LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan luận văn "***Xây dựng và sử dụng hệ thống bài toán về "Phương pháp toạ độ trong không gian" nhằm rèn luyện các thành phần tư duy sáng tạo cho học sinh THPT"*** là công trình nghiên cứu của riêng tôi. Các số liệu, kết quả nêu trong luận văn là trung thực và chưa từng được ai công bố trong bất kì công trình nào khác.

Tác giả luận văn

Vũ Mạnh Cường

LỜI CẢM ƠN

Tác giả xin được bầy tỏ lòng cảm ơn chân thành đến các thầy cô giáo trường Đại học Tây Bắc đã nhiệt tình, tận tâm giảng dạy và giúp đỡ tác giả trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu.

Hoàn thành luận văn tại trường Đại học Tây Bắc dưới sự hướng dẫn khoa học của PGS. TS. Nguyễn Triệu Sơn. Em xin bày tỏ lòng kính trọng và biết ơn sâu sắc tới thầy, người đã giúp đỡ, chỉ bảo và tạo điều kiện thuận lợi để em nghiên cứu và hoàn chỉnh luận văn.

Tác giả cũng xin chân thành cảm ơn Ban giám hiệu, các thầy cô giáo và các em học sinh trường THPT Bắc Yên đã giúp đỡ tác giả hoàn thành luận văn.

Lời cảm ơn chân thành của tác giả cũng xin được dành cho người thân, gia đình và bạn bè, đặc biệt là lớp Cao học Toán K3 trường Đại học Tây Bắc đã động viên tác giả trong suốt thời gian qua.

Tuy rằng đã rất cố gắng, song chắc chắn hẳn luận văn sẽ không tránh khỏi những thiếu sót. Kính mong được sự chỉ dẫn, đóng góp ý kiến của các thầy cô giáo, các nhà khoa học và các bạn bè đồng nghiệp để luận văn này được hoàn chỉnh hơn.

Xin chân thành cảm ơn!

Vũ Mạnh Cường

DANH MỤC CÁC CHỮ VIẾT TẮT

Viết tắt	Viết đầy đủ
1. THPT	Trung học phổ thông
2. GV	Giáo viên
3. HS	Học sinh
4. PPDH	Phương pháp dạy học
5. ĐC	Đối chứng
6. TN	Thực nghiệm
7. PT	Phương trình
8. SGK	Sách giáo khoa
9. VD	Ví dụ
10. TDST	Tư duy sáng tạo
11. HD	Hướng dẫn
12.GTLN	Giá trị lớn nhất
13. GTNN	Giá trị nhỏ nhất
14. ĐK	Điều kiện
15. NX	Nhận xét
16. PP	Phương pháp
17. HH	Hình học
18. PPTĐ	Phương pháp toạ độ
19. VTPT	Véc tơ pháp tuyến
20. VTCP	Véc tơ chỉ phương
21. CMR	Chứng minh rằng

DANH MỤC CÁC BẢNG

MỤC LỤC

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Ngày nay ở Việt Nam, cũng như ở nhiều nước trên thế giới, giáo dục được coi là quốc sách hàng đầu, là động lực để phát triển kinh tế xã hội. Nhiệm vụ và mục tiêu cơ bản của giáo dục là đào tạo ra những con người phát triển toàn diện về mọi mặt, không những có kiến thức tốt mà còn vận dụng được kiến thức linh hoạt sáng tạo trong từng tình huống công việc.

Luật Giáo dục Việt Nam năm 2005 điều 5 đã ghi rõ: "Nội dung giáo dục phải bảo đảm tính cơ bản, toàn diện, thiết thực, hiện đại và có hệ thống; coi trọng giáo dục tư tưởng và ý thức công dân; kế thừa và phát huy truyền thống tốt đẹp, bản sắc văn hóa dân tộc, tiếp thu tinh hoa văn hóa nhân loại; phù hợp với sự phát triển về tâm sinh lý lứa tuổi của người học. Phương pháp giáo dục phải phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động, tư duy sáng tạo của người học; bồi dưỡng cho người học năng lực tự học, khả năng thực hành, lòng say mê học tập và ý chí vươn lên".

Nghị quyết số 29 – NQ/TW ngày 04 tháng 11 năm 2013 của Ban Chấp hành Trung ương Đảng khoá XI về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo, đáp ứng yêu cầu công nghiệp hoá, hiện đại hoá trong điều kiện kinh tế thị trường định hướng xã hội chủ nghĩa và hội nhập quốc tế đã xác định mục tiêu giáo dục phổ thông: "Tăng cường giáo dục thể chất, kiến thức quốc phòng, an ninh và hướng nghiệp. Tiếp tục đổi mới mạnh mẽ phương pháp dạy và học theo hướng hiện đại; phát huy tính tích cực, tính chủ động, tính sáng tạo và vận dụng kiến thức, kỹ năng của người học; khắc phục lối truyền thụ áp đặt một chiều, ghi nhớ máy móc. …."

Với vị trí đặc biệt của môn Toán là môn học công cụ, cung cấp kiến thức, kĩ năng, phương pháp, góp phần xây dựng nền tảng văn hoá của con người lao động mới làm chủ tập thể, việc thực hiện nguyên lí giáo dục "Học đi đôi với hành, giáo