trọng lượng các kiến thức nhất định, không tủn mủn dạng như gợi ý. Các kiểu tình huống như thế sẽ kích thích tư duy của học sinh; sự tò mò và tính ham hiểu biết, muốn tìm hiểu cái mới của học sinh.

1.4. Tiểu kết chương 1

Trong chương đã hệ thống một số vấn đề cơ bản:

Phương pháp dạy học khám phá; bản chất, đặc trưng, các ưu điểm và hạn chế của phương pháp dạy học khám phá. Dạy học giải toán, vai trò của bài tập Toán, yêu cầu về lời giải bài toán, khái niệm về bài tập, các yêu cầu đối với lời giải.

Đánh giá thực trạng dạy và học nội dung "phương pháp tọa độ trong không gian " ở trường PTDT nội trú tỉnh Sơn La.

Trong chương trình Toán phổ thông, các bài toán về tọa độ trong không gian tương đối hay và tương đối khó. Vì vậy việc tìm ra phương pháp dạy học tích cực phù hợp với nội dung dạy học sẽ giúp học sinh hứng thú học Toán hơn, hiểu sâu, hiểu kỹ vấn đề hơn.

Quá trình giải bài tập toán nói chung, bài tập hình học nói riêng góp phần quan trọng vào việc rèn luyện tư duy độc lập, sáng tạo cũng như nhiều phẩm chất tốt đẹp của người học: tính tích cực, tinh thần kiên trì vượt khó.

Kết quả điều tra khảo sát từ 651 HS tại bốn trường THPT tỉnh Sơn La cho thấy: hầu hết các thầy (cô) chưa quan tâm đúng mức đến việc hướng dẫn HS vận dụng phương pháp tọa độ vào giải các bài toán hình học không gian.

Thực tiễn dạy học nội dung "Phương pháp Tọa độ trong không gian" ở trường phổ thông cho thấy còn tồn tại nhiều vấn đề cần được giải quyết. Các nội dung được đề xuất ở chương sau sẽ góp phần khắc phục những vấn đề trên.

CHƯƠNG 2

THIẾT KẾ MỘT SỐ TÌNH HUỐNG DẠY HỌC "TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN" BẰNG PHƯƠNG PHÁP KHÁM PHÁ

2.1. Thiết kế tình huống khám phá trong dạy học lí thuyết về "Tọa độ trong không gian"

2.1.1. Thiết kế tình huống khám phá trong dạy học biểu thức tọa độ trong không gian

Tình huống này thuộc bài 1 "Hệ tọa độ trong không gian" được chúng tôi thiết kế theo hai phương án sau.

Phương án 1*:* GV hướng dẫn HS khám phá thông qua hệ thống câu hỏi đàm thoại phát hiện kết hợp phương pháp học hợp tác nhóm. Cụ thể như sau:

GV : Hãy nhắc lại các tính chất phép toán về ba vectơ đơn vị $\vec{i}$. $\vec{j}$, $\vec{k}$ của hệ tọa độ trong không gian.

HS : $\vec{i}^2 = 1$, $\vec{j}^2 = 1$, $\vec{k}^2 = 1$, $\vec{i}.\vec{j} = 0$; $\vec{i}.\vec{k} = 0$; $\vec{j}.\vec{k} = 0$.

GV : Nói rằng tọa độ của vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3); \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ nghĩa là thế nào ?

HS : $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3); \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ nghĩa là $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$; $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$.

GV : Chia số học sinh thành các nhóm; Mỗi nhóm làm một số việc sau :

Nhóm 1: Cho vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3); \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ mỗi vectơ sau biểu diễn qua ba vectơ đơn vị như thế nào, từ đó suy ra chúng có tọa độ như thế nào? $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{a} - \vec{b}$; $k\vec{a}$.

HS:
- $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$.
- $\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3)$.
- $k.\vec{a} = (k.a_1; k.a_2; k.a_3)$ với k là một số thực.

Nhóm 2: Cho vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3); \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ Hãy tính : $|\ \vec{a}\ |$, $\vec{a}.\vec{b}$ và $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

HS:

- $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$.
- $\vec{a}.\vec{b} = a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3$.
- $\cos\left(\vec{a};\vec{b}\right) = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|} = \dfrac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1{}^2 + a_2^2 + a_3^2}.\sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$.

GV : Hãy so sánh các biểu thức tọa độ trong không gian và các biểu thức tọa độ trong mặt phẳng?

HS: Biểu thức tọa độ trong không gian tương tự các biểu thức tọa độ trong mặt phẳng.

Phương án 2. GV hướng dẫn HS khám phá các biểu thức tọa độ trong không gian xuất phát từ các biểu thức tọa độ trong mặt phẳng, bằng suy luận tương tự, thông qua phiếu học tập sau: (HS thảo luận nhóm và điền vào các ô trống trong phiếu).

	Biểu thức tọa độ trong mặt phẳng	Biểu thức tọa độ trong không gian
$\vec{a}+\vec{b}$	$\vec{a}+\vec{b} = \left(a_1 + b_1; a_2 + b_2\right)$.	$\vec{a}+\vec{b} = \left(a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3\right)$.
$\vec{a}-\vec{b}$		
$k\vec{a}$		
$\lvert \vec{a} \rvert$		
$\vec{a}.\vec{b}$		
$\cos(\vec{a},\vec{b})$		

2.1.2. Khám phá công thức tính khoảng cách, tính góc trong không gian

Tình huống này thuộc bài 2, sau bài 1 "Hệ tọa độ trong không gian" được chúng tôi thiết kế như sau :

GV: Nhắc lại định nghĩa tích có hướng của hai vectơ.

HS: Tích có hướng của hai véc tơ là một véc tơ và được tính như sau

$$\left[\vec{u},\vec{v}\right] = \left(\begin{vmatrix} y & z \\ y' & z' \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} z & x \\ z' & x' \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} x & y \\ x' & y' \end{vmatrix}\right) = \left(yz' - y'z;\ zx' - z'x;\ xy' - x'y\right).$$

GV: Cho Ví dụ sau :

Trong không gian Oxyz cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' biết A(-1; 1; 2); B(1; 0;1); D(-1; 1;0); A'(2; -1; -2).

a) Tính diện tích đáy ABCD. Tính đường cao của hình bình hành hạ từ A.

b) Tính độ dài đường cao của hình hộp xuất phát từ đỉnh A'

c) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'D'$.

HS : Lên bảng giải bài tập trên

GV: Trong hình hộp cho ở ví dụ trên. Em hãy tính khoảng cách từ C đến đường thẳng AD ?

HS : Học sinh phát hiện đó chính là đường cao của hình bình hành hạ từ A và đó cũng chính là khoảng cách từ A đến giao điểm của BC và (α).

GV: Em hãy thiết lập công thức tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d cho trước. Cho đường thẳng

d: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ và điểm M(x; y; z).

HS: (Trung bình) có thể tìm trên đường thẳng d lấy hai điểm phân biệt A, B. Khi đó khoảng cách từ M đến đường thẳng d bằng đường cao hạ từ M xuống cạnh AB trong hình bình hành có hai cạnh liên tiếp là AB và AM. Khi đó ta có:

$$d(M;d) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}$$

HS: (Khá) Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d bằng khoảng cách từ M đến điểm M' với M' là giao điểm của d và mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d.

Vậy : Khoảng cách từ M đến đường thẳng d là: $d(M;d) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{AM}, \vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}$ trong đó A là một điểm thuộc d và véc tơ $\vec{u}$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng d.

GV: Khoảng cách từ điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ đến đường thẳng

$$\Delta:\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases};\ M_0(x_0;y_0;z_0) \in \Delta, \text{VTCP}\,\vec{u} = (a;b;c)$$; được tính bởi CT:

$$d(M,\Delta) = \frac{\left|\left[\vec{u}, \overrightarrow{M_0M}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}.$$

GV: Tính khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng tương tự như cách tính khoảng cách từ 1 điểm đến 1 đường thẳng trong mặt phẳng. Vậy trong hệ tọa độ oxyz cho điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và mp$(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (α).

HS: $d(M_0;(\alpha)) = \dfrac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

GV : Muốn tính khoảng cách từ đường thẳng đến mặt phẳng song song chúng ta tính bằng cách nào?

HS: Cho đường thẳng $\Delta \parallel (\alpha)$: $Ax + By + Cz + D = 0$, $M_0(x_0;y_0;z_0)$ là một điểm thuộc Δ

$$d(\Delta,(\alpha)) = d(M_0;(\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

GV: Cho hai mặt phẳng song song $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ và $(\beta): A'x + B'y + C'z + D' = 0$. Làm thế nào tính được khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song ?

HS: $d((\alpha),(\beta)) = d(M_0;(\beta)) = \dfrac{|A'x_0 + B'y_0 + C'z_0 + D'|}{\sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}$. trong đó $M_0(x_0;y_0;z_0)$ là một điểm $\in (\alpha)$.

GV: Em hãy tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và A’D’ở ví dụ trên ? Từ đó hãy thiết lập công thức hoặc quy trình tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bất kỳ.

HS: Học sinh sẽ phát hiện ra khoảng cách giữa AB và A'D' trùng với đáp án câu b. Từ đó học sinh sẽ nghĩ đến việc tính khoảng cách giữa hai đường thẳng dựa vào thể tích của hình hộp hoặc quy về tính khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng.

GV: Cho học sinh thảo luận trong tổ để tìm ra công thức và quy trình tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

GV: Giáo viên ghi nhận kết quả của học sinh và tổng hợp lại, sửa lại kết quả cho học sinh.

HS: Nếu hai đường thẳng chéo nhau :

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có VTCP $\vec{u}=(a;b;c)$.

Đường thẳng $\Delta^{'}$ đi qua điểm $M_0^{'}(x^{'}_0;y^{'}_0;z^{'}_0)$ và có VTCP $\vec{u^{'}}=(a^{'};b^{'};c^{'})$.

Thì công thức tính khoảng cách giữa hai đường thẳng này là :

$$d\left(\Delta,\Delta^{'}\right)=\frac{\left|\left[\vec{u},\vec{u^{'}}\right].\overrightarrow{M_0M_0^{'}}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u^{'}}\right]\right|}.$$

Lưu ý: Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm nằm trên đường thẳng này đến đường thẳng còn lại, nghĩa là

$$d\left(\Delta,\Delta^{'}\right)=d\left(M_0,\Delta^{'}\right)=\frac{\left|\left[\vec{u^{'}},\overrightarrow{M_0M_0^{'}}\right]\right|}{\left|\vec{u^{'}}\right|}. \text{ và } M_0\in\Delta.$$

GV: Yêu cầu học sinh tóm tắt cách tính khoảng cách

STT	Khoảng cách	Công thức
1	Khoảng cách từ một điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng mp $(\alpha):Ax+By+Cz+D=0$	$d\left(M_0;(\alpha)\right)=\frac{\left\|Ax_0+By_0+Cz_0+D\right\|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.
2	Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song $(\alpha):Ax+By+Cz+D=0$	$d\left((\alpha),(\beta)\right)=d\left(M_0;(\beta)\right)=\frac{\left\|A^{'}x_0+B^{'}y_0+C^{'}z_0+D^{'}\right\|}{\sqrt{A^{'2}+B^{'2}+C^{'2}}}$.

	và $(\beta): A'x + B'y + C'z + D' = 0$	
3	Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng $M(x_M; y_M; z_M)$ $\Delta: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt;\ M_0(x_0; y_0; z \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ VTCP $\vec{u} = (a; b; c)$	$d(M, \Delta) = \dfrac{\left\|\left[\vec{u}, \overrightarrow{M_0M}\right]\right\|}{\left\|\vec{u}\right\|}.$
4	khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau	$d(\Delta, \Delta') = \dfrac{\left\|\left[\vec{u}, \overrightarrow{u'}\right].\overrightarrow{M_0M_0'}\right\|}{\left\|\left[\vec{u}, \overrightarrow{u'}\right]\right\|}.$

GV: Tương tự cách tính góc giữa hai đường thẳng trong mặt phẳng ta có cách tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian ?

HS : $\cos\left(\vec{u}; \overrightarrow{u'}\right) = \dfrac{\left|\vec{u}.\overrightarrow{u'}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\overrightarrow{u'}\right|} = \dfrac{\left|aa' + bb' + cc'\right|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.\sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}}.$

Trong đó $\vec{u} = (a; b; c); \overrightarrow{u'}(a'; b'; c')$ là lần lượt là các véc tơ chỉ của hai đường thẳng đã cho.

GV : Cho tam giác ABC với tọa độ ba đỉnh là: A(2;1;-2);B(3;0;1);C(2;-1;3); O(0;0;0). Tính góc giữa hai đường thẳng OA và BC.

HS : Góc giữa OA và BC bằng hoặc bù với góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{BC}$. Có

$$\overrightarrow{OA} = (2;1;-2), \overrightarrow{BC} = (-1;-1;2)$$

$$\left|\cos(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{BC})\right| = \frac{\left|-2-1-4\right|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}\sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{7}{3\sqrt{6}}$$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{BC}) \approx 17^0 42' 55''.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng OA và BC là $17^0 42' 55''$.

GV : Cách xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. Cho đường thẳng

$$(\Delta)\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ khi đó làm thế nào để xác định được góc giữa đường thẳng và mặt phẳng này ?

HS :

$$\sin\alpha = \frac{|Aa + Bb + Cc|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}.\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

$$0^0 \le \alpha \le 90^0.$$

GV : Xác định góc giữa hai mặt phẳng, cho hai mặt phẳng

$$(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$$

$$(\beta): A'x + B'y + C'z + D' = 0.$$

HS :

$$\cos\beta = \frac{|AA' + BB' + CC'|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}.\sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}.$$

GV: Yêu cầu học sinh tóm tắt cách tính các loại góc

STT	**Góc**	**Công thức**
1	Góc giữa hai đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt; \quad \text{VTCP}\, \vec{u} = (a;b;c). \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ $\Delta': \begin{cases} x = x_1 + a't \\ y = y_1 + b't; \quad \text{VTCP}\, \vec{u'} = (a';b';c'). \\ z = z_1 + c't \end{cases}$	$\cos\left(\vec{u};\vec{u'}\right) = \frac{\left|\vec{u}.\vec{u'}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{u'}\right|} = \frac{\left|aa' + bb' + cc'\right|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.\sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}}.$
2	Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng	

	$(\Delta)\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$.	$\sin\alpha = \dfrac{\lvert Aa + Bb + Cc \rvert}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}.\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$. $0^0 \le \alpha \le 90^0$
3	Góc giữa hai mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$. $(\beta): A'x + B'y + C'z + D' = 0$.	$\cos\beta = \dfrac{\lvert AA' + BB' + CC' \rvert}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}.\sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}$.

2.1.3. Khám phá vị trí tương đối của hai đường thẳng, vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng

Tình huống này thuộc bài 3 “ Phương trình đường thẳng trong không gian” được chúng tôi thiết kế như sau :

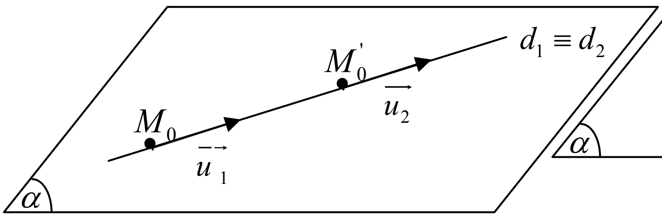
GV: Nhắc lại các vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian?

HS: Có 4 vị trí tương đối của hai đường thẳng trong mặt phẳng : cắt nhau, song song, trùng nhau, chéo nhau.

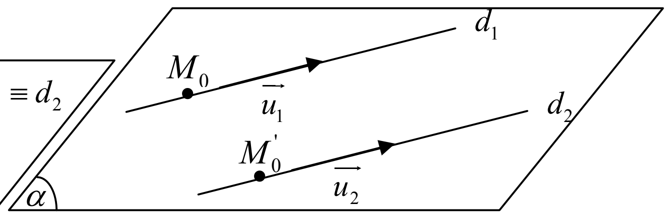
GV: Yêu cầu học sinh nghiên cứu trên hình vẽ và khám phá mối quan hệ giữa hai VTCP với véc tơ nối ha trong mỗi vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian, khi biết phương trình của chúng. (Hình 1) Cho hai đường thẳng

$$d_1 : \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt;\quad M_0(x_0; y_0; z_0); \text{VTCP}\,\overrightarrow{u_1} = (a;b;c).. \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

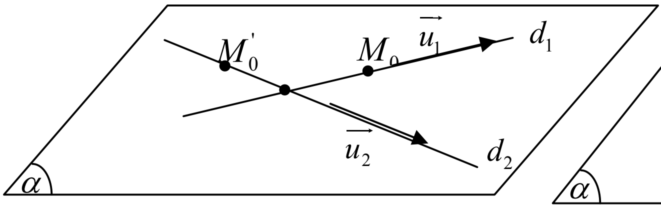
$$d_2 : \begin{cases} x = x_0' + a't \\ y = y_0' + b't; M_0'(x_0'; y_0'; z_0'); \text{VTCP}\,\overrightarrow{u_2} = (a';b';c'). \\ z = z_0' + c't \end{cases}$$



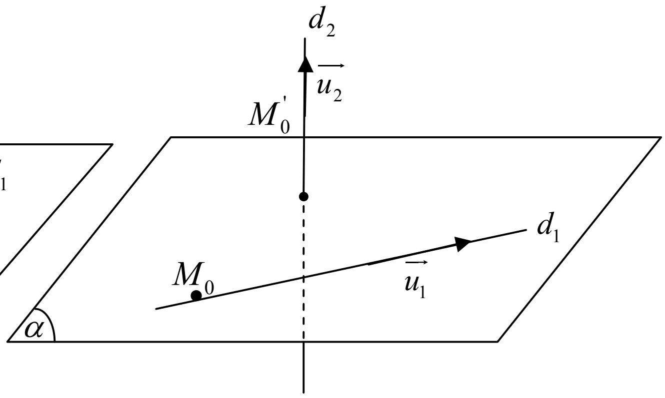
Hình 1a



Hình 1b



Hình 1c



Hình 1d

Phương án 1:

GV: Dựa vào VTCP và điểm thuộc đường thẳng xét vị trí tương đối của các đường thẳng ?

HS: Hai đường thẳng song song và trùng nhau thì các véc tơ chỉ phương của chúng cùng phương với nhau. Hai đường thẳng song song thì không có điểm chung và hai đường thẳng trùng nhau thì có vô số điểm chung.

GV: Hai đường thẳng chéo nhau hoặc cắt nhau thì các véc tơ chỉ phương của chúng không cùng phương. Vậy làm thế nào xét được vị trí tương đối của hai đường thẳng trong trường hợp này ?

HS: Hai đường thẳng chéo nhau hoặc cắt nhau thì các véc tơ chỉ phương của chúng không cùng phương. Hai đường thẳng cắt nhau thì có một điểm chung và hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

Phương án 2:

GV: Ngoài cách xét trên ta có thể có cách xét khác không ? Do hai đường thẳng cắt nhau, trùng nhau, song song cùng thuộc một mặt phẳng nên ta có thể xét dựa vào tính đồng phẳng của các vectơ .

GV: Nếu lấy trên d_1 hai điểm M_0, M_1 và trên d_2 hai điểm M_0’, M_1’ dựa vào điều kiện đồng phẳng của 4 điểm này để xét sự đồng phẳng của hai đường thẳng.

HS: Nếu 4 điểm đã lấy ra là đồng phẳng, khi đó :

- d_1 song song với d_2 khi $\overrightarrow{M_0M_1}$ cùng phương với $\overrightarrow{M_0'M_1'}$ và $\overrightarrow{M_0M_1}$ không cùng phương với $\overrightarrow{M_0M_1'}$
- d_1 trùng với d_2 khi $\overrightarrow{M_0M_1}$ cùng phương với $\overrightarrow{M_0'M_1'}$ và $\overrightarrow{M_0M_1}$ cùng phương với $\overrightarrow{M_0M_1'}$
- d_1 cắt d_2 khi $\overrightarrow{M_0M_1}$ không cùng phương với $\overrightarrow{M_0'M_1'}$

Nếu 4 điểm không đồng phẳng thì kết luận luôn hai đường thẳng đó chéo nhau.

GV: Yêu cầu tóm tắt vào bảng phụ kết quả của hai phương án

HS: Bảng phụ 1:

Phương án 1:

Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi: $\begin{cases} \textit{véc tơ } \vec{u}_1;\vec{u}_2 \textit{ cùng phương} \\ M_0 \notin d_2 \end{cases}$

Hai đường thẳng trùng nhau khi và chỉ khi: $\begin{cases} \textit{véc tơ } \vec{u}_1;\vec{u}_2 \textit{ cùng phương} \\ M_0 \in d_2 \end{cases}$

Hai đường thẳng cắt nhau khi và chỉ khi: $\begin{cases} \textit{véc tơ } \vec{u}_1;\vec{u}_2 \textit{ không cùng phương} \\ \textit{d_1, d_2 có một điểm chung duy nhất.} \end{cases}$

Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi: $\begin{cases} \textit{véc tơ } \vec{u}_1;\vec{u}_2 \textit{ không cùng phương} \\ \textit{d_1, d_2 không có điểm chung} \end{cases}$

Phương án 2:

HS: Bảng phụ 2:

Hai đường thẳng trùng nhau	$\vec{u}_1;\vec{u}_2$ và $\overrightarrow{M_0M_0'}$ đôi một cùng phương $\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right]=\vec{0} \\ \left[\vec{u}_1,\overrightarrow{M_0M_0'}\right]=\vec{0}. \end{cases}$
Hai đường thẳng song song	$\vec{u}_1;\vec{u}_2$ cùng phương và $\vec{u}_1$; $\overrightarrow{M_0M_0'}$ không cùng phương $\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right]=\vec{0} \\ \left[\vec{u}_1,\overrightarrow{M_0M_0'}\right]\neq\vec{0}. \end{cases}$

Hai đường thẳng cắt nhau	$\vec{u}_1;\vec{u}_2$ không cùng phương và $\vec{u}_1;\vec{u}_2;\overrightarrow{M_0M_0'}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1,\vec{u}_2]\neq\vec{0} \\ [\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{M_0M_0'}=\vec{0}. \end{cases}$
Hai đường thẳng chéo nhau	$\vec{u}_1;\vec{u}_2;\overrightarrow{M_0M_0'}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{M_0M_0'}\neq\vec{0}$.

GV: Hãy xét vị trí tương đối giữa đường thẳng d: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ và mặt phẳng

$(P): Ax + By + Cz + D = 0$

GV: Phát phiếu học tập cho học sinh tự khám phá

Phiếu học tập:

Cho đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}$ và mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}$. Em hãy điền vào chỗ ba chấm sau (…) điều kiện để : Đường thẳng d nằm trong (P) : ..…………………………………………………... Đường thẳng d song song (P) : ……………………………………………...... Đường thẳng d cắt (P) tại một điểm : …………………………………… …...

HS: Điền vào phiếu

Đường thẳng d nằm trong (P) $\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}.\vec{n} = 0 \\ M \in (P) \end{cases}$

Đường thẳng d song song (P) $\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}.\vec{n} = 0 \\ M \notin (P) \end{cases}$

Đường thẳng d cắt (P) tại một điểm $\Leftrightarrow \vec{u}.\vec{n} \neq 0$

GV: Ngoài cách xét như trên ta còn có cách xét nào nữa không ? có thể xét hệ phương trình d và (P) để tìm sự tương giao không

HS: Đường thẳng d nằm trong (P) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \\ Ax + By + Cz + D = 0 \end{cases}$ có vô số nghiệm.

Đường thẳng d song song (P) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \\ Ax + By + Cz + D = 0 \end{cases}$ vô nghiệm.

Đường thẳng d cắt (P) tại một điểm $\Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \\ Ax + By + Cz + D = 0 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

GV: Yêu cầu học sinh tóm tắt các trường hợp trên

2.1.4. Thiết kế tình huống khám phá trong dạy học phương trình mặt cầu, mặt phẳng, đường thẳng trong không gian

Tình huống này thuộc bài 1, bài 2 và bài 3 được chúng tôi thiết kế như sau :

Chúng tôi thiết kế ba tình huống sau nhằm tạo cơ hội cho HS khám phá ba dạng PT cơ bản. GV tổ chức cho HS hoạt động nhóm, mỗi nhóm khám phá một trong ba tình huống trong phiếu học tập sau, điền vào cột kết quả: cột 1, 2 ghi các tình huống; cột 3,4 để trống cho học sinh trả lời HĐKP.

Loại	Tình huống	Điều kiện	PT (liên hệ giữa x,y,z và giả thiết)
PT mặt cầu	Cho mặt cầu (S) tâm I(a ;b ;c) bán kính r. Điểm $M(x;y;z)$ thuộc mặt cầu (S) khi và chỉ khi tọa độ M thỏa mãn hệ thức nào ?	IM = r	$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$

PT mặt phẳng	Cho mp (P) đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$,vuông góc với vectơ $\vec{n}=(A;B;C)$. Điểm $M(x;y;z)$ thuộc mặt phẳng (α) khi và chỉ khi tọa độ M thỏa mãn hệ thức nào ?	$\vec{n}.\overrightarrow{M_0M}=0$	$Ax+By+Cz+D=0$ Trong đó $D=-(Ax_0+By_0+Cz_0)$
PT đường thẳng	Trong không gian oxyz cho đường thẳng d đi qua 1 điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có VTCP $\vec{u}(a;b;c)\neq\vec{0}$.Tìm điều kiện cần và đủ để điểm M(x ;y ;z) nằm trên đường thẳng d .	$\overrightarrow{M_0M}=t\vec{u}$	$\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\ ;(t\in R)\\z=z_0+ct\end{cases}$

Diễn biến cụ thể như sau:

Tình huống 1. Khám phá phương trình mặt cầu.

GV: Trong hệ tọa độ Oxyz cho mặt cầu (S) tâm I(a ;b ;c) bán kính r. Điểm $M(x;y;z)$ thuộc mặt cầu (S) khi và chỉ khi tọa độ M thỏa mãn hệ thức nào ?

HS: $M\in(S)\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{IM}\right|=r$

$$\Leftrightarrow\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2}=r$$
$$\Leftrightarrow(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2.$$

GV: Ta gọi biểu thức $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$ là phương trình mặt cầu (S).

GV: Dạng phương trình: $x^2+y^2+z^2-2Ax-2By-2Cz+D=0$ (2), có phải là phương trình mặt cầu hay không? Có cần điều kiện gì không? Khi (2) là phương trình mặt cầu thì tâm mặt cầu có tọa độ như thế nào và bán kính mặt cầu bằng bao nhiêu?

HS: Điều kiện $A^2+B^2+C^2-D>0$

Tâm I(A; B; C) và bán kính $r=\sqrt{A^2+B^2+C^2-D}$.

GV: Xác định xem các phương trình sau phương trình nào là phương trình mặt cầu :

a) $x^2+y^2-z^2+2x-y+1=0.$

b) $3x^2+3y^2+3z^2-6x=0.$

c) $x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z+5=0.$

d) $x^2+y^2+z^2+2x-y+1=0$

HS : Phương trình a và d không là phương trình mặt cầu. Phương trình b là phương trình mặt cầu tâm I(1; 0; 0) , bán kính r = 1. Phương trình c là là phương trình mặt cầu tâm I(-2; 1; -3), bán kính r = 3

GV: Vậy hãy nêu điều kiện để nhận biết phương trình mặt cầu ?

Tình huống 2. Khám phá phương trình mặt phẳng.

GV: Cho mp (P) đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$, vuông góc với vectơ $\vec{n}=(A;B;C)$. Điểm $M(x;y;z)$ thuộc mặt phẳng (α) khi và chỉ khi tọa độ M thỏa mãn hệ thức nào ?

HS: Điểm $M(x;y;z)$ thuộc mặt phẳng (α) khi và chỉ khi $\vec{n}.\overrightarrow{M_0M}=0$.

Ta có $\overrightarrow{M_0M}=(x-x_0;y-y_0;z-z_0)$

$$M\in(\alpha)\Leftrightarrow M_0M\subset(\alpha)\Leftrightarrow \vec{n}\perp\overrightarrow{M_0M}$$

$$\Leftrightarrow \vec{n}.\overrightarrow{M_0M}=0$$

$$\Leftrightarrow A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

hay: $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$ (**).

GV: Ta gọi phương trình (**) là phương trình mặt phẳng với VTPT $\vec{n}=(A;B;C)$.

GV: Khai triển phương trình (**) ta được phương trình dạng $Ax+By+Cz+D=0$, được gọi là phương trình tổng quát của mặt phẳng, có VTPT $\vec{n}=(A;B;C)$.

__Tình huống 3__. Khám phá phương trình đường thẳng.

GV : Trong không gian oxyz cho đường thẳng d đi qua 1 điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có 1VTCP $\vec{u}(a;b;c) \neq \vec{0}$. Tìm điều kiện cần và đủ để điểm M(x ;y ;z) nằm trên đường thẳng d .

HS: Ta có : $\overrightarrow{M_0M} = (x - x_0; y - y_0; z - z_0)$. Điểm M nằm trên Δ khi và chỉ khi $\overrightarrow{M_0M}$ cùng phương với $\vec{u}$ nghĩa là $\overrightarrow{M_0M} = t\vec{u}$ với t là một số thực. Điều này tương đương với :

$$\begin{cases} x - x_0 = ta_1 \\ y - y_0 = ta_2 \\ z - z_0 = ta_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3. \end{cases}$$

GV: Trong mặt phẳng oxy cho đường thẳng d đi qua điểm $M_0(x_0;y_0)$ và có 1 VTCP $\vec{u}(a;b) \neq \vec{0}$. Hãy viết phương trình tham số của đường thẳng d ?

HS : $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ với t là tham số.

GV : Trong không gian oxyz Cho đường thẳng d đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có 1 VTCP $\vec{u}(a;b;c) \neq \vec{0}$. Hãy viết phương trình tham số của đường thẳng d ?

HS : Đường thẳng Δ đi qua điểm $M_o(x_0;y_0;z_0)$ và có VTCP $\vec{u} = (a;b;c)$, khi đó

Phương trình tham số là: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \;;(t \in R) \\ z = z_0 + ct \end{cases}$, t gọi là tham số.

GV: Phương trình chính tắc là: $\dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b} = \dfrac{z - z_0}{c}$ $(abc \neq 0)$.

2.2. Thiết kế tình huống khám phá trong giải toán về "Tọa độ trong không gian"

2.2.1. Thiết kế tình huống khám phá trong giải toán viết phương trình mặt cầu

Tình huống này thuộc bài 1 " Hệ tọa độ trong không gian" được chúng tôi thiết kế như sau :

Dạng toán về phương trình mặt cầu có thể chia thành ba dạng sau: dạng xác định tọa độ tâm mặt cầu; dạng xác định bán kính mặt cầu; dạng xác định phương trình mặt cầu ở dạng tổng quát.

Tình huống mà chúng tôi đặt ra để tạo cơ hội để HS trao đổi, thảo luận với nhau nhằm khám phá lời giải bài toán trong những trường hợp khác nhau, trước khi thực hiện những tính toán cụ thể.

Tình huống đặt ra trong phiếu học tập sau:

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 3.3
Hãy khám phá các cách giải các bài toán sau: **Bài 3.1**. (Xác định tọa độ tâm) *a)* Viết phương trình mặt cầu có đường kính AB với A(1; 2; $-$2), B($-$3; 2; 6). b) Cho đường thẳng d: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{2}$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I thuộc đường thẳng d và tiếp xúc với hai mặt phẳng (P): $x + 2y + 2z - 2=0$, (Q): $2x + y + 2z - 1=0$. **Bài 3.2**. (Tính bán kính mặt cầu) Cho mặt phẳng (P): $2x + 2y + z + 5 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I(1; 2;– 2) trong các trường hợp sau: a) Tiếp xúc với (P): $2x + 2y + z + 5 = 0$. b) Cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 8π. **Bài 3.3**. (Viết phương trình mặt cầu dựa vào dạng phương trình tổng quát của mặt cầu). Cho A(1; 1; 0), B(3; 1; 2), C($-$1; 1; 2), D(1; $-$1; 2). Lập phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện ABCD.

* GV có thể chuẩn bị một số câu hỏi – đáp nhằm gợi ý, hướng dẫn HS trong quá trình thực hiện phiếu học tập như sau:

GV: Có những cách nào để lập phương trình mặt cầu?

HS: Có những cách sau:

Cách 1: Xác định tâm mặt cầu

Cách 2: Xác định bán kính mặt cầu

Cách 3: Viết phương trình mặt cầu dựa vào dạng phương trình tổng quát của mặt cầu

GV: Để xác định các hệ số của PTTQ của mặt cầu ta cần lập được mấy phương trình liên quan đến các hệ số của PTTQ ?

HS: Cần hệ bốn phương trình.

GV: Nêu điều kiện để mp(P) tiếp xúc với mặt cầu S(I, R) ?

HS: Điều kiện là: d(I,(P)) = R.

GV: Có mối liên hệ nào giữa bán kính mặt cầu R với đường tròn giao tuyến không?

HS: $R^2 = r^2 + d^2$ với d = d(I, (P)). Trong đó r, R lần lượt là bán kính đường tròn giao tuyến, mặt cầu (S).

GV: Ở bài 3.1 b) Mặt cầu (S) cần lập đã biết yếu tố nào trong 2 yếu tố tâm và bán kính chưa? Tâm I thỏa mãn điều kiện nào? Điều này giúp em liên tưởng gì để tìm tâm I?

HS: Chưa, I thuộc d, gọi I(1 + 2t; 2 + t; 3 + 2t).

GV: Điều kiện để (S) tiếp xúc với (P), (Q)?

HS: d(I, (P)) = d(I,(Q)) = R.

GV: Từ điều kiện trên em có thể tìm được I và R không? Nêu cách tìm?

HS: Có, từ d(I,(P)) = d(I,(Q)) ta tìm được điểm I, sau khi tìm được I ta tìm R.

GV: Để lập phương trình mặt cầu ta phải tìm những yếu tố nào? Trong bài toán này đã biết yếu tố nào chưa? Bài toán này tương tự với bài toán nào đã biết trong mặt phẳng tọa độ, từ đó em có những cách giải như thế nào?

HS: Để lập phương trình mặt cầu ta phải xác định 2 yếu tố là tọa độ tâm và bán kính hoặc 4 hệ số của phương trình tổng quát. Dù lập theo cách nào thì cũng chưa biết luôn yếu tố nào. Bài toán này tương tự với bài toán lập phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác trong mặt phẳng tọa độ, do đó ta có thể giải bài toán theo 2 cách.

Tóm tắt lời giải các bài toán trong phiếu học tập 3.3.

Bài 3.1: a) Tâm mặt cầu là trung điểm của AB, Tọa độ tâm I(-1; 2; 2). Bán kính

$R = \frac{AB}{2} = 2\sqrt{5}$ phương trình mặt cầu là : $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 20$

b) Gọi I(1 + 2t; 2 + t; 3 + 2t), bán kính mặt cầu là R.

Vì mặt cầu tiếp xúc với (P) và (Q) nên: d(I,(P)) = d(I,(Q)) = R

Ta có d(I,(P)) = d(I,(Q)) $\Leftrightarrow \dfrac{|8t+9|}{3} = \dfrac{|9t+9|}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = -\dfrac{18}{17} \end{array}\right.$

Với t = 0 thì I(1; 2; 3), bán kính R = 3 nên (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Với $t = -\dfrac{18}{17}$ thì $I(-\dfrac{19}{17};\dfrac{16}{17};\dfrac{15}{17})$, $R = \dfrac{3}{17}$ nên

(S): $(x+\dfrac{19}{17})^2 + (y-\dfrac{16}{17})^2 + (z-\dfrac{15}{17})^2 = \dfrac{9}{289}$

B□i 3.2. (Tính bán kính mặt cầu)

Cho mặt phẳng (P): 2x + 2y + z + 5 = 0.Viết phương trình mặt cầu (S)có tâm I(1; 2;– 2) trong các trường hợp sau:

a) Tiếp xúc với (P): 2x + 2y + z + 5 = 0

Bán kính mặt cầu là : $R = d(I,(P)) = \dfrac{|2+4-2+5|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = 3$

Phương trình mặt cầu (S) : $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$.

b) Cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 8π

Gọi r, R lần lượt là bán kính đường tròn giao tuyến, mặt cầu (S). Vì chu vi đường tròn giao tuyến là 8π nên r = 4, d = d(I,(P)) = 3, ta có $R^2 = r^2 + d^2$ nên R = 5. Vậy (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 5$.

Bài 3.3. (Viết phương trình mặt cầu dựa vào dạng phương trình tổng quát của mặt cầu)

cách 1: Gọi I(a; b;c), R > 0 lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu (S).

Từ $IA^2 = IB^2 = IC^2 = ID^2 = R^2$ ta có $IA^2 = IB^2$, $IA^2 = IC^2$ và $IA^2 = ID^2$.

Giải hệ 3 phương trình . với a,b,c ta được I(1;1;1), sau đó thay vào R = IA = 2.

Vậy phương trình mặt cầu cần lập: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4$.

Cách 2: Gọi phương trình của mặt cầu (S):$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ (Với điều kiện: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$).

Vì (S) đi qua A,B,C,D nên ta có hệ: $\begin{cases} 2a+2b+d=-2(1) \\ 6a+2b+4c+d=-14(2) \\ -2a+2b+4c+d=-6(3) \\ 2a-2b+4c+d=-6(4) \end{cases}$

Lấy (1) trừ lần lượt các phương trình (2), (3), (4) và giữ nguyên (1) ta được hệ:

$$\begin{cases} 2a+2b+d=-2(1) \\ 4a+4c=-12 \\ -4a+4c=-4 \\ -4b+4c=-64 \end{cases}$$

Giải hệ 3 phương trình dưới ta được a = b = -1, c = -2 thế vào (1) ta được d = 2.

Vậy phương trình (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + 2 = 0$.

Các bài toán luyện tập :

Bài 2.2.1.1.

a) Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I(1; 2; $-$2) và tiếp xúc với mặt phẳng (P): 2x + 2y + z + 5 = 0.

b)Viết phương trình mặt cầu tâm I(4; 3; 2) và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) với A(3 ; 0; 0), B(0; 3; 0), C(0; 0 ;3).

Bài 2.2.1.2. Cho I(1; 2 ; $-$2) và mặt phẳng (P): 2x + 2y + z +11 = 0. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I, (S) và (P) không có điểm chung đồng thời:

a) Điểm nằm trên mặt cầu có khoảng cách nhỏ nhất đến (P) bằng 2.

b) Điểm nằm trên mặt cầu có khoảng cách nhỏ nhất đến (P) bằng 7.

Bài 2.2.1.3. Cho điểm M(1; 0; 3). Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I(3; 1; 1) và:

a) (S) qua M.

b) Đường thẳng qua M cắt (S) tại hai điểm AB sao cho M là trung điểm của AB và AB = 2.

c) Điểm M nằm ngoài mặt cầu, điểm nằm trên mặt cầu có khoảng cách nhỏ nhất đến M bằng 1.

d) Điểm M nằm ngoài mặt cầu, điểm nằm trên mặt cầu có khoảng cách nhỏ nhất đến M bằng 7.

Bài 2.2.1.4. Cho mặt cầu (S) có tâm I(3; − 1; 0), mặt cầu (S'):
$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 9$. Viết phương trình (S) biết:

a) (S) và (S') tiếp xúc ngoài nhau.

b) (S) cắt (S') theo giao tuyến là đường tròn có chu vi 4π

Bài 2.2.1.5. Cho d: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$, (P): x + y + 2z – 2 = 0,
(Q): 2x + y + 2z − 4 =0. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm thuộc d và:

a) (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) và cắt (Q) theo giao tuyến là đường tròn có diện tích bằng 5π.

b) (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi 8π và cắt (Q) theo giao tuyến là đường tròn có diện tích bằng 21π.

Bài 2.2.1.6. Cho d: $\frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$, (P): 3x + 5y – z − 2 = 0. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc d và cắt mặt phẳng (P) theo đường tròn lớn có bán kính bằng 2.

*Bài2.2.1.7.*Cho $(P): x + y + 2z - 2 = 0$,d: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$,
d': $\frac{x+2}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{1}$. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc d đồng thời:

a) Tiếp xúc với đường thẳng d' và mặt phẳng (P).

b) Tiếp xúc với (P) và tâm cách d' một khoảng bằng 3.

c) Tiếp xúc với (P) và cắt d'theo một dây cung có độ dài bằng 8.

Bài 2.2.1.8. Cho A(1; 2; 4) biết B(1; − 3; 1), C(0; 1; 0). Viết phương trình mặt cầu tâm I thuộc mặt phẳng (Oyz) và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) tại A.

Bài 2.2.1.9. Cho A(1; 1; 1), (P): 2x – y + 2z + 7 = 0 . Viết phương trình mặt cầu đi qua điểm A, biết tâm mặt cầu thuộc mặt phẳng Oxy và cách mặt phẳng (P) một khoảng bằng 3, đồng thời mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng Oyz .

Bài 2.2.1.10. Lập phương trình mặt cầu đi qua O, A(0 ; 0 ;4), B(2 ;0 ;0) và tâm mặt cầu cách mặt phẳng (P): 2x + y – z + 1 = 0 một khoảng bằng $\frac{5}{\sqrt{6}}$.

2.2.2. Thiết kế tình huống khám phá trong giải toán lập phương trình mặt phẳng

Với dạng toán về lập phương trình mặt phẳng, chúng tôi đề xuất hệ thống câu hỏi, gợi ý, hướng dẫn HS như sau:

- Ta có những cách nào để lập phương trình mặt phẳng?

(Cách 1: Xác định một điểm và một VTPT; Cách 2: Tìm các hệ số của PTTQ.)

- Theo cách 1, ta cần xác định mấy yếu tố? là những yếu tố nào?

(cần xác định hai yếu tố: một điểm và một VTPT.)

- Một VTPT của mp có thể được xác định bằng những cách nào?

Cách 1: Tích có hướng của hai véctơ không cùng phương có giá song song hoặc nằm trong mặt phẳng cần tìm.

Cách 2: Hệ 2 phương trình với ba ẩn là ba thành phần tọa độ của VTPT.

- Theo cách 2, để xác định các hệ số của mặt phẳng ta cần mấy phương trình liên quan đến các hệ số đó? (hệ 3 phương trình bốn ẩn).

Tình huống đặt ra trong phiếu học tập sau:

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 3.4
Bài 3.4.1.(Viết phương trình mặt phẳng bằng cách xác định vectơ pháp tuyến) a) Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d: $\frac{x-2}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{1}$ và vuông góc với mp(Q): 3x + y + 2z – 5 = 0. b) Lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A(2; 1; 3) ; B(1; – 2 ;1) và song song với đường thẳng d : $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2t \qquad (t\in\mathbb{R}) \\ z=-3-2t \end{cases}$. **Bài 3.4.2**.(Viết phương trình mặt phẳng liên quan đến khoảng cách) a) Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A(2; 1; 2) đến (P) bằng $\frac{1}{\sqrt{3}}$ với d: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{1}$. b) Trong không gian oxyz cho mặt phẳng: (Q): x – 2y + 2z – 3 = 0 và điểm

A(3; 1; 1). Viết phương trình mặt phẳng (P) //mp (Q) và d(A, (P)) = 2

Bài 3.4.3.(Viết phương trình mặt phẳng liên quan đến mặt cầu)

a) Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng: (Q): $x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 19 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) // với (Q) và tiếp xúc với mặt cầu (S).

b) Trong không gian Oxyz , cho mặt phẳng (Q): $x + y - 2z + 4 = 0$ và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) // (Q) và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn(C) có bán kính r = 2.

c) Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 5 = 0$ và $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{4}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d và tiếp xúc với mặt cầu (S).

Bài 3.4.4 (Viết phương trình mặt phẳng liên quan đến góc)

a) Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và tạo với d_2: $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$ một góc bằng 30^0

b) Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng (Q): $x + 2y + z - 3 = 0$ và đường thẳng (d): $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-1}$. Viết phương trình mp(P) chứa (d) và hợp với mp(Q) một góc α thỏa $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

GV: Có thể chuẩn bị một số câu hỏi – đáp nhằm gợi ý, hướng dẫn HS trong quá trình thực hiện phiếu học tập như sau:

Bài 3.4.1.(Viết phương trình mặt phẳng bằng cách xác định vectơ pháp tuyến)

GV: Ta có những cách nào để lập phương trình mặt phẳng?

HS: Cách 1: Xác định một điểm và một VTPT.

Cách 2: Tìm các hệ số của PTTQ.

GV: Theo cách 1, ta cần xác định mấy yếu tố? là những yếu tố nào?

HS: Cần xác định hai yếu tố: một điểm và một VTPT.

GV: Từ điều kiện nào của bài toán em có thể tìm được một điểm thuộc mp(P)? cách tìm?

HS: Từ điều kiện mp(P) chứa d có thể xác định được một điểm thuộc mp(P), một điểm thuộc đường thẳng d thì thuộc mp(P).

GV: Để tìm yếu tố còn lại ta căn cứ vào các điều kiện nào? Một VTPT của mp có thể được xác định bằng những cách nào?

HS: Căn cứ vào các điều kiện (P) chứa d và (P) vuông góc với (Q). Có thể xác định

Cách 1: Tích có hướng của hai véc tơ không cùng phương có giá song song hoặc nằm trong mặt phẳng cần tìm.

Cách 2: Hệ 2 phương trình với ba ẩn là ba thành phần tọa độ của VTPT.

GV: Từ các phân tích trên, nêu cách tìm VTPT?

HS: Cách 1: tích có hướng của hai véc tơ: chỉ phương của d, pháp tuyến của (Q) là một VTPT của (P).

Cách 2: Gọi tọa độ của VTPT, từ (P) chứa d nên $\overrightarrow{n_P} \perp \overrightarrow{u_d}$; $(P) \perp (Q)$ nên $\overrightarrow{n_P} \perp \overrightarrow{n_Q}$

GV: Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A,B ta xác định được vectơ nào của mặt phẳng ?

HS: Xác định 1 VTCP của mp(P)

GV: mp(P) song song với đường thẳng d xác định được thêm yếu tố nào ?

HS: Xác định thêm được 1 VTCP của mp(P)

GV: Vậy có xác định được VTPT của mp(P) chưa ? Hãy viết phương trình mp(P)?

Bài 3.4.2.(Viết phương trình mặt phẳng liên quan đến khoảng cách)

GV: Để lập phương trình mp(P) cần biết những yếu tố nào? Trong bài toán này, ta nên lập phương trình mặt phẳng theo cách nào? Có thể biết ngay yếu tố nào và cần tìm yếu tố nào nữa?

HS: Để lập phương trình mp(P) cần biết một điểm và một VTPT hoặc lập hệ 3 phương trình với bốn ẩn là các hệ số của phương trình tổng quát. Nên lập theo cách 1. Tìm được một điểm thuộc (P) bằng cách lấy bất kỳ một điểm trên d. Cần phải tìm một VTPT của (P) nữa.

GV: Để tìm được VTPT của (P) em dựa vào mấy điều kiện, là các điều kiện nào, các điều kiện ấy có chuyển được thành đẳng thức với tọa độ của VTPT không?

HS: Dựa vào hai điều kiện: (P) chứa d và $d(A,(P)) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ hay $\overrightarrow{n_P}.\vec{u} = 0$

và $d(A,(P)) = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Các điều kiện này chuyển được thành đẳng thức với tọa độ của VTPT.

GV: Hai mặt phẳng (P) // (Q) có nhận xét gì về mặt phẳng (P) cần tìm ?

HS : Vì (P) // (Q) nên phương trình mp (P) có dạng Ax + By +Cz + D' = 0 (trong đó D' $\neq$ D)

GV: Theo đầu bài d(A,(P)) = 2 có xác định được hệ số tự do không ?

HS: Vì d(A,(P)) = 2 nên thay vào ta tìm được D'. Kết luận phương trình mặt phẳng (P)

Bài 3.4.3.(Viết phương trình mặt phẳng liên quan đến mặt cầu)

GV: Xác định tâm I, bán kính R của mặt cầu (S)

HS : Tâm I($-$ 1; 2; 1) và bán kính R = 5

GV: Hai mặt phẳng (P) // (Q) có nhận xét gì về mặt phẳng (P) cần tìm ?

HS: Vì (P) // (Q) nên (P) có dạng Ax + By + Cz + D' = 0 (D' $\neq$ D)

GV: (P) tiếp xúc với (S) chúng ta xác định được hệ số tự do của (P) không ?

HS : Mà (P) tiếp xúc với (S) nên d (I, (P)) = R $\Rightarrow$ tìm được D'

+ Từ đó ta có pt (P) cần tìm

GV: Xác định tâm I, bán kính R của mặt cầu (S)

GV: Nêu công thức tính chu vi và điện tích đường tròn ?

HS : Chu vi đường tròn C = $2\pi r$ và diện tích S = πr^2 tính r.

GV : Dựa vào các điều kiện bài toán đã cho làm thế nào xác định được hệ số tự do của mặt phẳng (P).

HS: d(I,*(P)*) = $\sqrt{R^2 - r^2}$ (1)

+ Vì *(P) // (Q)* nên (*P*) có dạng Ax + By + Cz + D' = 0 (D' $\neq$ D).

+ Suy ra d (I,(P)) (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ D' $\Rightarrow$ phương trình (P).

GV: Xác định tâm I, bán kính R của mặt cầu (S)

GV: Xác định VTCP $\vec{u}_d$, tìm mối liên hệ giữa VTCP $\vec{u}_d$ và VTPT $\vec{n}_{(P)}$.

HS: (d) $\ni M_0(x_0; y_0; z_0)$, VTCP $\vec{u}_d$.

+ Gọi VTPT của mp(P) là $\vec{n}_{(P)}$ = (A; B; C) với điều kiện là $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$.

=> phương trình mp(P) đi qua M_0: $A(x-x_0) + B(y-y_0) + C(z-z_0) = 0$

+ (d) $\subset$ (P) $\Rightarrow \overrightarrow{u_{(d)}}.\overrightarrow{n_{(P)}} = 0$ (1)

+ Mà (P) tiếp xúc với (S) nên d(I,(P)) = R (2)

+ Giải hệ (1) và (2) tìm được A,B theo C $\Rightarrow$ phương trình mp (P).

Bài 3.4.4 (Viết phương trình mặt phẳng liên quan đến góc)

GV: Em có tìm được tọa độ một điểm trên (P) không? Nêu cách tìm?

HS: Có, đó là điểm bất kỳ trên d_1.

GV: Em có tìm được ngay một VTPT của (P) không? Hay có tìm thấy 2 véc tơ không cùng phương và cùng vuông góc với VTPT không? Nếu chưa tìm được trực tiếp thì em phải làm như thế nào?

HS: Không tìm được ngay VTPT của (P) cũng như không thấy ngay 2 véc tơ không cùng phương cùng vuông góc với VTPT của (P). Em gọi tọa độ của VTPT và lập hệ phương trình để tìm tọa độ của VTPT.

GV: Dựa vào mối quan hệ của (P) với hai đường thẳng, em cho biết các đẳng thức véc tơ của VTPT của (P) với các VTCP của 2 đường thẳng? Em có chuyển được đẳng thức véc tơ đó sang đẳng thức tọa độ được không?

HS: $\vec{n}_P.\vec{u_1} = 0$, $\left|\cos(\overrightarrow{n_p}, \overrightarrow{u_2})\right| = \sin 30^0$ với $\vec{n}_P, \overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}$ lần lượt là một VTPT của (P), chỉ phương của d_1, d_2. Có chuyển được sang đẳng thức tọa độ.

GV: Xác định VTCP của đường thẳng d và VTPT của mặt phẳng (P)

HS: Gọi VTPT của mp (P) là $\vec{n}_{(P)}$ = (A ; B; C) với điều kiện là $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$.

(d) $\ni M_0(x_0;y_0;z_0)$, VTCP $\vec{u}_d$

GV: Tìm mối liên hệ giữa hai vectơ này ?

HS : Vì d $\subset$ (P) $\Rightarrow \vec{u}_d.\overrightarrow{n_p} = 0$ (1)

GV: Cho biết góc giữa hai mặt phẳng ta xác định được yếu tố nào ?

HS : cos ((P),(Q)) = $\cos\alpha$ (2)

+ Giải (1) ; (2) ta tìm được A,B theo C từ đó chọn A,B,C đúng tỉ lệ, ta viết được phương trình mp(P).

Tóm tắt lời giải các bài toán trong phiếu học tập 3.4.

Bài 3.4.1

a) Ta có: $\overrightarrow{n_P} = \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{n_Q}\right] = (3;1;-5) \neq \vec{0}$ vì $\overrightarrow{n_P} \perp \overrightarrow{u_d}; \overrightarrow{n_P} \perp \overrightarrow{n_Q}$ nên $\overrightarrow{n_P}$ là 1 VTPT của (P). $M(2;-2;0) \in d$ nên $M \in (P)$.

Vậy $(P): 3(x-2) + 1(y+2) - 5z = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 5z - 4 = 0$

b) mp(P) đi qua A,B nên $\overrightarrow{BA}(1;3;2)$ là một VTCP của mp(P). Mặt khác mp(P) song song với đường thẳng d $\Rightarrow$ VTCP$\overrightarrow{u_d}$ của (d) cũng là 1 VTCP của (P). Như vậy VTPT của (Q) : $\overrightarrow{n_Q} = \left[\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{u_d}\right] = (-10;4;-1)$ nên $(P): 10x - 4y + z - 19 = 0$

Bài 3.4.2.*(* Viết phương trình mặt phẳng liên quan đến khoảng cách)

a) $M(1;1;2) \in d$ nên $M(1;1;2) \in (P); \vec{u}(2;-1;1)$ là 1 VTCP của d.

Gọi $\overrightarrow{n_P}(a;b;c)$ với $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$ là 1 VTPT của (P).Khi đó (P):

$a(x-1) + b(y-1) + c(z-2) = 0.$

Vì (P) chứa d nên $\overrightarrow{n_P} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{n_P}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2a - b + c = 0$ (1)

Vì $d(A,(P)) = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \dfrac{|a|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Từ (1) ta có: b = 2a + c thế vào (2) và bình phương 2 vế ta được

$3a^2 = a^2 + (2a+c)^2 + c^2 \Leftrightarrow (a+c)^2 = 0$ hay a + c = 0.

Chọn a = 1 thì c = – 1; b = 1. Vậy phương trình mp (P): x + y – z = 0.

b) Vì (P) // (Q) nên phương trình mp (P): x – 2y + 2z + D = 0 (D $\neq$ – 3).

$$d(A,(P)) = 2 \Leftrightarrow \frac{|3+D|}{3} = 2 \Leftrightarrow |3+D| = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D = -9 \\ D = 3 \end{array}\right.$$

Vậy $(P_1): x - 2y + 2z - 9 = 0$ và $(P_2): x - 2y + 2z + 3 = 0$

Bài 3.4.3.(Viết phương trình mặt phẳng liên quan đến mặt cầu)

a) (S): $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 25 \Rightarrow I(-1;2;1)$ và bán kính R = 5

Vì (P) // (Q) $\Rightarrow$ (P): x $-$ 2y + 2z + D = 0 $(D \neq -3)$ mp(P) tiếp xúc với mặt cầu (S)

$$\Rightarrow d(I,(P)) = R \Leftrightarrow \frac{|D-3|}{3} = 5 \Leftrightarrow |D-3| = 15.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D = 18 \Rightarrow (P_1): x - 2y + 2z - 12 = 0 \\ D = -12 \Rightarrow (P_2): x - 2y + 2z + 18 = 0. \end{array}\right.$$

b) (S): $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9 \Rightarrow$ Tâm I (1; -2; -1), bán kính R = 3

Vì *(P) // (Q)* $\Rightarrow$ (P): x + y $-$ 2z + D = 0 $(D \neq 4)$.

$$d(I,(P)) = \sqrt{R^2 - r^2} \Leftrightarrow |1+D| = \sqrt{30} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D = -1+\sqrt{30} \Rightarrow (P):\ x+y-2z-1+\sqrt{30} = 0 \\ D = -1-\sqrt{30} \Rightarrow (P):\ x+y-2z-1-\sqrt{30} = 0 \end{array}\right.$$

c) (S): $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9 \Rightarrow$ tâm I (1; -2 ; 3), bán kính R = 3

(d) $\ni M_0(1;0;-2)$, VTCP $\overrightarrow{u_{(d)}} = (-1;1;4)$

Gọi VTPT của mp (P) là $\vec{n}_{(P)}$ = (A; B; C) với điều kiện là $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$

$\Rightarrow$ mp(P) đi qua điểm M_0:

(P): A(x $-$ 1) + B(y $-$ 0) + C(z + 2) = 0 $\Leftrightarrow$ Ax + By + Cz $-$ A + 2C = 0

(d) $\subset$ (P) $\Rightarrow \overrightarrow{u_{(d)}}.\overrightarrow{n_{(P)}} = 0 \Leftrightarrow -A + B + 4C = 0 \Rightarrow A = B + 4C$ (1) (P) tiếp xúc với (S)

nên d(I,(P))= R $\Leftrightarrow |5C - 2B| = 3\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$ (2) .Vậy từ (1) và (2) ta có:

$$\Rightarrow |5C - 2B| = 3\sqrt{2B^2 + 8BC + 17C^2} \Leftrightarrow 14B^2 + 92BC + 128C^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} B = -2C \\ B = \dfrac{-32}{7}C \end{array}\right.$$

*B = -2C ; B= -2; C =1 $\Rightarrow$ A = 2 $\Rightarrow$ (P): 2x $-$ 2y + z =0.

*B = $\dfrac{-32}{7}$C ; B=32; C= $-7 \Rightarrow$ A = 4 $\Leftrightarrow$ (P): 4x + 32y $-$ 7z $-$ 18 = 0 .

Bài 3.4.4 (Viết phương trình mặt phẳng liên quan đến góc)

a) $M(1;0;-1) \in d$ nên $M \in (P)$. Gọi $\overrightarrow{n_P}(a;b;c)$ ($a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$) là VTPT của (P).

Ta có: $\overrightarrow{u_1}(1;-1;1)$, $\overrightarrow{u_2}(2;1;-1)$ lần lượt là 1 VTCP của d_1, d_2. Vì mp(P) chứa d nên $\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{u_1}=0 \Leftrightarrow a-b+c=0$ (1)

Vì mp (P) tạo với d_2 góc 30^0 nên $\sin 30^0 = \left|\cos(\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{u_2})\right|$ hay $\dfrac{|2a+b-c|}{\sqrt{6}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{1}{2}$.

(2)

Từ (1) ta có: b = a + c thế vào (2) và bình phương 2 vế của (2) ta được:

$4(2a+a+c-c)^2=6\left[a^2+(a+c)^2+c^2\right] \Leftrightarrow 2a^2-ac-c^2=0$. (*)

Nếu c = 0 thì a = 0 do đó b = 0 (loại)

Nếu $c \neq 0$ thì chia 2 vế của (*) cho c^2 ta được: $2x^2 - x - 1 = 0$ với x = a/c.

Ta được x = 1 hoặc x = – 1/2.

Chọn a =1 thì c =1 hoặc c = – 2. Với c =1 thì b = 2, với c = – 2 thì b = – 1

TH1: $\overrightarrow{n_P}(1;2;1)$ thì (P): 1(x – 1) + 2(y – 0) + 1(z + 1) = 0 hay x + 2y + z = 0

TH2: $\overrightarrow{n_P}(1;-1;-2)$ thì (P): 1(x – 1) – 1(y – 0) – 2(z + 1) = 0 hay x – y – 2z – 3 = 0.

KL: Vậy có hai phương trình mặt phẳng (P): x + 2y + z = 0 và x – y – 2z – 3 = 0.

b) Gọi VTPT của mp (P) là $\vec{n}_{(P)}$ = (A; B; C) với điều kiện là $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$

(d) $\ni M_0(-1;2;-3)$, VTCP $\overrightarrow{u_{(d)}}=(1;-1;-1)$

Vì d $\subset$ (P) $\Rightarrow \vec{u}_d.\vec{n}_{(P)}=0 \Leftrightarrow A-B-C=0 \Rightarrow A=B+C$.(1)

$\cos\left((P),(Q)\right)=\cos\alpha \Leftrightarrow \left|\cos(\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{n_{(Q)}})\right|=\dfrac{\sqrt{3}}{6} \Leftrightarrow \dfrac{|A+2B+C|}{\sqrt{6}\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

$\Leftrightarrow \sqrt{6}|A+2B+C|=\sqrt{3}\sqrt{A^2+B^2+C^2}$. (2)

Từ (1) và (2) ta có : $8B^2+11B+3C^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} B=-C \\ B=\dfrac{-3}{8}C \end{array}\right.$

*$B=-C$ chọn $B=1; C=-1 \Rightarrow A=0 \Rightarrow (P): y-z-5=0$

*$B=-\dfrac{3}{8}C$ chọn $B=3; C=-8 \Rightarrow A=-5 \Rightarrow (P): -5x+3y-8z-35=0$

Các bài toán luyện tập :

Bài 2.2.2.1. Cho A(2; 1; 3) và hai mặt phẳng (Q): $2x + 2y + z - 9 = 0$, (R): $x - 2y + z + 1 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với hai mặt phẳng (Q), (R).

Bài 2.2.2.2. Lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng (Q): $2x + 2y - z + 1 = 0$, (R): $x - 2y + z + 1 = 0$.

Bài 2.2.2.3. Cho A(0; 2; − 1), B(2; 4; − 3). Lập phương trình mp (P) chứa đường thẳng d_1: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và tạo với AB một góc bằng 30^0.

Bài 2.2.2.4. Cho A(1; 0; − 1), B(3; − 2 ;1) ,C(0; 2; − 1), D(2 ; 4; − 3). Lập phương trình mp (P) đi qua hai điểm A, B và tạo với CD một góc bằng 30^0.

Bài 2.2.2.5. Cho hai đường thẳng (d) và (Δ) lần lượt có phương trình:

(d): $x = \frac{y-2}{-1} = z$ và (Δ) : $\frac{x-2}{2} = y - 3 = \frac{z+5}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa (d) và hợp với (Δ) một góc 30^0.

Bài 2.2.2.6. Cho d_1: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$, d_2: $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Lập phương trình mp (P) chứa đường thẳng d_1, song song với d_2 sao cho khoảng cách từ d_2 đến (P) bằng $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Bài 2.2.2.7. Cho A(2; 1; 1) và d: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Lập phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d và khoảng cách từ A đến (P) bằng 3.

Bài 2.2.2.8. Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 6 = 0$, d: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = 1 + t \end{cases}$

Lập phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với d và tiếp xúc với (S).

Bài 2.2.2.9. Cho d_1: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$ và d_2: $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Lập phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d_1 và khoảng cách từ d_2 đến (P) bằng 3.

Bài 2.2.2.10. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng (d) : $\frac{x-3}{3}=\frac{y}{-1}=\frac{z-4}{1}$ và mặt cầu (S) : $x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$. Viết phương trình mp (P) chứa (d) và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính $r=\sqrt{6}$.

2.2.3. Thiết kế tình huống khám phá trong giải toán viết phương trình đường thẳng trong không gian

Theo chương trình hiện hành, trong sách giáo khoa không trình bày về PTTQ của đường thẳng (giao tuyến của hai mặt phẳng) nên việc xác định phương trình đường thẳng quy về xác định hai yếu tố: một điểm và một VTCP.

Với dạng toán về lập phương trình đường thẳng, chúng tôi đề xuất một số câu hỏi, gợi ý, hướng dẫn HS như sau:

- Có thể xác định VTCP của đường thẳng bằng những cách nào?

Cách 1: Hai điểm phân biệt thuộc đường thẳng.

Cách 2: VTCP vuông góc với hai véc tơ không cùng phương đã biết.

Cách 3: Giải hệ 2 phương trình với ba thành phần tọa độ của VTCP.

- Điều kiện hai đường thẳng cắt nhau? (chúng có điểm chung duy nhất)

- Với bài toán lập phương trình đường thẳng liên quan đến đường thẳng đó cắt một đường thẳng cho trước ta có thể đưa về bài toán dạng nào?

(Đưa về bài toán tìm giao điểm của đường thẳng đó với đường thẳng cho trước.)

- Với bài toán lập phương trình đường thẳng liên quan đến giao điểm của nó với một đường thẳng khác ta có thể xác định được tọa độ giao điểm đó bằng cách nào?

(Gọi tọa độ của điểm theo phương trình tham số của đường thẳng đã cho và xác định giá trị của tham số đó.)

Tình huống đặt ra trong phiếu học tập sau:

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 3.5

Bài 3.5.1.(Viết phương trình đường thẳng bằng cách xác định vectơ chỉ phương)

a) Viết phương trình tham số của d biết d đi qua điểm M(3; 1; 5) và song song với hai mặt phẳng (P): $2x + 3y - 2z + 1 = 0$ và (Q): $x - 3y + z - 2 = 0$.

b)Viết phương trình đường thẳng d đi qua M(2;1;0), cắt và vuông góc với $\Delta: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{-1}$.

Bài 3.5.2.(Viết phương trình đường thẳng liên quan đến một đường thẳng khác)

Viết phương trình tham số của đường thẳng d trong các trường hợp sau:

a) Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A(1; 2; −3), song song với (P): $2x - y + z - 1 = 0$ đồng thời vuông góc với d': $\Delta: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{2}$.

b) d đi qua điểm M(−2; 1; 3), song song với mặt phẳng (Oxz) và vuông góc với d': $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$ (t là tham số).

Bài 3.5.3.(Viết phương trình đường thẳng liên quan đến hai đường thẳng khác)

a) Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A(1; −1; 1) và cắt hai đường thẳng d_1: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$ và d_2: $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-3}{-2} = \dfrac{z}{1}$.

b) Viết phương trình tham số của đường thẳng d biết d đi qua điểm M(2; −3; 4), vuông góc với d_1: $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 3 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ (t là tham số) và d_2: $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{5} = \dfrac{z+3}{3}$.

Bài 3.5.4.(Viết phương trình đường thẳng liên quan đến khoảng cách)

a) Cho đường thẳng d: $\dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z+1}{-1}$ và mp(P): $x + y + z + 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mp(P), vuông góc với d và khoảng cách từ giao điểm M của d và (P) đến Δ bằng $\sqrt{42}$.

b) Cho đường thẳng (d) : $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 3 + 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$ và mặt phẳng (P) : $-x + y + 2z + 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) nằm trong (P), song song với (d) và cách (d) một khoảng là $\sqrt{14}$.   .

GV: Có thể chuẩn bị một số câu hỏi – đáp nhằm gợi ý, hướng dẫn HS trong quá trình thực hiện phiếu học tập như sau:

Bài 3.5.1.(Viết phương trình đường thẳng bằng cách xác định vectơ chỉ phương)

GV: Hãy xác định VTPT của mp(P), mp(Q) ?

HS : $\vec{n}_P = (2; 3; -2)$; $\vec{n}_Q = (1; -3; 1)$

GV : Đường thẳng d song song với hai mp(P) và mp(Q) . Vậy có xác định được VTCP của đường thẳng d ?

HS : VTCP của d là $\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (-3; -4; -9)$

GV: Vậy phương trình đường thẳng d đã được xác định chưa ?

GV: Giả sử theo giả thiết d và Δ cắt nhau tại H vậy H có thuộc Δ không ? Hãy xác định tọa độ H ?

HS : Có, $H \in \Delta$ nên tọa độ H(1+2t; – 1+t; – t).

GV: $d \perp \Delta$ hãy tìm mối quan hệ giữa $\overrightarrow{MH}$ và VTCP của đường thẳng Δ ?

HS: $\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{u_\Delta} = 0$.

GV : Xác định tọa độ của VTCP của đường thẳng d là vectơ $\overrightarrow{MH}$.

Bài 3.5.2.(Viết phương trình đường thẳng liên quan đến một đường thẳng khác

GV: Để viết phương trình đường thẳng d, em đã biết yếu tố nào và cần xác định yếu tố nào? (Biết 1 điểm thuộc d, cần xác định tọa độ một VTCP của d).

GV: Xem xét các giả thiết còn lại, có mối liên hệ nào giữa VTCP của d với các yếu tố của (P) và d’ không? Đó là liên hệ như thế nào?

HS: d//(P) thì VTCP của d vuông góc với VTCP của (P); $d \perp d'$ thì VTCP của d vuông góc với VTCP của d'.

GV: Tương tự như với phần lập phương trình mặt phẳng, mối liên hệ trên có giúp em xác định được tọa độ một VTCP của d không? Nếu có hãy nêu cách xác định?

HS: Có, tích có hướng của một VTPT của (P) và 1 VTCP của d nếu khác véc tơ $\vec{0}$ sẽ là một VTCP của d

GV : Tương tự như ý a. Chúng ta cần xác định yếu tố nào ?

HS: Cần xác định phương trình của mp(oxz)?

GV: Hãy xác định phương trình mp(oxz)

HS: y = 0

GV: Giải tương tự như ý a ?

Bài 3.5.3.(Viết phương trình đường thẳng liên quan đến hai đường thẳng khác)

GV: Để viết phương trình đường thẳng d cần xác định thêm yếu tố nào nữa?

HS: 1 VTCP.

GV: Trong bài toán này, em có tìm được ngay một VTCP của d hay không?

HS : Không

GV: Theo yêu cầu đề bài, điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau là gì?

HS: Điều kiện hai đường thẳng cắt nhau là chúng có điểm chung duy nhất?

GV: Nếu tìm được giao điểm của d với d_1, d_2 thì có thể tìm được VTCP của d không? Nêu một cách xác định VTCP của d.

HS: Có, d qua A và qua hai giao điểm M,N nữa nên $\overrightarrow{AM}$ là một VTCP của d.

GV: Như vậy, nếu tìm được một trong hai giao điểm M, N thì tìm được VTCP. Vấn đề bây giờ là ta có thể tìm được giao điểm đó không. Tạm thời bỏ qua điều kiện duy nhất, nếu M là giao điểm của d với d_1 thì M phải thỏa mãn những điều kiện gì?

HS: M nằm trên d và d_1, M nằm trên d_1 thì tọa độ M thỏa mãn phương trình đường thẳng d_1.

GV: Em có thể nêu điều kiện tương tự với điểm N không? Đó là điều kiện gì?

HS: N nằm trên d và d_2, N nằm trên d_2 thì tọa độ N thỏa mãn phương trình đường thẳng d_2.

GV: Quay lại điều kiện M, N nằm trên d, đường thẳng d còn thỏa mãn điều kiện nào nữa.

HS: d qua A.

GV: Điều kiện ba điểm cùng nằm trên d là gì?

HS: Hai véc tơ $\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AN}$ cùng phương.

GV: Tìm M, N đưa về tìm các ẩn nào? Dựa vào điều kiện nào để có thể tìm được các ẩn này?

HS: Đưa về tìm các tham số t, u của d_1, d_2. Dựa vào $\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AN}$ cùng phương để tìm các tham số.

GV: Điều kiện $\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AN}$ cùng phương là gì?

HS: $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AN}$ hoặc $\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AN}\right] = \vec{0}$

GV: Khi đó em có hệ phương trình mấy ẩn? Hệ này có thể đưa về hệ quen thuộc đã biết cách giải không?

HS: Nếu sử dụng $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AN}$ thì hệ phương trình có 3 ẩn t,u,k. Có thể đưa về hệ bậc nhất với 3 ẩn t,u,ku. Nếu sử dụng $\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AN}\right] = \vec{0}$ thì hệ phương trình có 2 ẩn t,u, hệ này có thể đưa về hệ phương trình bậc nhất với 3 ẩn t,u,ku.

GV: Làm tiếp và trình bày cách giải.

GV: Để viết phương trình đường thẳng d ở phần b cần xác định thêm yếu tố nào nữa?

HS: Một VTCP.

GV: Với giả thiết đã cho thì ta có xác định được VTCP của đường thẳng d không

HS : Có vì d $\perp d_1$ và $d \perp d_2$ nên VTCP của d là $\vec{u} = [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] = (-7; 13; -17)$.

GV : Hãy viết phương trình đường thẳng d

Bài 3.5.4.(Viết phương trình đường thẳng liên quan đến khoảng cách)

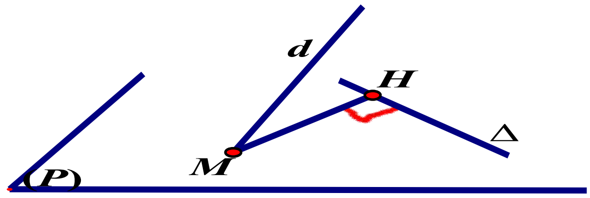
GV: Xác định cái đã cho và cái cần tìm của bài toán ?

HS: Cái đã cho: đường thẳng d, mp(P), quan hệ $\Delta \subset (P), \Delta \perp d, d(M,\Delta) = \sqrt{42}$.

Cái cần tìm: lập phương trình đường thẳng Δ.

GV: Em có thể vẽ hình minh họa bài toán được không?

HS: Vẽ hình.



Hình 5

GV: Để lập phương trình đường thẳng Δ ta cần xác định những yếu tố nào?

HS: Một điểm trên Δ và 1 VTCP của Δ.

GV: Phân tích từng điều kiện, em thấy tìm yếu tố nào dễ hơn? Nêu cách tìm.

HS: $\Delta \subset (P)$ $\overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{n_P}, \Delta \perp d$ và $\overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{u_d}, d(M,\Delta) = \sqrt{42}$ nên $MH = \sqrt{42}$ với H là hình chiếu của M trên Δ. Tìm VTCP dễ hơn, $\left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{n_P}\right]$ là 1 VTCP của Δ .

GV: Như thế các em đã biết cách tìm VTCP, vấn đề còn lại là tìm một điểm trên Δ. Dựa vào yếu tố khoảng cách, em liên tưởng đến tìm tọa độ điểm nào trên Δ?

HS: Tìm H là hình chiếu của M trên Δ.

GV: Điểm H thỏa mãn những điều kiện nào?

HS: H là hình chiếu của M trên Δ và $MH = \sqrt{42}$.

GV: Trong các điều kiện đó, tạm thời bỏ qua điều kiện $MH = \sqrt{42}$. Em có thể lập được đường thẳng MH không? Nêu cách lập.

HS: Cách lập MH: đường thẳng MH đi qua điểm M và nhận $\vec{u} = \left[\overrightarrow{u_\Delta}, \overrightarrow{n_P}\right]$ là 1 VTCP.

GV: Từ đó em có thể tìm tọa độ điểm H bằng cách như thế nào ?

HS: Gọi tọa độ điểm H trên MH rồi tính MH, thay vào $MH = \sqrt{42}$ để tìm H

GV: Tương tự như câu a ở ý b các em có nhận xét gì khi khi thay đổi điều kiện là đường thẳng (Δ) nằm trong (P), song song với (d) và cách (d) một khoảng là $\sqrt{14}$.

HS: Do $(\Delta) // (d)$ và cách (d) một khoảng $\sqrt{14}$ nên ta xác định phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng này.

GV: Gọi d_1 là đường thẳng qua A và vuông góc với d. Hãy xác định VTCP của d_1

HS: Gọi $\vec{u}$ là VTCP của d_1 ta có $\begin{cases} \vec{u} \perp \overrightarrow{u_d} \\ \vec{u} \perp \overrightarrow{u_P} \end{cases}$ nên VTCP $\vec{u} = \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_P}\right] = (3;-9;6)$.

GV: Hãy xác định 1 điểm thuộc d_1 và dựng (Δ) đi qua điểm này và thỏa mãn điều kiện bài toán ?

HS: (Δ) là đường thẳng qua $M \in d_1$ và song song với (d) .

GV: Dựa vào $AM = \sqrt{14}$ để xác định tọa độ điểm M không ?

HS : $\text{Có}, AM = \sqrt{14} \Leftrightarrow \sqrt{9t^2 + 81t^2 + 36t^2} = \sqrt{14} \Leftrightarrow 9t^2 = 1 \Leftrightarrow t = \pm\frac{1}{3}$.

GV: Vậy đường thẳng (Δ) đã xác định chưa ?

Tóm tắt lời giải các bài toán trong phiếu học tập 3.4.

Bài 3.5.1 *(*Viết phương trình đường thẳng bằng cách xác định vectơ chỉ phương)

a) Ta có $\vec{n}_P = (2; 3; -2)$; $\vec{n}_Q = (1; -3; 1)$ lần lượt là VTPT của hai mp (P) và (Q). Do d //(P) và d//(Q) nên véctơ chỉ phương của d là $\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (-3; -4; -9)$.

$\Rightarrow$ Phương trình tham số của d là: $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = 1 - 4t \\ z = 5 - 9t \end{cases}$ *(t là tham số).*

b) $\overrightarrow{u_\Delta}(2;1;-1)$ gọi $H = d \cap \Delta$ do $H \in \Delta$ nên có thể giả sử H(1+2t; – 1+t; – t)

$\Rightarrow \overrightarrow{MH} = (2t-1; t-2; -t)$.

$\overrightarrow{MH} \perp \overrightarrow{u_\Delta} \Leftrightarrow 2(2t-1) + (t-2) - (-t) = 0$

$\Leftrightarrow t = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \overrightarrow{u_d} = 3\overrightarrow{MH} = (1;-4;-2)$

$\Rightarrow d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = -2t. \end{cases}$

Bài 3.5.2. (Viết phương trình đường thẳng liên quan đến một đường thẳng khác)

a) $\overrightarrow{n_P}(2;-1;1); \vec{u}'(2;1;2)$ lần lượt là 1 VTPT của (P) và 1 VTCP của d’

$\vec{u} = \left[\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{u'}\right] = (-3;-2;4) \neq \vec{0}$ là 1 VTCP của d và d qua A(1; 2; − 3) và nhận $\vec{u}$ là 1 VTCP nên có pt: $\dfrac{x-1}{-3} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+3}{4}$.

b) Ta có : - VTPT của (Oxz) là $\vec{j}$ = (0; 1; 0).

- VTCP của d' là $\overrightarrow{u'}$ = (3; − 1; 2).

Do d//(Oxz) và d$\perp$d' $\Rightarrow$ VTCP của d là $\vec{u} = [\vec{j}, \overrightarrow{u'}]$ = (2; 0; − 3).

$\Rightarrow$ Phương trình tham số của d là: $\begin{cases} x = -2 + 2t' \\ y = 1 \\ z = 3 - 3t' \end{cases}$ *(t' là tham số)*

Bài 3.5.3.(Viết phương trình đường thẳng liên quan đến hai đường thẳng khác)

a) Gọi M,N lần lượt là giao điểm của d với d_1, d_2.

Vì $M \in d_1$ nên gọi M(1+ 2t; t; 3 − t), $N \in d_2$ nên gọi N(− 2 + u; 3 − 2u; u)

ta có $\overrightarrow{AM} = (2t; t+1; 2-t)$ và $\overrightarrow{AN} = (-3+u; 4-2u; u-1)$

Do A,M,N thẳng hàng nên $\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{AN}$ cùng phương hay $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AN}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2t + 3k - ku = 0 \\ t - 4k + 2ku = -1 \\ t - k + ku = 2 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -\dfrac{3}{2} \\ k = \dfrac{15}{4} \\ ku = \dfrac{27}{4} \end{cases}$ vậy $\overrightarrow{AM} = (-3; -\dfrac{1}{2}; \dfrac{7}{2})$ do đó d đi qua A và nhận $\overrightarrow{AM} = (-6; -1; 7)$ là một VTCP nên d : $\dfrac{x-1}{-6} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-1}{7}$.

b) Ta có : VTCP của d_1 là $\overrightarrow{u_1}$ = (− 3; 1; 2) và VTCP của d_2 là $\overrightarrow{u_2}$ = (2; 5; 3)

Do d $\perp d_1$ và d$\perp d_2$ $\Rightarrow$ VTCP của d là $\vec{u} = [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}]$= (− 7; 13; − 17)

$\Rightarrow$ Phương trình tham số của d là: $\begin{cases} x = 2 - 7t \\ y = -3 + 13t \\ z = 4 - 17t \end{cases}$ *(t là tham số).*

Bài 3.5.4.(Viết phương trình đường thẳng liên quan đến khoảng cách)

a) Tọa độ M thỏa mãn phương trình d và (P) nên M(1; − 3; 0).

$\overrightarrow{u_d} = (2;1;-1)$, $\overrightarrow{n_P} = (1;1;1)$ lần lượt là một VTCP của d, một VTPT của (P).

Do $\Delta \perp d$, $\Delta \subset (P)$ nên $\overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{n_P}\right] = (2;-3;1)$ là một VTCP của Δ.

Gọi H là hình chiếu của M trên Δ, đường thẳng $MH \perp \Delta$ và $MH \subset (P)$ nên MH nhận $\vec{u} = \left[\overrightarrow{u_\Delta}, \overrightarrow{n_P}\right] = (-4;-1;5)$ là một VTCP. Do đó MH : $\dfrac{x-1}{-4} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z}{5}$

Gọi H(1 − 4t; − 3 − t; 5t) $\in$ MH. Vì $MH = \sqrt{42}$ nên $42t^2 = 42$ hay t = 1 hoặc t = − 1. Với t = 1 thì H(− 3; − 5; 5), với t = − 1 thì H(5; − 2; − 5). Vậy có 2 đường thẳng cần lập: Δ: $\dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+5}{-3} = \dfrac{z-5}{1}$ hoặc Δ: $\dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y+2}{-3} = \dfrac{z+5}{1}$.

b) Chọn A(2; 3; − 3), B(6; 5; − 2) thuộc (d), mà thấy rằng $A, B \in (P)$ nên $(d) \subset (P)$.

Gọi $\vec{u}$ là VTCP của $(d_1) \subset (P)$, qua A và vuông góc với (d) thì $\begin{cases} \vec{u} \perp \overrightarrow{u_d} \\ \vec{u} \perp \overrightarrow{u_P} \end{cases}$

Nên ta chọn $\vec{u} = \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_P}\right] = (3;-9;6)$.

Phương trình của đường thẳng (d_1) : $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 - 9t \\ z = -3 + 6t \end{cases}$

Lấy $M(2+3t; 3-9t; -3+6t) \in (d_1)$. (Δ) là đường thẳng qua M và song song với (d) theo đề : $AM = \sqrt{14} \Leftrightarrow \sqrt{9t^2 + 81t^2 + 36t^2} = \sqrt{14} \Leftrightarrow 9t^2 = 1 \Leftrightarrow t = \pm\dfrac{1}{3}$.

Với $t = \dfrac{1}{3} \Rightarrow M(1;6;-5) \Rightarrow (\Delta): \dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y-6}{2} = \dfrac{z+5}{1}$.

Với $t = -\dfrac{1}{3} \Rightarrow M(3;0;-1) \Rightarrow (\Delta): \dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+1}{1}$.

Các bài toán luyện tập :

Bài 2.2.3.1. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, viết phương trình tham số của đường thẳng d trong các trường hợp sau:

a) d đi qua điểm A(2; − 5; 3) và song song với d' $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 5 - 3t \end{cases}$ *(t là tham số)*

b) d đi qua điểm B(4; − 2; 2) và song song với d': $\dfrac{x+2}{4} = \dfrac{y-5}{2} = \dfrac{z-2}{3}$.

c) d đi qua điểm M(0; 2; 1) và song song với đường thẳng AB trong đó A(5; 3; 2), B(2; 1 ; − 2).

d) d đi qua điểm P(2; 3; 4) và song song với trục Ox.

Bài 2.2.3.2. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A(1; 2; − 3) và

a) Vuông góc với hai đường thẳng d_1: $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{2}$ và d_2: $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{-2}$.

b) Nằm trong (P): 2x – y + z + 3 = 0 và vuông góc với d': $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{-2}$.

Bài 2.2.3.3. Viết phương trình đường thẳng d đi qua giao điểm của

d': $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{-2}$ và (P): x – y + 2z − 4 = 0 đồng thời nằm trong (P), vuông góc với d'.

Bài 2.2.3.4. Viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng

d_1: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$ và d_2: $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z-1}{3}$.

Bài 2.2.3.5. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho điểm A(− 4; − 2; 4) và đường thẳng

d: $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$, viết phương trình đường thẳng d' đi qua điểm A, cắt và vuông góc với đường thẳng d.

Bài 2.2.3.6. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, viết phương trình tham số của đường thẳng d biết d vuông góc với mặt phẳng (P): x + 2y + z + 2 = 0 đồng thời cắt cả hai đường thẳng :

d_1: $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ và d_2: $\begin{cases} x = 2 - t' \\ y = 3 + t' \\ z = 4 + 2t' \end{cases}$ (t và t' là tham số).

Bài 2.2.3.7. Viết phương trình tham số của d biết d song song với hai mặt phẳng (P): x + 2y – z +1 = 0 và (Q): − x – y + 2z − 2 = 0 đồng thời cắt hai đường thẳng

d_1: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$, d_2: $\begin{cases} x = 3 - t' \\ y = 1 + 2t' \\ z = 2 - t' \end{cases}$.

Bài 2.2.3.8. Cho M(0, − 1; − 1), đường thẳng d: $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mp(P): x + y + z + 2 = 0. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mp(P), vuông góc với d và khoảng cách từ M đến Δ bằng $\sqrt{42}$.

Bài 2.2.3.9. Cho M(1; 0; 0), đường thẳng d: $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mp(P): x + y + z + 2=0. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mp(P), vuông góc với d và khoảng cách từ M đến Δ bằng $\sqrt{45}$.

Bài 2.2.3.10. Cho đường thẳng d: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d' biết d song song với d', $M(3a;-1;-2) \in d'$ và khoảng cách giữa d và d' bằng $\sqrt{6}$.

2.2.4. Thiết kế tình huống khám phá trong giải toán liên quan tới giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của một đại lượng hình học trong không gian

Phương pháp chung:

Cách 1: Đưa về bài toán tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức.

Cách 2: Sử dụng tính chất hình học.

Tình huống đặt ra trong phiếu học tập sau:

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 3.6

Bài 3.6.1. Lập phương trình mặt cầu

a) Cho hai điểm A(2; 1; 3), B(1; − 1; 1), gọi (α) là mặt phẳng qua A. Trong các mặt cầu tâm A và tiếp xúc với (α), hãy viết phương trình mặt cầu (S) có bán kính lớn nhất.

b) Cho đường thẳng d: $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$. Trong các mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng d và trục Ox, hãy viết phương trình mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất.

Bài 3.6.2. Lập phương trình mặt phẳng

a) Lập phương trình mặt phẳng (P) qua điểm A(1; 4; 2) sao cho khoảng cách từ B(-1; 2; 4) đến (P) lớn nhất.

b) Cho hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+1}{-2}, d_2 : \dfrac{x}{-2} = \dfrac{y-3}{-4} = \dfrac{z-1}{4}$.

Trong các mặt phẳng chứa d_1, hãy viết phương trình mặt phẳng (α) sao cho khoảng cách giữa d_2 và (α) là lớn nhất.

Bài 3.6.3. Lập phương trình đường thẳng

Cho hai điểm A(2; 1; − 1), B(− 1; 2; 0) và đường thẳng d: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$

a) Viết phương trình đường thẳng Δ_1 đi qua B cắt d sao cho khoảng cách từ A đến Δ_1 lớn nhất.

b) Viết phương trình đường thẳng Δ_2 đi qua B cắt d sao cho khoảng cách từ A đến Δ_2 nhỏ nhất.

Bài 3.6.4. Dạng toán tìm điểm

Cho đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-3}{1}$ và các điểm

A(0; 1; − 2), B(2; − 1; 2), C(4; 3; 3). Hãy tìm điểm M trên d sao cho

a) $MA^2 - 2MB^2$ có giá trị lớn nhất

b) $MA^2 + MB^2 + MC^2$ có giá trị nhỏ nhất

GV: Có thể chuẩn bị một số câu hỏi – đáp nhằm gợi ý, hướng dẫn HS trong quá trình thực hiện phiếu học tập như sau :

Bài 3.6.1. Lập phương trình mặt cầu

GV: Xác định cái cần tìm, cái cần tìm đó thỏa mãn những điều kiện gì?

HS: Cần lập phương trình mặt cầu thỏa mãn 2 điều kiện: tiếp xúc với (α) , bán kính lớn nhất.

GV: Em có thể vẽ hình minh họa được không? (Có)

GV: Mặt cầu (S) có tâm A, có xác định được bán kính mặt cầu không ?

HS: Mặt cầu (S) tiếp xúc với (α) nên (d(A,(α)) = R

GV: Để bán kính mặt cầu lớn nhất khi nào ?

HS: Lớn nhất khi (α) qua B và vuông góc với AB

GV : Vậy có xác định được mặt phẳng (α) không ? Hãy viết phương trình mp (α)

HS : Có, $\overrightarrow{BA} = (1;\ 2;\ 2)$ là VTPT của mp (α), phương trình x + 2y + 2z – 1 = 0

GV: Hãy viết phương trình mặt cầu ?

GV: ở phần b) Xác định cái đã biết và cái cần tìm, cái cần tìm đó thỏa mãn những điều kiện gì ?

HS: Mặt cầu tiếp xúc với d và trục Ox, giả sử tiếp xúc lần lượt tại các điểm M,N.

GV: Liên hệ GTNN của 2R = IM + IN với MN ? (2R nhỏ nhất khi và chỉ khi MN nhỏ nhất)

HS : 2R = IM + IN $\geq$ MN

GV: Giá trị nhỏ nhất của 2R bằng bao nhiêu? Khi nào xảy ra dấu bằng?

HS: 2R = MN khi và chỉ khi MN nhỏ nhất hay MN là đoạn vuông góc chung của d và Ox.

GV: Như vậy em đã tìm được giá trị nhỏ nhất của R chưa? Nhận xét gì về vị trí của đường thẳng d và trục Ox.

HS: Chưa, d và Ox chéo nhau vì $\left[\vec{u},\vec{i}\right].\overrightarrow{OA} = (0;0;-1)(0;0;2) = -2 \neq 0$

GV: Xác định tọa độ điểm M,N. Tìm mối quan hệ giữa VTCP của d, VTCP của trục Ox với $\overrightarrow{MN}$

HS : $M \in d; N \in Ox ; \begin{cases} \overrightarrow{MN}.\vec{u} = 0 \\ \overrightarrow{MN}.\vec{i} = 0 \end{cases}$

GV: Biết tọa độ 2 điểm M,N có tìm được tâm và bán kính mặt cầu thỏa mãn điều kiện chưa ?

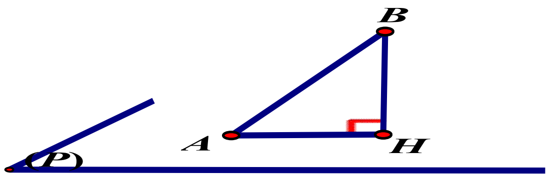
HS: Tìm được tâm và bán kính mặt cầu

Bài 3.6.2. Lập phương trình mặt phẳng

GV: Nêu cái cần tìm của bài toán, cái cần tìm thỏa mãn các điều kiện gì?

HS: Cần tìm phương trình mặt phẳng, mp(P) cần tìm đi qua A, d(B,(P)) lớn nhất..

GV: Vẽ hình minh họa.



GV: Mặt phẳng cần lập đã biết yếu tố nào, cần tìm yếu tố nào? Có tìm được ngay không? Tìm như thế nào?

HS: (P) đã biết một điểm mà nó đi qua, cần tìm tọa độ một VTPT, chưa tìm được ngay, phải gọi tọa độ để tìm: Gọi $\vec{n}(a;b;c)$ à một VTPT của (P).

GV: mp(P) còn thỏa mãn điều kiện nào ? Điều kiện này có giúp ích gì trong việc tìm VTPT?

HS: d(B,(P)) lớn nhất.

GV: Muốn tìm điều kiện để d(B,(P)) lớn nhất trước tiên ta phải tính yếu tố nào theo a,b,c. (Tính d(B,(P)).

GV: Sau khi tính d(B,(P)), sử dụng phương pháp nào em có thể tìm được giá trị lớn nhất của biểu thức? (Sử dụng bất đẳng thức)

GV: Để đánh giá $\dfrac{|-2a-2b+2c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \le k$ tức là ta đánh giá

$|-2a-2b+2c| \le k.\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ .Liên hệ giữa a,b,c với a^2, b^2, c^2 ta liên tưởng đến bất đẳng thức nào?

HS: BĐT Bunhiacôpxki cho 3 bộ số

GV: Em hãy áp dụng BĐT trên và tìm xem dấu bằng có xảy ra không? Nếu có hãy viết phương trình mặt phẳng (P).

HS: Dấu " = " xảy ra khi $a = b = -c$, chọn $a = b = 1$ thì $c = -1$ nên (P): $x + y - z - 3 = 0$.

GV: Nhận xét vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho ở ý b

HS : Hai đường thẳng song song

GV: Với điều kiện đã cho các em có vẽ được hình không

HS: Có, học sinh vẽ hình

GV: Gọi $(d_1;d_2) = (\alpha_1)$ hãy xác định phương trình mp(α_1)

HS: Xác định 2 điểm $M_1 \in d_1; M_2 \in d_2$ VTPT của mp(α_1) là

$\vec{n}_1 = [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{M_1M_2}] = (8;2;6) = 2(4;1;3) = 2\overrightarrow{n_2}$.

GV: Để khoảng cách giữa d_2 và (α) là lớn nhất cần điều gì ?

HS: Khoảng cách giữa d_2 và (α) là lớn nhất khi (α) phải vuông góc với (α_1).

GV: Với các yếu tố đã cho đã xác định được (α) chưa ?

HS: Chưa, cần xác định VTPT của mặt phẳng (α) nhận $[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{n_2}] = (8;-11;-7)$ là VTPT

GV: Hãy viết phương trình mặt phẳng (α)

Bài 3.6.3. Lập phương trình đường thẳng

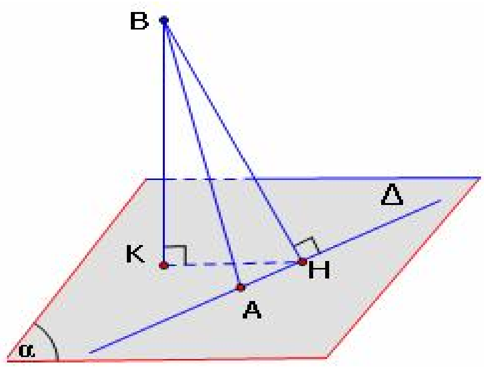
GV: Bài toán này có dạng bài toán cho mặt phẳng (α) và điểm A thuộc (α), lấy B không thuộc (α). Tìm đường thẳng Δ nằm trong (α) đi qua A và cách B một khoảng lớn nhất, nhỏ nhất.

GV: Gọi H là hình chiếu của B lên Δ ta thấy d(B; Δ**)** = BH $\leq$ AB

Vậy khoảng cách từ B đến Δ lớn nhất khi A ≡ H hay Δ là đường thẳng nằm trong (α) và vuông góc với AB.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của B lên (α) khi đó d(B; (α)) = BH $\geq$ BK

Vậy khoảng cách từ B đến Δ nhỏ nhất khi K ≡ H hay Δ là đường thẳng đi qua hai



điểm A, K.

GV: Áp dụng cụ thể vào bài toán 3.6.3.

ở phần a) d(A, Δ_1) nhỏ nhất khi nào ?

HS: Khi Δ_1 đi qua hai điểm B,H.

GV: Vậy ở phần b) d(A, Δ_2) = AK $\leq$ AB, để d(A, Δ_2) lớn nhất khi nào ?

HS: Khi K ≡ B hay Δ_2 nằm trong (α)và vuông góc với AB.

GV: Ngoài cách giải như trên em nào có cách giải khác không ?

HS: Có thể dùng phương pháp khảo sát hàm số để giải

Bài 3.6.4. Dạng toán tìm điểm

GV: Em đã gặp bài toán nào tương tự trước đây chưa ? Đó là bài toán nào ?

Phương pháp giải bài toán đó? Đối tượng của bài toán có gì khác không, có vận dụng phương pháp giải đó để giải bài toán này được không ? (Mặt phẳng trong không gian tương tự với đối tượng nào trong mặt phẳng) phát biểu cách làm nếu được.

HS: Rồi, là bài toán trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng d và hai điểm A,B không thuộc d. Tìm điểm M thuộc d sao cho MA + MB nhỏ nhất. Phương pháp làm: Xét vị trí tương đối của hai điểm A,B so với đường thẳng d và dựa vào bất đẳng thức $MA + MB \geq AB$, dấu “ =” xảy ra khi M thuộc đoạn AB. Vì mặt phẳng trong không gian tương tự với đường thẳng trong mặt phẳng nên vận dụng phương pháp này được. Cách làm: xét vị trí tương đối của 2 điểm A,B với mặt phẳng Oxy và dựa vào bất đẳng thức $MA + MB \geq AB$, dấu “ = ” xảy ra khi M thuộc đoạn AB.

GV: Ngoài cách giải như trên còn cách nào khác không?

HS : Có, dùng bằng phương pháp khảo sát

Tóm tắt lời giải các bài toán trong phiếu học tập 3.6.

Bài 3.6.1. Lập phương trình mặt cầu

a) Mặt cầu (S) có bán kính R = d(A; (α)) lớn nhất khi (α) qua B và vuông góc với AB. Ta có $\overrightarrow{BA} = (1;\ 2;\ 2)$ là véctơ pháp tuyến của (α) .

Phương trình (α): 1(x – 1) + 2(y + 1) + 2(z – 1) = 0 $\Leftrightarrow$ x + 2y + 2z – 1 = 0.

$R = d(A,(\alpha)) = \dfrac{|2+2+6-1|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = 3$.

Phương trình mặt cầu (S): $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 9$.

b) Giả sử mặt cầu (S) có tâm I, bán kính R tiếp xúc với d tại M, tiếp xúc với Ox tại N

Ta thấy $2R = IM + IN \geq MN$, do đó mặt cầu (S) có đường kính nhỏ nhất là $2R = MN$ khi và chỉ khi MN nhỏ nhất hay MN là đoạn vuông góc chung của d và Ox.

Đường thẳng d qua A(0; 0; 2), có VTCP $\vec{u} = (0;1;-1)$

Ox qua O(0; 0; 0), có VTCP $\vec{i} = (1;0;0)$

$\left[\vec{u},\vec{i}\right].\overrightarrow{OA} = (0;0;-1)(0;0;2) = -2 \neq 0$ nên d và Ox chéo nhau.

Với M(0; t; 2 − t)$\in$ d, N(t’; 0; 0)$\in$ Ox và $\overrightarrow{MN}(t';-t;t-2)$

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{MN}.\vec{u} = 0 \\ \overrightarrow{MN}.\vec{i} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -t-t+2=0 \\ t'=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t'=0 \end{cases}$

Vậy M(0; 1; 1), N(0; 0; 0) ≡ O

Mặt cầu (S) có tâm I $(0;\frac{1}{2};\frac{1}{2})$, bán kính $R = \dfrac{MN}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Phương trình mặt cầu (S): $x^2 + (y-\frac{1}{2})^2 + (z-\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{2}$

Bài 3.6.2. Lập phương trình mặt phẳng

a)Gọi $\vec{n} = (a;b;c)$ là 1 VTPT của (P) suy ra $(P): a(x-1)+b(y-4)+c(z-2)=0$

v□ $d(B,(P)) = \dfrac{|-2a-2b+2c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$. Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacôpxki cho 3 bộ số

-2 và a; -2 và b; 2 và c ta được: $|-2a-2b+2c| \leq \sqrt{12(a^2+b^2+c^2)}$.

Dấu “ = ” xảy ra khi a =b = $-$c. Chọn a = b = 1 thì c = $-$1 nên

(P): x + y – z – 3 = 0

b) Xét (α_1) là mặt phẳng chứa d_1 và d_2 thì (α_1) có VTPT

$\vec{n}_1 = [\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{M_1M_2}] = (8;2;6) = 2(4;1;3) = 2\overrightarrow{n_2}$. Khoảng cách giữa d_2 và (α) là lớn nhất khi (α) phải vuông góc với (α_1). Do đó (α) nhận $[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{n_2}] = (8;-11;-7)$ là véctơ pháp tuyến, qua $M_1(2;\ 1;\ -1)$. Phương trình (α): $8(x-2)-11(y-1)-7(z+1)=0$ hay $8x-11y-7z-12=0$.

Bài 3.6.3. Lập phương trình đường thẳng

a) Gọi H là hình chiếu của A lên (α), để $d(A, \Delta_1)$ nhỏ nhất khi Δ_1 đi qua hai điểm B, H.

Phương trình tham số AH: $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1+t \\ z = -1+t \end{cases}$ Tọa độ H ứng với t là nghiệm phương trình:

$2+t+1+t-1+t-1=0 \Leftrightarrow 3t+1=0 \Leftrightarrow t=-\frac{1}{3} \Rightarrow H(\frac{5}{3};\frac{2}{3};\frac{-4}{3})$

$\overrightarrow{BH}=(\frac{8}{3};\frac{-4}{3};\frac{-4}{3})=\frac{4}{3}(2;-1;-1)=\frac{4}{3}\overrightarrow{u_1}$

$\Rightarrow \Delta_1$ nhận $\overrightarrow{u_1}$ làm véc tơ chỉ phương. Ta thấy $\overrightarrow{u_1}$ và $\vec{u}_d$ không cùng phương nên d và Δ_1 cắt nhau (do cùng thuộc mặt phẳng (α)).

Vậy phương trình Δ_1: $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{-1}$.

b) Gọi K là hình chiếu của A lên Δ_2 ta có $d(A, \Delta_2) = AK \le AB$, để $d(A, \Delta_2)$ lớn nhất khi $K \equiv B$ hay Δ_2 nằm trong (α) và vuông góc với AB.

Ta có $[\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{AB}]=(0;-4;4)=-4(0;1;-1)=-4\overrightarrow{u_2} \Rightarrow \Delta_2$ nhận $\overrightarrow{u_2}$ làm VTCP mặt khác $\overrightarrow{u_2}$ và $\vec{u}_d$ không cùng phương nên d và Δ_2 cắt nhau (do cùng thuộc mặt phẳng (α)).

Phương trình Δ_2: $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2+t \\ z = -t \end{cases}$

<u>Chú ý :</u> Ta có thể dùng phương pháp khảo sát hàm số để giải

Gọi Δ là đường thẳng tuỳ ý đi qua B và cắt d, giả sử Δ cắt d tại điểm $N(1+t, 0; -t)$, khi đó Δ có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{NB}=(-2-t;2;t)$

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;1;1)$, $[\overrightarrow{NB},\overrightarrow{AB}]=(2-t;2-2t;4-t)$

Và $d(A;\Delta) = \dfrac{\left|[\overrightarrow{NB},\overrightarrow{AB}]\right|}{\left|\overrightarrow{NB}\right|} = \dfrac{\sqrt{(2-t)^2+(2-2t)^2+(4-t)^2}}{\sqrt{(-2-t)^2+2^2+(t)^2}} = \sqrt{\dfrac{3t^2-10t+12}{t^2+2t+4}}$.

Xét hàm số $f(t) = \dfrac{3t^2-10t+12}{t^2+2t+4}$ có $f'(t) = \dfrac{16t^2-64t}{(t^2+2t+4)^2}$, với mọi $t \in R$.

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 2 \\ t = -2 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên của $f(t)$

t	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(t)$	3	$\nearrow$	11	$\searrow$	$\dfrac{1}{3}$	$\nearrow$	3

Từ bảng biến thiên ta thấy:

- $d(A,\Delta)$ lớn nhất bằng $\sqrt{11}$ khi $t = -2 \Rightarrow N(-1; 0; 2)$

  $\overrightarrow{NB} = (0;2;-2) = 2(0;1;-1)$

Đường thẳng cần tìm có phương trình là: $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2+t \\ z = -t \end{cases}$

- $d(A,\Delta)$ nhỏ nhất bằng $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ khi $t = 2 \Rightarrow N(3; 0; -2)$

  $\overrightarrow{NB} = (-4;2;2) = -2(2;-1;-1)$

Đường thẳng cần tìm có phương trình là : $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z}{-1}$

Bài 3.6.4. Dạng toán tìm điểm

a) Gọi điểm $I(x; y; z)$ là điểm thỏa $\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$

Hay: $(-x;1-y;-2-z)-2(2-x;-1-y;2-z) = (0;0;0)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 + x = 0 \\ 3 + y = 0 \\ -6 + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow I(4;-3;6)$$

Ta có $MA^2 - 2MB^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 - 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2$

$$= IA^2 - 2IB^2 - MI^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} - 2\,\overrightarrow{IB}) = IA^2 - 2IB^2 - MI^2.$$

Do $IA^2 - 2\,IB^2$ không đổi nên $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất khi MI^2 có giá trị nhỏ nhất, hay M là hình chiếu vuông góc của I lên d.

Đường thẳng d có vtcp $\vec{u} = (1;2;1)$, phương trình tham số d: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 3+t \end{cases}$

$M \in d \Rightarrow M(1+t;\ 2+2t;\ 3+t)$, $\overrightarrow{IM} = (t-3;\ 2t+5\ ;\ t-3)$ khi M là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng d thì $\overrightarrow{IM}.\vec{u} = 0$

$\Leftrightarrow 6t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = -\dfrac{2}{3} \Rightarrow M(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{7}{3})$

Vậy với $M(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{7}{3})$ thì $MA^2 - 2MB^2$ có giá trị lớn nhất .

<u>Nhận xét:</u> *Ta có thể dùng phương pháp khảo sát hàm số để tìm vị trí của điểm M*

Với $M \in d \Rightarrow M(1+t;\ 2+2t;\ 3+t)$

Và $MA^2 - 2MB^2 = (t+1)^2 + (2t+1)^2 + (t+5)^2 - 2[(t-1)^2 + (2t+3)^2 + (t+1)^2$

$$= -6t^2 - 8t + 5$$

Xét hàm số $f(t) = -6t^2 - 8t + 5,\ t \in R$

Có đạo hàm $f'(t) = -12t - 8t,\ f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\dfrac{2}{3}$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	$-\dfrac{2}{3}$	$+\infty$
f'(t)	+	0	
f(t)	$-\infty$ ↗	$\dfrac{23}{3}$	↘ $-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy *f(t)* đạt giá trị lớn nhất khi $t = -\frac{2}{3}$

Hay $MA^2 - 2MB^2$ có giá trị lớn nhất khi $M(\frac{1}{3};\frac{2}{3};\frac{7}{3})$

b) Gọi điểm G(x; y; z) là điểm thỏa $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ thì G là trọng tâm tam giác ABC và G(2; 1; 1).

Ta có: $MA^2 + MB^2 + MC^2 = (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2$

$= GA^2 + GB^2 + GC^2 + 3MG^2 + 2\overrightarrow{MG}.(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC})$

$= GA^2 + GB^2 + GC^2 + 3MG^2$.

Do $GA^2 + GB^2 + GC^2$ không đổi nên $MA^2 + MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất, hay M là hình chiếu vuông góc của G lên đường thẳng d.

$M \in d \Rightarrow M(1+t;\ 2+2t;\ 3+t)$, $\overrightarrow{GM} = (t-1; 2t+1; t+2)$.

Khi M là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng d thì $\overrightarrow{GM}.\vec{u} = 0$.

$\Leftrightarrow 6t + 3 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2} \Rightarrow M(\frac{1}{2};1;\frac{5}{2})$.

Vậy với $M(\frac{1}{2};1;\frac{5}{2})$ thì $MA^2 + MB^2 + MC^2$ có giá trị nhỏ nhất.

Các bài toán luyện tập :

Bài 2.2.4.1. Viết phương trình mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất và (S) đi qua điểm $A(0;-3;3)$, tiếp xúc với đường thẳng d: $\frac{x-3}{-2} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-1}{1}$.

Bài 2.2.4.2. Cho đường hai thẳng d_1: $\begin{cases} x = 2-3t \\ y = 2t \\ z = 4-2t \end{cases}$ d_2: $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$. Trong các mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2, hãy viết phương trình mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất.

Bài 2.2.4.3. Viết phương trình mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất đi qua điểm $A(0;-3;3)$ và (S) có tâm thuộc

a) Đường thẳng d: $\frac{x-3}{-2}=\frac{y+5}{2}=\frac{z-1}{1}$.

b) Mặt phẳng (P): $x + y - z + 2 = 0$.

Bài 2.2.4.4. Cho điểm A(1; 1; − 1) và mặt phẳng (α): $2x - y + z + 2 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A, vuông góc với (α) và tạo với Oz một góc lớn nhất.

Bài 2.2.4.5. Cho đường thẳng d: $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{-1}$, A(1;1;1). Lập phương trình mặt phẳng

(P) qua A sao cho khoảng cách giữa d và mp(P) lớn nhất.

Bài 2.2.4.6. Cho đường thẳng d: $\frac{x-1}{-1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{2}$, B(1; 4; 2). Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ B đến (P) lớn nhất.

Bài 2.2.4.7. Cho điểm M(1; − 2; 0), N(0; − 1; 2), B(1; 4; 2). Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm M,N sao cho khoảng cách từ B đến (P) lớn nhất.

Bài 2.2.4.8. Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau:

a) d nằm trong (P): $x + y - z - 2=0$, vuông góc với đường thẳng

Δ: $\frac{x+1}{-2}=\frac{y-4}{1}=\frac{z-1}{2}$ và cách điểm M(1; − 1;0) một khoảng nhỏ nhất.

b) d nằm trong Oxy, qua A(1; 4; 0) và khoảng cách từ B(− 1; 2; 4) đến d lớn nhất, nhỏ nhất.

c) d qua M(0; 0; 1), nằm trên mp(P): $x + y + z - 1 = 0$ và cắt mặt cầu (S): $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 16$ tại hai điểm A,B sao cho AB nhỏ nhất.

Bài 2.2.4.9. Cho A(1; 5; 0), B(3; 3; 6), đường thẳng d: $\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{2}$. Tìm M thuộc d sao cho chu vi tam giác MAB nhỏ nhất.

Bài 2.2.4.10. Cho đường thẳng $(d):\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ và hai điểm $A(0;0;3)$, $B(0;3;3)$.

Tìm tọa độ điểm $M \in (d)$ sao cho:

a) $MA + MB$ nhỏ nhất

b) $MA^2 + 2MB^2$ nhỏ nhất

c) $\left|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất

d) $\left|MA - MB\right|$ lớn nhất

2.3. Tiểu kết chương 2

Chương này trình bày theo hướng giáo viên phải cung cấp cho học sinh nắm chắc các kiến thức cơ bản sau đó là cung cấp cho học sinh cách nhận dạng bài toán. Từ đó đưa ra các dạng bài tập dưới dạng phiếu học tập để hướng dẫn học sinh giải một số mẫu bài về phương trình đường thẳng, mặt phẳng, mặt cầu, tìm điểm, cực trị theo hướng khám phá toán học. Qua đó dần dần hình thành cho học sinh cách thức tiếp cận bài toán, kinh nghiệm trong việc suy nghĩ. Biết tự đặt câu hỏi, trả lời câu hỏi, tìm lời giải của các bài toán. Thấy được mối liên hệ giữa các bài toán, tự giải các bài toán tương tự. Như vậy, học sinh được học tri thức phương pháp về giải bài tập toán, phương pháp khám phá. Chúng tôi hy vọng sau khi được tiếp cận các bài toán trên các em có thể vận dụng linh hoạt các kiến thức cơ bản, phân tích tìm ra hướng giải. Bắt đầu từ đâu và bắt đầu như thế nào là rất quan trọng để học sinh không sợ khi đứng trước một bài toán khó mà dần dần tạo sự tự tin, gây hứng thú say mê môn toán, từ đó tạo cho học sinh tác phong tự học, tự nghiên cứu.

CHƯƠNG 3
THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

3.1. Mục đích và nhiệm vụ thực nghiệm sư phạm

3.1.1. Mục đích của thực nghiệm sư phạm

Mục đích của thực nghiệm là đánh giá tính khả thi và hiệu quả của việc vận dụng phương pháp DHKP vào dạy học các tình huống điển hình trong chương PPTĐ trong không gian hình học 12 đã trình bày trong luận văn.

3.1.2. Nhiệm vụ thực nghiệm sư phạm

- Biên soạn tài liệu và dạy thực nghiệm theo hướng DHKP thông qua một số tình huống điển hình trong dạy học PPTĐ trong không gian hình học 12.
- Đánh giá kết quả thực nghiệm.

3.1.3. Phương pháp thực nghiệm sư phạm

Dùng phương pháp thực nghiệm đối chứng, dạy thực nghiệm một số tiết theo phương pháp DHKP ở một số lớp 12 thuộc trường PTDT Nội trú Tỉnh Sơn La.

3.2. Nội dung thực nghiệm sư phạm

3.2.1. Chọn nội dung thực nghiệm sư phạm

Soạn 2 giáo án có sử dụng phương pháp DHKP là:

+) Tiết 27 thuộc Bài 1 chương III: **" Bài tập hệ tọa độ trong không gian"** (bài gồm các tiết 23 - 27).

+) Tiết 35 thuộc Bài 3 chương III: **"Phương trình đường thẳng trong không gian"** (bài gồm các tiết 34 - 40).

Sau khi dạy, cho HS ở lớp thực nghiệm và đối chứng làm bài kiểm tra tự luận trong thời gian 45 phút.

3.2.2. Tổ chức thực nghiệm:

a) Lớp thực nghiệm và lớp đối chứng:

+ Lớp thực nghiệm là lớp 12D (năm học 2015 - 2016) trường PTDT Nội trú Tỉnh Sơn La.

+ Lớp đối chứng là lớp 12E (năm học 2015 - 2016) trường PTDT Nội trú Tỉnh Sơn La.

Cả 2 lớp đều do các giáo viên xấp xỉ nhau về tuổi đời và tuổi nghề, có năng lực dạy học tương đương.

Trước khi tiến hành thực nghiệm, tôi chuẩn bị một bài kiểm tra với lượng kiến thức nằm trong chương trình với thời gian làm bài 45 phút dùng cho HS cả 02 lớp. Việc kiểm tra này giúp tôi nắm bắt được tình hình học tập của HS, đồng thời tìm hiểu được mức độ tiếp thu bài, hiểu bài, nắm bắt và vận dụng kiến thức để thực hiện giải bài tập liên quan của HS mà không có yếu tố khách quan tác động như có thời gian ôn luyện bài, học hỏi bạn...

Bảng 3.2:

Kết quả phân loại trình độ của HS qua lần kiểm tra trước thực nghiệm

Lớp	Số bài kiểm tra	Điểm khá - giỏi		Điểm trung bình		Điểm yếu - kém	
		HS	Tỉ lệ	HS	Tỉ lệ	HS	Tỉ lệ
TN	40	13	32,5 %	20	50 %	7	17,5 %
ĐC	41	14	34 %	19	46,5 %	8	19,5 %

Cụ thể điểm như sau:

Điểm / Lớp	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Số bài
Thực nghiệm	0	1	3	2	1	11	9	7	6	0	0	40
Đối chứng	0	1	2	3	2	10	9	7	6	1	0	41

Sử dụng phương pháp kiểm định giả thiết thống kê về giá trị trung bình để so sánh và đánh giá chất lượng của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng với giả thiết ban đầu H_0 "không có sự chênh lệch về trình độ của hai lớp"

Số liệu thống kê	*Nhóm thực nghiệm (X)*	*Nhóm đối chứng (Y)*
Số học sinh	$n = 40$	$m = 41$
Điểm trung bình	$\overline{x} = 5,58$	$\overline{y} = 5,66$
Phương sai $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2$	$s_x^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2 = 3,24$	$s_y^2 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left(y_i - \overline{y}\right)^2 = 3,35$

Với giả thiết thống kê H_0: $E(X) = E(Y)$

Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$ thì $U_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1,96$

Tính $U_0 = \dfrac{\left|\overline{x} - \overline{y}\right|}{\sqrt{\dfrac{\delta_x^2}{n} + \dfrac{\delta_y^2}{m}}} = 0,2$ (với $\delta = \sqrt{s^2}$)

Ta thấy $U_0 < U_{1-\frac{\alpha}{2}}$ nên giả thuyết H_0 được chấp nhận.

Như vậy, lớp thực nghiệm và lớp đối chứng có lực học tương đương, đa số là học sinh trung bình khá, chỉ có một vài em dưới trung bình; số lượng HS các lớp đối chứng so với các lớp thực nghiệm tương đương nhau; cùng học chương trình cơ bản của Bộ Giáo dục và đào tạo.

b) Thời gian thực nghiệm sư phạm:

Ngày 24 tháng 12 năm 2015, dạy lớp 12E (giáo án 1)

Ngày 12 tháng 3 năm 2016, dạy lớp 12E (giáo án 2)

Bài dạy được chuẩn bị theo tiến độ chương trình của các lớp.

c) Hình thức tổ chức thực nghiệm sư phạm:

Lớp thực nghiệm do tác giả luận văn trực tiếp soạn và giảng dạy theo 2 giáo án (trình bày trong mục 3.2.1. của luận văn). Thực nghiệm sư phạm được thực hiện song song giữa lớp thực nghiệm và lớp đối chứng. Lớp đối chứng do Thầy giáo **Nguyễn Cao Cường** soạn và dạy theo giáo án bình thường do GV tự soạn.

Sau khi tiến hành dạy 2 tiết tôi cho học sinh kiểm tra 45 phút để đánh giá, định lượng: Các bài kiểm tra đều được tính với thang điểm 10 .

3.3. Nội dung các giáo án:

3.3.1. Giáo án 1: Tiết 27 thuộc Bài 1 chương III: **" Hệ tọa độ trong không gian"** (bài gồm các tiết 23 - 27) – Phục lục 4

3.3.2. Giáo án 2: Tiết 35 thuộc Bài 3 chương III: **"Phương trình đường thẳng trong không gian"** (bài gồm các tiết 34 - 40) – Phục lục 5

3.4. Kết quả thực nghiệm sư phạm

3.4.1. Đánh giá định lượng

Để đánh giá kết quả thực nghiệm, tác giả soạn một đề kiểm tra với thời gian làm bài 45 phút, cho hai lớp cùng một điều kiện tổ chức lớp như nhau, và đánh giá kết quả của cả hai lớp.

**** Đề kiểm tra (45 phút) và ý định của giáo viên***

+ Đề bài:

Câu 1: Cho hai điểm A(1; 1; – 1) và B(7; – 1; 2). Tính khoảng cách từ điểm M(– 1; 2; 13) đến đường thẳng AB.

Câu 2 : Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 có phương trình lần lượt như sau:

$$d_1: \frac{x+7}{3}=\frac{y-5}{-1}=\frac{z-9}{4} \quad ; \qquad d_2: \frac{x}{3}=\frac{y+4}{-1}=\frac{z+18}{4}.$$

a) Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng d_1 và d_2.

b) Viết phương trình mặt phẳng chứa cả hai đường thẳng đó?

Câu 3 : Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm A(2; 5; 3) và đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{2}$$

a) Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng d

b) Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất.

+ Ý định của giáo viên:

Câu 1: nhằm đánh giá kiến thức và kĩ năng cơ bản của học sinh

Câu 2: nhằm đánh giá khả năng vận dụng nâng cao của học sinh

Câu 3: nhằm đánh giá khả năng khám phá lới giải bài toán của học sinh

Kết quả làm bài của HS:

+ Qua quá trình kiểm tra, đánh giá, xử lý kết quả, đã thu được các kết quả sau:

Điểm / Lớp	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Số bài
Thực nghiệm	0	0	0	3	4	6	9	5	6	5	2	40
Đối chứng	0	1	3	4	6	8	8	4	4	3	0	41

Sử dụng phương pháp kiểm định giả thiết thống kê về giá trị trung bình để so sánh và đánh giá chất lượng của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng trước và sau sau thời gian thực nghiệm với giả thiết ban đầu H_0 “không có sự chênh lệch về trình độ của hai lớp”

Số liệu thống kê	***Nhóm thực nghiệm (X)***	***Nhóm đối chứng (Y)***
Số học sinh	n = 40	m = 41
Điểm trung bình	$\overline{x} = 6,34$	$\overline{y} = 5,32$
Phương sai $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2$	$s_x^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2 = 3,69$	$s_y^2 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left(y_i - \overline{y}\right)^2 = 4,12$

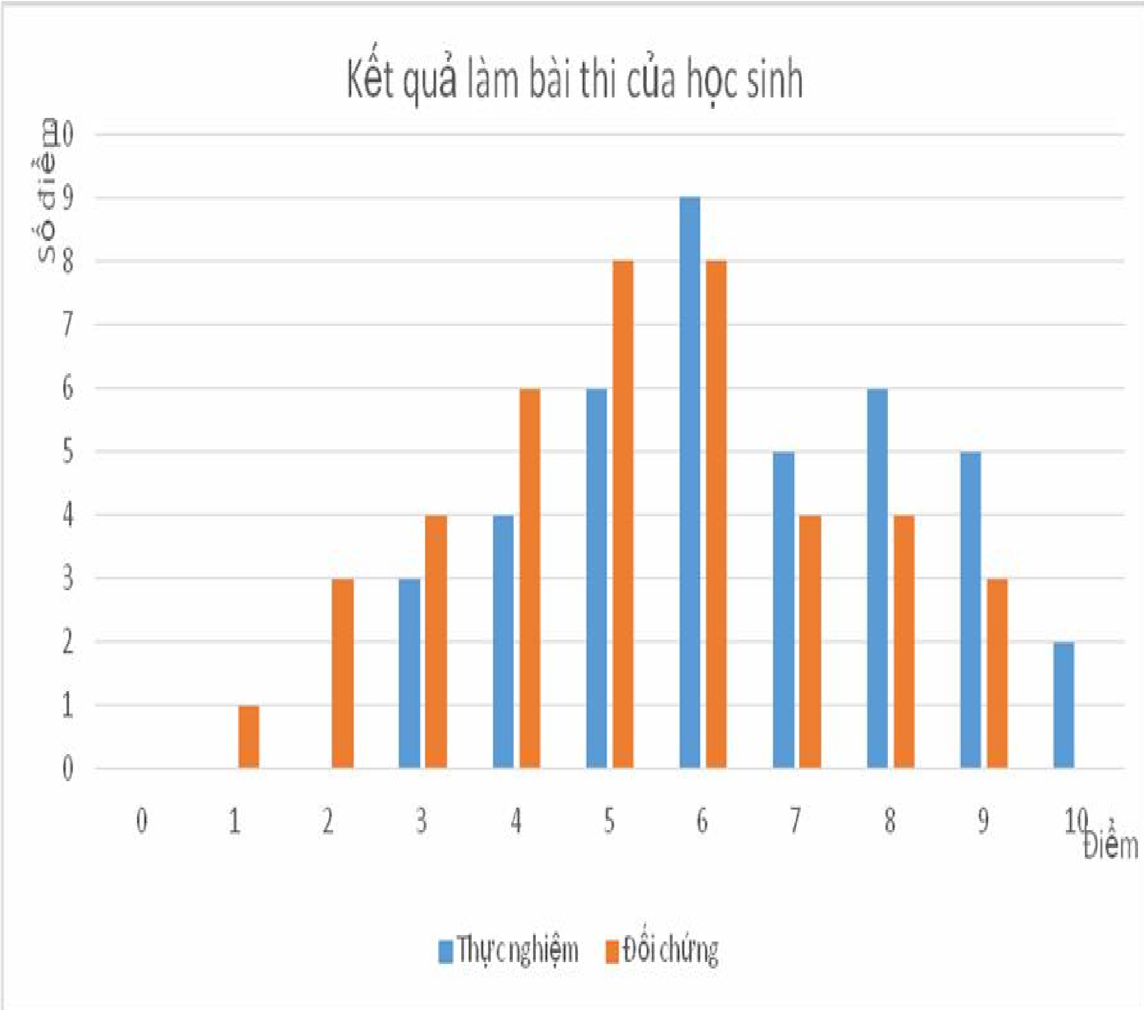
Với giả thiết thống kê H_0: E(X) = E(Y)

Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$ thì $U_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1,96$

Tính $U_0 = \dfrac{\left|\overline{x} - \overline{y}\right|}{\sqrt{\dfrac{\delta_x^2}{n} + \dfrac{\delta_y^2}{m}}} = 2,53$ (với $\delta = \sqrt{s^2}$)

Ta thấy $U_0 > U_{1-\frac{\alpha}{2}}$ nên giả thuyết H_0 bị bác bỏ

+ Biểu đồ cột về kết quả điểm số của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng



+ Một số nhận xét về kết quả bài kiểm tra:

Nhìn chung, học sinh các lớp thực nghiệm có kết quả kiểm tra cao hơn các lớp đối chứng. Tỉ lệ điểm trên trung bình của học sinh các lớp thực nghiệm cao hơn nhiều so với các lớp đối chứng, chứng tỏ học sinh lớp thực nghiệm nắm vững kiến thức, vận dụng linh hoạt hơn khi làm bài. Tỉ lệ khá, giỏi các lớp thực nghiệm cũng cao hơn nhiều so với các lớp đối chứng, cho thấy mức độ nhận thức của học sinh các lớp thực nghiệm sâu sắc hơn. Học sinh các lớp đối chứng, với trình độ ngang bằng các lớp thực nghiệm, nhưng cách giảng dạy theo các phương pháp thông thường không phát huy được việc tích cực đào sâu tư duy, tìm tòi sáng tạo trong quá trình nắm bắt kiến thức, vận dụng kiến thức để giải quyết các yêu cầu đa dạng các bài toán của học sinh, như ở các lớp thực nghiệm. Tuy vậy, vẫn còn một số lượng không nhỏ các bài kiểm tra đạt điểm dưới trung bình. Có nhiều yếu tố ảnh hưởng đến các con số này, nhưng trong đó có một phần là do phương pháp dạy học khám phá còn chưa phát huy được hiệu quả cao đối với một số học sinh thuộc đối tượng học sinh có học lực yếu và ý thức học tập chưa cao. Điều này cần được dần dần khắc phục.

3.4.2. Đánh giá định tính

Để đánh giá định tính kết quả thực nghiệm, tác giả soạn một phiếu hỏi các giáo viên dự giờ và học sinh lớp TNSP về tính khả thi và hiệu quả của giờ dạy TNSP.

+ Kết quả phiếu hỏi từ 22 lượt giáo viên dự giờ (xem phụ lục 2) cho thấy: Hầu hết (90%) GV dự giờ cho rằng: giáo án TNSP có tính khả thi, nhiều (78%) dự giờ cho rằng: giáo án TNSP có tính hiệu quả;.....

+ Kết quả phiếu hỏi từ 80 lượt HS lớp TNSP (xem phụ lục 3) cho thấy: Tất cả (100%) các em cho rằng: giờ TNSP rất hứng thú,....

Tuy nhiên cũng chỉ hơn nửa (56%) số HS tự đánh giá là có khả năng khám phá được lời giải bài toán.

3.5. Kết luận chương 3

TNSP tuy chỉ được tiến hành trên phạm vi chưa rộng, song kết quả TNSP đã cho thấy: Ở lớp đối chứng, với những em làm được bài này thì cũng loay hoay một thời gian khá lâu mới tìm được hướng giải; các em còn lại thì sa vào biến đổi đại số phức tạp; Ở lớp thực nghiệm, hầu hết các HS đều nhanh chóng tìm được cách giải và làm đúng; Kết quả bài kiểm tra ở lớp TNSP cao hơn ở lớp đối chứng.

Theo đánh giá của các giáo viên dự giờ và ý kiến phản hồi từ các em học sinh: các giờ dạy này đã quán triệt được tinh thần đổi mới PPDH; các giáo án TNSP có tính khả thi và hiệu quả.

KẾT LUẬN

Luận văn có những kết quả chủ yếu sau đây:

1. Luận văn đã hệ thống hóa một số vấn đề về phương pháp dạy học khám phá; Những ưu điểm và hạn chế của dạy học khám phá, vì sao ta nên sử dụng phương pháp dạy học khám phá, mối liên hệ của phương pháp dạy học khám phá với các PPDH tích cực khác.

2. Đề xuất được một số tình huống dạy học “Phương pháp tọa độ trong không gian” bằng phương pháp dạy học khám phá. Trong đó có những tình huống khám phá về lý thuyết, có những tình huống khám pháp lời giải bài toán. Những tình huống này thuận lợi cho việc phát hiện, khám phá tri thức, kỹ năng, được đặt dưới dạng phiếu học tập để học sinh khám phá dưới sự hướng dẫn của GV.

3. Tình huống khám phá kiến thức và tìm lời giải bài toán về phương pháp tọa độ trong không gian đã đề xuất trong luận văn một phần đã được kiểm nghiệm, đánh giá qua thực nghiệm sư phạm. Tuy phạm vi thực nghiệm chưa rộng nhưng đã chứng tỏ được tính khả thi và hiệu quả của đề tài.

4. Luận văn có thể là một tài liệu tham khảo bổ ích cho các đồng nghiệp và sinh viên khoa Toán các trường ĐHSP.

5. Hướng phát triển của đề tài : Luận văn có thể mở rộng phạm vi áp dụng cho các trường THPT và nội dung đề tài có thể mở rộng áp dụng cho tất cả các nội dung kiến thức của bộ môn Toán.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Lê Võ Bình (2007), *dạy học hình học các lớp cuối cấp trung học cơ sở theo hướng tiếp cận PP khám phá*, Luận án tiến sĩ GD học.
2. Trần Thị Hạnh (2011), *Vận dụng phương pháp dạy học khám phá có hướng dẫn trong dạy học phần tọa độ trong không gian – Hình học 12 THPT hiện hành - Ban nâng cao*, luận văn Thạc sĩ, ĐHSP – ĐH Thái Nguyên.
3. Trần Bá Hoàng (2006), *Đổi mới phương pháp dạy học, chương trình và sách giáo khoa*, NXB ĐHSP.
4. Nguyễn Bá Kim (2006), *Phương pháp dạy hoc môn Toán*, NXB ĐHSP.
5. *Luật giáo dục Việt Nam* (chỉnh sửa và bổ sung năm 2005).
6. Bùi Văn Nghị (2008), *Giáo trình Phương pháp dạy học những nội dung cụ thể môn Toán*, NXB ĐHSP.
7. Bùi Văn Nghị (Chủ biên), *Dạy học theo chuẩn kiến thức kĩ năng môn Toán lớp* 11, NXB ĐHSP, 12/2010.
8. Bùi Văn Nghị. *Vận dụng lí luận trong dạy học môn toán* (sách chuyên khảo), NXB ĐHSP, 10/2009.
9. Bùi Văn Nghị (Chủ biên) *Dạy học theo chuẩn kiến thức kĩ năng môn Toán lớp* 12, NXB ĐHSP, 2/2010.
10. Hoàng Phê (1996), *Từ điển tiếng việt*, NXB Đà Nẵng
11. Pôlya (1975), *Giải bài toán như thế nào*, NXB Giáo dục
12. Đặng Khắc Quang (2009), *Vận dụng phương pháp dạy học khám phá có hướng dẫn vào giảng dạy bất đẳng thức ở trường THPT*, Luận văn Thạc sĩ, ĐHSP ĐHTN.
13. Nguyễn Quý Sửu (2009), *Dạy học "Tọa độ trong không gian" bằng phương pháp phát hiện và giải quyết vấn đề*, Luận văn Thạc sĩ, ĐHGD ĐHQGHN.
14. Thái Thị Anh Thư (2004), *Rèn luyện kĩ năng giải bài toán Hình học không gian bằng phương pháp tọa độ ở trường THPT*, Luận văn Thạc sĩ, ĐHSP HN

15. Nguyễn Thị Thúy (2011), *Vận dụng phương pháp dạy học khám phá trong dạy học phép biến hình lớp 11 trung học phổ thông (Ban nâng cao)*, Luận văn Thạc sĩ, ĐHGD – ĐHQGHN.
16. Nguyễn Phú Trường (2002 - 2013), *Giới thiệu Đề thi tuyển sinh Đại học*, NXBHN.

<u>PHỤ LỤC 1</u>

PHIẾU THĂM DÒ Ý KIẾN HỌC SINH

Về thực trạng của học sinh khi học nội dung Phương pháp tọa độ trong không gian ở chương trình Hình học 12 – THPT

(Dành cho học sinh khối 12)

Họ và tên:..Lớp: ....

Trường : ....Năm học: 2015 - 2016

Nội dung kiểm tra

(Em vui lòng trả lời các câu hỏi sau bằng cách đánh dấu x vào ô tương ứng hoặc ghi ý kiến của mình vào chỗ............................).

Câu 1:Cảm nhận của em khi học nội dung “ **Phương pháp tọa độ trong không gian**”

A. Rất dễ hiểu ☐

B. Bình thường ☐

C. Không hiểu ☐

Câu 2: Cảm nhận của em khi vận dụng nội dung “ **Phương pháp tọa độ trong không gian**” vào giải các bài tập?

A. Dễ ☐

B. Khó ☐

C. Rất khó ☐

Câu 3 : Em có hay tham khảo thêm nội dung về “ **Phương pháp tọa độ trong không gian**” không ?

A. Thường xuyên ☐

B. Thỉnh thoảng ☐

C. Không khi nào ☐

Câu 4: Em có hay thường xuyên giải các bài tập về " **Phương pháp tọa độ trong không gian**" không ?

A. Chỉ giải các bài tập trong sách giáo khoa ☐

B. Có tham khảo thêm bài tập trong sách nâng cao ☐

C. Có tham khảo thêm sách bài tập nâng cao và các đề thi ☐

Câu 5: Theo em khó khăn lớn nhất với học sinh khi học nội dung " **Phương pháp tọa độ trong không gian**" là gì ?

....

....

....

....

....

<u>PHỤ LỤC 2</u>

PHIẾU XIN Ý KIẾN GIÁO VIÊN DỰ GIỜ TNSP

Về tính khả thi và hiệu quả của giáo án TNSP và của giờ dạy TNSP

Xin thầy, cô vui lòng cho biết ý kiến bằng cách tích (x) vào phương án lựa chọn phù hợp trong các câu hỏi sau:

Câu 1: Giáo án TNSP có tính khả thi hay không?

A. Không khả thi ☐

B. Bình thường ☐

C. Khả thi ☐

Câu 2: Giáo án TNSP có tính hiệu quả hay không?

A. Không hiệu quả ☐

B. Có hiệu quả ☐

C. Kém hiệu quả ☐

Câu 3: Giáo án TNSP có tính chính xác hay không?

A. Không chính xác ☐

B. Bình thường ☐

C. Chính xác ☐

Câu 4 : Khả năng vân dụng phương pháp dạy học Khám phá trên thực tiễn ở mức độ nào ?

A. Dễ vận dụng ☐

B.Có thể vận dụng được ☐

C. Khó vận dụng ☐

Câu 5 : Giáo án TNSP có tính gợi mở không?

A. Không gợi mở ☐

B. Bình thường ☐

C. Gợi mở ☐

Câu 6 : Giáo án TNSP có tính gợi mở không?

A. Không gợi mở ☐

B. Bình thường ☐

C. Gợi mở ☐

Câu 7 : Giáo án TNSP về hệ thống câu hỏi đã hợp lý chưa ?

A. Chưa hợp lý ☐

B. Một số hoạt động chưa hợp lý ☐

C. Hợp lý ☐

Câu 8 : Giáo án TNSP đã huy động được học sinh tham gia học tập chưa ?

A. Rất ít ☐

B. Bình thường ☐

C. Học sinh tích cực ☐

Câu 9 : Phương pháp dạy học Khám phá có phù hợp với dạy nội dung "Phương pháp tọa độ trong không gian " không ?

A. Rất phù hợp ☐

B. Phù hợp ở một số hoạt động trong từng bài ☐

C. Không phù hợp ☐

Câu 10 : Theo thầy (cô) khó khăn lớn nhất mà giáo viên khi vận dụng phương pháp dạy học khám phá là gì ?

....

....

....

PHỤ LỤC 3

PHIẾU THĂM DÒ Ý KIẾN HỌC SINH

Về thực trạng của học sinh khi học nội dung Phương pháp tọa độ trong không gian ở chương trình Hình học 12 – THPT

(Dành cho học sinh khối 12)

Họ và tên:...Lớp: ....

Trường : ....Năm học: 2015 - 2016

Nội dung kiểm tra

(Em vui lòng trả lời các câu hỏi sau bằng cách đánh dấu x vào ô tương ứng hoặc ghi ý kiến của mình vào chỗ............................).

Câu 1: Cảm nhận của em trong giờ TNSP

A. Rất hứng thú ☐

B. Bình thường ☐

C. Không hứng thú ☐

Câu 2: Em có hiểu bài hay không ?

A. Hiểu bài ☐

B. Bình thường ☐

C. Không hiểu bài ☐

Câu 3: Với hướng dẫn của thầy cô, em có thể khám phá được lời giải bài toán hay không?

A. Khám phá được lời giải bài toán ☐

B. Khám phá được lời giải một số bài toán ☐

C. Không khám phá được ☐

Câu 4: Em có muốn thầy cô dạy học theo kiểu giờ TNSP này hay không?

A. Rất hứng thú ☐

B. Bình thường ☐

C. Không hứng thú ☐

Câu 5: Em có rút ra những kinh nghiệm trong giải toán từ bài học hôm nay hay không?

A. Có nhiều kinh nghiệm trong giải toán ☐

B. Bình thường ☐

C. Không rút ra được kinh nghiệm gì ☐

PHỤ LỤC 4

GIÁO ÁN 1:

Tiết 27 : LUYỆN TẬP VỀ HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

I. Mục tiêu:

Trong tiết này yêu cầu học sinh nắm vững kiến thức trong bài và giải được các bài tập có liên quan đến những kiến thức sau:

1) Về kiến thức: + Toạ độ, biểu thức toạ độ và tích vô hướng của hai vectơ.

+ Toạ độ của điểm.

+ Tích vô hướng của hai véc tơ.

+ Phương trình mặt cầu

2) Về kĩ năng:

+ Có kỹ năng vận dụng thành thạo các định lý và các hệ quả về toạ độ vectơ, toạ độ điểm và phương trình mặt cầu để giải các dạng toán có liên quan.

+ Làm quen với bài toán hình học không gian lớp 11 giải bằng phương pháp tọa độ trong không gian.

3) Về tư duy và thái độ:

+ Rèn các thao tác tư duy chủ động phân tích, tổng hợp, tính cẩn thận, sáng tạo và thái độ làm việc nghiêm túc.

II. Chuẩn bị của giáo viên và học sinh:

+ Giáo viên: Giáo án, bảng phụ; phiếu học tập.

+ Học sinh: - SGK, các dụng cụ học tập.

-Yêu cầu học sinh suy nghĩ giải bài toán sau ở nhà.

Cho hình lập phương ABCD.A’B’C’D’ cạnh a. Gọi M, N, P là trung điểm các cạnh BB’; D’C’; A’D’.

a) Tính độ dài đoạn MN

b) Tính diện tích tam giác MNP

III. Phương pháp dạy học:

- Chia lớp học thành 3 đối tượng : Trung bình, khá, giỏi ứng với ba nhóm học tập. Giao nhiệm vụ theo mức độ tăng dần hơi khó hơn so với trình độ HS ở mỗi nhóm.

- Vận dụng phương pháp dạy học khám phá trong quá trình thực hiện giải bài tập. Bên cạnh những bài tập áp dụng trực tiếp kiến thức đã học, đưa thêm bài tập để học sinh tìm tòi khám phá.

IV. Tiến trình bài dạy:

HĐ1: Tìm hiểu nhiệm vụ (5 phút).

HĐ 2: Học sinh độc lập tiến hành thực hiện nhiệm vụ dưới sự hướng dẫn, điều khiển của GV (15 phút)

HĐ 3 : Hoạt động khám phá ứng dụng phương pháp tọa độ trong không gian để giải bài toán hình học không gian (15phút)

1) Kiểm tra bài cũ (5 phút)

- Em hãy nêu tính chất tọa độ véc tơ và tọa độ của điểm.
- Công thức tính tích có hướng của hai véc tơ và ứng dụng.

2) Bài mới:

HĐ1: Tìm hiểu nhiệm vụ (5 phút).

Phiếu học tập

Bài 1 : Điền vào ô trống

STT	Phương trình mặt cầu	Tâm	Bán kính
1	$(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=64.$	I(.............)	R=........
2	$(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=16.$	I(.............)	R=........
3	$x^2+y^2+z^2-8x-2y+1=0.$	I(.............)	R=........
4	$3x^2+3y^2+3z^2-6x+8y+15z-3=0.$	I(.............)	R=........
5	....	$I(1;\ 2;-3)$	R=5
6	....	$I(2;-1;0)$	$\sqrt{3}$

Bài 2 : Cho 4 điểm A(1; 0; 0); B(0; 1; 0); C(0; 0; 1) và $D(-2;\ 1;-2)$

a) Chứng minh rằng A, B, C, D là 4 đỉnh của một hình tứ diện
b) Tính góc giữa các đường thẳng chứa các cạnh đối diện của tứ diện đó
c) Tính thể tích tứ diện ABCD và độ dài đường cao của tứ diện kẻ từ A

Bài 3 : Cho hình chóp S.ABC có đường cao SA = h, đáy là tam giác ABC vuông tại C, AC = b, BC = a. Gọi M là trung điểm của AC và N là điểm sao cho $\overrightarrow{SN} = \frac{1}{3}.\overrightarrow{SB}$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng MN

b) Tìm sự liên hệ giữa a, b, h để MN vuông góc với SB

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
- Dự kiến phân loại đối tượng HS (theo các nhóm giỏi, khá, trung bình). - Phát phiếu học tập cho HS gồm 3 bài tập ở trên. - Giao nhiệm vụ cho từng nhóm. + HS trung bình : làm bài 1 + HS khá : làm bài 2 + HS giỏi : làm bài 3	- Nhận bài tập. - Đọc và nêu các thắc mắc về đề bài - Định hướng cách giải bài toán.

HĐ 2: Học sinh độc lập tiến hành thực hiện nhiệm vụ dưới sự hướng dẫn, điều khiển của GV (15 phút).

HĐ 2.1: Học sinh độc lập tìm lời giải bài tập 1 dưới sự hướng dẫn của GV trong khoảng thời gian cho phép.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
- Giao nhiệm vụ và theo dõi hoạt động của HS, hướng dẫn khi cần thiết. - Nhận xét và chính xác hóa kết quả của HS hoàn thành nhiệm vụ đầu tiên. - Chú ý các sai lầm thường gặp.	- Đọc đầu bài phần bài tập được giao và nghiên cứu lời giải. - Độc lập tiến hành giải toán. - Thông báo kết quả cho GV khi đã hoàn thành nhiệm vụ. - Chính xác hóa kết quả (ghi lời giải bài toán).

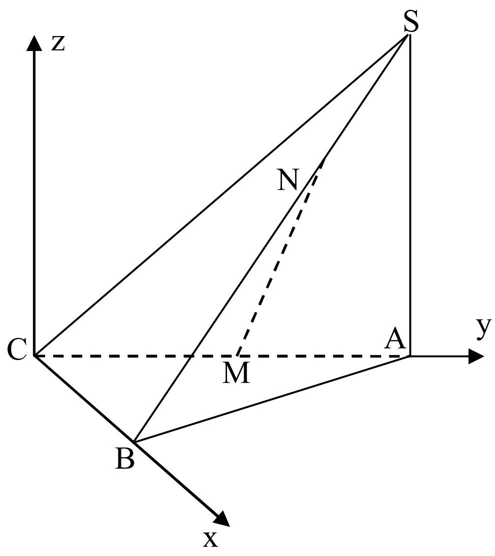
HĐ 2.2 : Học sinh độc lập tìm lời giải bài tập 1 dưới sự hướng dẫn của GV trong khoảng thời gian cho phép.

Giáo viên có thể hướng cho học sinh khám phá ra có thể áp dụng phương pháp tọa độ để giải các bài toán hình học không gian. Nhờ việc chứng minh 4 điểm đã cho không đồng phẳng tức là với 4 điểm này có thể tạo nên một hình tứ diện và việc tính toán dễ dàng hơn (tính góc, tính thể tích của hình tứ diện) nếu biết tọa độ các đỉnh của hình đa diện thì từ đó học sinh có thể nghĩ đến câu hỏi có thể tìm được tọa độ các đỉnh của một hình không gian bất kỳ hay không ? Muốn như vậy phải làm như thế nào ?

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
- Giao nhiệm vụ và theo dõi hoạt động của HS, hướng dẫn khi cần thiết. - Nhận xét và chính xác hóa kết quả của HS hoàn thành nhiệm vụ đầu tiên. - Chú ý các sai lầm thường gặp . - Đưa ra lời giải (ngắn gọn nhất) cho cả lớp.	- Đọc đầu bài phần bài tập được giao và nghiên cứu lời giải. - Độc lập tiến hành giải toán. - Thông báo kết quả cho GV khi đã hoàn thành nhiệm vụ. - Ghi lời giải bài toán : a) $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=-4\neq 0$ kết luận 4 điểm đã cho không đồng phẳng. b) Gọi α; β; γ lần lượt là các góc tạo bởi các cặp đường thẳng AB và CD; AC và BD; AD và BC khi đó ta có Cosα = $\frac{3\sqrt{7}}{14}$; Cosβ = 0; Cosγ = $\frac{3\sqrt{7}}{14}$. c) - Thể tích tứ diện là: V= $\frac{2}{3}$. Độ dài đường cao kẻ từ A là $h=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

HĐ 2. 3: Học sinh độc lập tìm lời giải bài tập 1 dưới sự hướng dẫn của GV trong khoảng thời gian cho phép.

Trong bài này không có dữ kiện ba cạnh không đồng phẳng đôi một vuông góc tại 1 điểm nên việc chọn hệ trục là một việc tương đối khó với học sinh. Do vậy giáo viên có thể hướng dẫn cho các em cách lấy hệ trục không nhất thiết phải trùng với các cạnh của hình đa diện. Sau đó tùy theo ý đồ của học sinh để giáo viên có thể gợi ý để các em đi đúng hướng.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
- Giao nhiệm vụ và theo dõi hoạt động của HS, hướng dẫn học sinh : GV: Để chọn hệ trục tọa độ Oxyz một cách thuận tiện theo em ta dựa vào dấu hiệu gì? HS: Học sinh trả lời được dấu hiệu là: các cạnh của hình đa diện vuông góc với nhau. GV: Theo em bài này ta nên chọn O trùng với điểm nào? Học sinh sẽ chọn C hoặc A. GV: vì sao em chọn C và vì sao chọn A? *Hi vọng học sinh trả lời được.* HS: Chọn C vì tam giác ABC vuông ở C. Nên từ C kẻ Cz song song với đường thẳng AS thì ta có Cz, CB, CA đôi một vuông góc. HS: Chọn A vì SA vuông góc với CA và AB. Do $CB\perp(SAC)$ nên từ A kẻ Ay song song với CB thì ta cũng có CA, Ay, AS đôi một vuông góc. GV : Chỉ ra tọa độ các đỉnh của hình chóp S(0; b; h); A(0; b; 0); B(a; 0; 0);	- Đọc đầu bài phần bài tập được giao và nghiên cứu lời giải. - Thông báo kết quả cho GV khi đã hoàn thành nhiệm vụ. - Ghi lời giải bài toán : Chọn hệ trục như hình vẽ 

C(0; 0; 0); M(0; $\frac{b}{2}$; 0); N($\frac{a}{3};\frac{2b}{3};\frac{2h}{3}$)	Đáp số: $MN = \frac{\sqrt{4a^2+16h^2+b^2}}{6}$ $MN \perp SB \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{SB}=0 \Leftrightarrow 4h^2=2a^2-b^2$

Thêm phần phương pháp này các em sẽ thấy được hình học không gian bớt khó. Chính vì vậy để luyện thêm cho các em về dạng toán này giáo viên có thể cho các em một số bài tập ứng dụng tọa độ vào giải toán hình học không gian.

HĐ 3 : Hoạt động khám phá ứng dụng phương pháp tọa độ trong không gian để giải bài toán hình học không gian (15phút)

Trong phần này giáo viên cho học sinh lấy bài tập các em được giao từ buổi trước để kiểm tra cách làm và kết quả. Vì thời gian 1 tiết học không nhiều, hơn nữa cách làm dạng bài này các em đã được làm nhiều trong chương trước nên phần bài tập về nhà học sinh chuẩn bị không cần cho học sinh lên bảng trình bày mà chỉ cần học sinh đứng tại chỗ nêu các bước làm bài và đọc kết quả để cả lớp cùng kiểm tra.

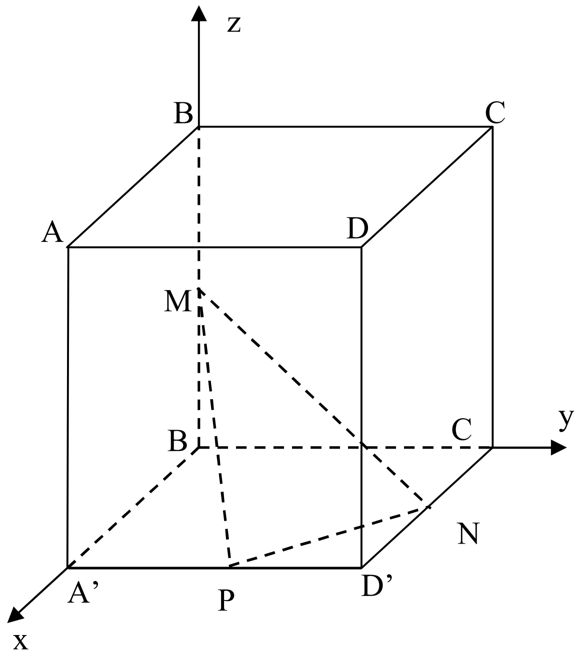
Sau khi cho học sinh kiểm tra kết quả bài toán giáo viên cho học sinh nhận xét về ba cạnh B'B; B'A; B'C'.

Học sinh nhận xét được chúng đôi một vuông góc với nhau.

Vậy ta có thể chọn một đỉnh B' của hình hộp trùng với gốc tọa độ O?

Học sinh sẽ nhớ lại định nghĩa hệ trục và sẽ trả lời được câu hỏi trên. Sau đó giáo viên hướng dẫn học sinh cách chọn hệ trục và tọa độ các đỉnh của hình lập phương.

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
GV: Chọn đỉnh B' trùng với gốc tọa độ O. Em hãy xác định các trục Ox; Oy; Oz và tọa độ các đỉnh của hình lập phương? (chú ý về cách chọn hệ trục tọa độ Ox; Oy; Oz theo ngược chiều kim đồng hồ)	Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh a. Gọi M, N, P là trung điểm các cạnh BB'; D'C'; A'D'. a) Tính độ dài đoạn MN b) Tính diện tích tam giác MNP

HS: Học sinh trả lời được tọa độ các đỉnh của hình lập phương cụ thể như sau: A(a; 0; a); B(0; 0; a); C(0; a; a); D(a; a; a); A’(a; 0; 0); B’(0; 0; 0); C’(0; a; 0); D’(a; a; 0)	 Từ đó học sinh dễ dàng tính được a) $MN = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. b) $S_{\Delta MNP} = \frac{a^2\sqrt{11}}{8}$.

Giáo viên cho học sinh trình bày lên bảng các bước tính chặt chẽ, từ đó cho học sinh nhận xét những ưu điểm của phương pháp này trong việc giải toán hình học không gian.

3)Củng cố (3 phút)

- Qua bài học các em cần thành thạo các phép toán về tọa độ của véctơ và tọa độ của điểm, nhận dạng và viết được phương trình mặt cầu.

- Ứng dụng phương pháp tọa độ trong không gian để giải bài toán hình học không gian .

4)Bài tập về nhà (2 phút)

Làm các bài tập trong SGK – bài tập (trang 68)

PHỤ LỤC 5

GIÁO ÁN 2:

Tiết 35: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

Bài giảng: Phương trình đường thẳng

(Tiết 2)

I. Mục tiêu

1*) Về kiến thức*

+ Trong phần này yêu cầu học sinh nắm được các vị trí tương đối của hai đường thẳng và điều kiện xác định.

2) Về kĩ năng

+ Xác định được vị trí tương đối của hai đường thẳng bất kì trong không gian.

+ Xác định được vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.

+ Làm được các bài toán có liên quan.

3) Về tư duy và thái độ

+ Rèn các thao tác tư duy chủ động phân tích, tổng hợp, tính cẩn thận, sáng tạo và thái độ làm việc nghiêm túc.

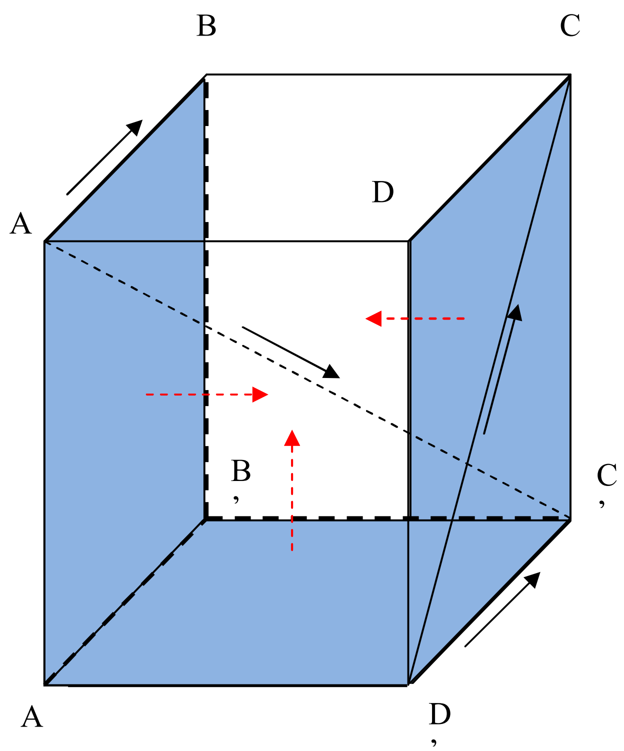
II. Chuẩn bị của giáo viên và học sinh

+ Giáo viên: Giáo án, bảng phụ, phiếu học tập.

+ Học sinh: SGK, các dụng cụ học tập.

Ngoài ra yêu cầu học sinh mang mô hình của tiết trước đi để làm việc với nội dung mới.

Tuy nhiên yêu cầu học sinh về nhà
gắn thêm các véc tơ chỉ phương vào
các đường thẳng như hình vẽ:



III. Phương pháp dạy học

Phương pháp dạy học khám phá. Tổ chức thảo luận nhóm

IV. Tiến trình bài dạy

1) Ổn định tổ chức (1phút)

2) Kiểm tra bài cũ (5 phút)

- Điều kiện đồng phẳng của 4 điểm bất kỳ, điều kiện để hai véc tơ cùng phương.
- Cho đường thẳng d: $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=2+3t \\ z=-3+2t \end{cases}$. Em hãy tìm một véc tơ chỉ phương của d và một điểm thuộc d.

3) Bài mới

Hoạt động 1: Hoạt động khám phá vị trí tương đối giữa hai đường thẳng và điều kiện xác định (12 phút)

Trong hoạt động này giáo viên cho học sinh nghiên cứu mô hình để tương tự như bài trước học sinh sẽ phát hiện được tương ứng với các vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho thì điều kiện là gì.

HĐ của giáo viên, học sinh	Ghi bảng
GV: Em hãy nhắc lại các vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian HS: có 4 vị trí (trùng nhau, song song, cắt nhau, chéo nhau) GV: Yêu cầu học sinh nghiên cứu mô hình và cho biết làm thế nào em có thể phân biệt 4 vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian khi biết phương trình của chúng? Học sinh nghiên cứu mô hình và đưa ra các kết luận	Bài 3: Phương trình đường thẳng. II. Điều kiện để hai đường thẳng song song, cắt nhau, chéo nhau 1. Điều kiện để hai đường thẳng song song 2. Điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau 3. Điều kiện để hai đường thẳng chéo nhau Cho đường thẳng d_1 đi qua điểm M_0, d_2 đi qua điểm M_0' và lần lượt có các véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_1;\vec{u}_2$ (kết quả ở bảng phụ)

Trong phần này dự kiến học sinh sẽ phát hiện được như sau:

Trường hợp 1:

- Hai đường thẳng song song và trùng nhau thì các véc tơ chỉ phương của chúng cùng phương với nhau. Hai đường thẳng song song thì không có điểm chung và hai đường thẳng trùng nhau thì có vô số điểm chung.

- Hai đường thẳng chéo nhau hoặc cắt nhau thì các véc tơ chỉ phương của chúng không cùng phương. Hai đường thẳng cắt nhau thì có một điểm chung và hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

Trường hợp 2:

- Hai đường thẳng song song, trùng nhau, cắt nhau thì cùng nằm trong một mặt phẳng. Hai đường thẳng chéo nhau thì không cùng nằm trong một mặt phẳng. Do đó nếu lấy trên d_1 hai điểm M_0, M_1 và trên d_2 hai điểm M_0', M_1' dựa vào điều kiện đồng phẳng của 4 điểm này để xét sự đồng phẳng của hai đường thẳng. Cụ thể là:

Nếu 4 điểm đã lấy ra là đồng phẳng, khi đó :

- d_1 song song với d_2 khi $\overrightarrow{M_0M_1}$ cùng phương với $\overrightarrow{M_0'M_1'}$ và $\overrightarrow{M_0M_1}$ không cùng phương với $\overrightarrow{M_0M_1'}$

- d_1 trùng với d_2 khi $\overrightarrow{M_0M_1}$ cùng phương với $\overrightarrow{M_0'M_1'}$ và $\overrightarrow{M_0M_1}$ cùng phương với $\overrightarrow{M_0M_1'}$

- d_1 cắt d_2 khi $\overrightarrow{M_0M_1}$ không cùng phương với $\overrightarrow{M_0'M_1'}$

Nếu 4 điểm không đồng phẳng thì kết luận luôn hai đường thẳng đó chéo nhau Khi đó giáo viên chỉnh sửa lại câu trả lời và tổng kết lại cho các em.

Bảng phụ 1: Trường hợp 1:

Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi: $\begin{cases} \textit{véc tơ } \vec{u}_1; \vec{u}_2 \textit{ cùng phương} \\ M_0 \notin d_2 \end{cases}$

Hai đường thẳng trùng nhau khi và chỉ khi: $\begin{cases} \textit{véc tơ } \vec{u}_1; \vec{u}_2 \textit{ cùng phương} \\ M_0 \in d_2 \end{cases}$

Hai đường thẳng cắt nhau khi và chỉ khi: $\begin{cases} \textit{véc tơ } \vec{u}_1; \vec{u}_2 \textit{ không cùng phương} \\ d_1, d_2 \textit{ có một điểm chung duy nhất.} \end{cases}$

Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi: $\begin{cases} \textit{véc tơ } \vec{u}_1; \vec{u}_2 \textit{ không cùng phương} \\ d_1, d_2 \textit{ không có điểm chung} \end{cases}$

Bảng phụ 2: Trường hợp 2:

Hai đường thẳng trùng nhau	$\vec{u}_1;\vec{u}_2$ và $\overrightarrow{M_0M_0'}$ đôi một cùng phương $\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1,\vec{u}_2]=\vec{0} \\ [\vec{u}_1,\overrightarrow{M_0M_0'}]=\vec{0} \end{cases}$
Hai đường thẳng song song	$\vec{u}_1;\vec{u}_2$ cùng phương và $\vec{u}_1$; $\overrightarrow{M_0M_0'}$ không cùng phương $\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1,\vec{u}_2]=\vec{0} \\ [\vec{u}_1,\overrightarrow{M_0M_0'}]\neq\vec{0} \end{cases}$
Hai đường thẳng cắt nhau	$\vec{u}_1;\vec{u}_2$ không cùng phương và $\vec{u}_1;\vec{u}_2;\overrightarrow{M_0M_0'}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1,\vec{u}_2]\neq\vec{0} \\ [\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{M_0M_0'}=\vec{0} \end{cases}$
Hai đường thẳng chéo nhau	$\vec{u}_1;\vec{u}_2;\overrightarrow{M_0M_0'}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{M_0M_0'}\neq\vec{0}$

Hoạt động 2: Hoạt động khám phá vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng (8 phút)

Sau khi học xong vị trí tương đối của hai mặt phẳng và vị trí tương đối của hai đường thẳng thì học sinh có thể hoàn toàn tương tự để xét được vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng cho trước. Khi dạy phần này giáo viên chuẩn bị 4 phiếu học tập và chia lớp thành 4 nhóm. Yêu cầu các em nghiên cứu mô hình và điền vào chỗ (…)

Phiếu học tập:

Cho đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}$ và mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}$. Em hãy điền vào chỗ ba chấm sau (…) điều kiện để : Đường thẳng d nằm trong (P) : ..………………………………………………... Đường thẳng d song song (P) : …………………………………………….... Đường thẳng d cắt (P) tại một điểm : …………………………………… …...

Khi đó học sinh sẽ điền được vào phiếu học tập dự kiến những tình huống sau: với điểm M bất kỳ thuộc d

Tình huống 1:

Đường thẳng d nằm trong (P) $\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}.\vec{n} = 0 \\ M \in (P) \end{cases}$

Đường thẳng d song song (P) $\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}.\vec{n} = 0 \\ M \notin (P) \end{cases}$

Đường thẳng d cắt (P) tại một điểm $\Leftrightarrow \vec{u}.\vec{n} \neq 0$.

Tình huống 2:

Giả sử đường thẳng d: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ và mặt phẳng (P): Ax + By + Cz + D = 0.

Đường thẳng d nằm trong (P) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \\ Ax + By + Cz + D = 0 \end{cases}$ có vô số nghiệm.

Đường thẳng d song song (P) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \\ Ax + By + Cz + D = 0 \end{cases}$ vô nghiệm.

Đường thẳng d cắt (P) tại một điểm $\Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \\ Ax + By + Cz + D = 0 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

Hoạt động 3: Xét các ví dụ áp dụng lý thuyết vừa học. (15 phút)

Trong hoạt động này giáo viên cho học sinh làm các bài tập xét vị trí tương đối giữa đường thẳng và đường thẳng, đường thẳng và mặt phẳng và bước đầu viết phương trình đường thẳng, mặt phẳng có sử dụng đến vị trí tương đối này. Giáo viên phát phiếu học tập cho học sinh để học sinh làm và gọi lên bảng để học sinh trình bày kết quả của mình (có thể viết hoặc trả lời vấn đáp)

Phiếu 1:

a) Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng sau:

1) d_1: $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3-t \end{cases}$; d_2: $\begin{cases} x=1+2t' \\ y=-1+2t' \\ z=2-2t' \end{cases}$

2) $d_2 : x + 1 = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+2}{-1}$ và đường thẳng d_1 là giao của hai mặt phẳng

(P): $x - y - z - 7 = 0$ và (Q): $3x - 4y - 11 = 0$.

b) Xét vị trí tương đối giữa đường thẳng d : $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y-6}{-3} = \dfrac{z}{3}$ và mặt phẳng

(P): $3x + 2y + z - 12 = 0$.

c) Biện luận theo m vị trí tương đối của mặt phẳng (P) và đường thẳng d biết: mp(P): $m^2x + 2y + z + 1 - 3m = 0$ và đường thẳng d là giao của hai mặt phẳng (α): $x + y - 1 = 0$ và (β): $x - y + z - 2 = 0$

Phiếu 2:

Cho hai đường thẳng : d_1 : $\dfrac{x+7}{3} = \dfrac{y-5}{-1} = \dfrac{z-9}{4}$ và d_2 : $\dfrac{x}{3} = \dfrac{y+4}{-1} = \dfrac{z+18}{4}$.

a) Chứng tỏ rằng d_1 và d_2 song song với nhau

b) Lập phương trình mặt phẳng chứa d_1 và d_2

4) Củng cố: (4 phút)

- Yêu cầu học sinh nhắc lại cách xác định vị trí tương đối giữa hai đường thẳng bất kỳ, giữa đường thẳng và mặt phẳng.

Bài 3; 5;9 (SGK - tr 90)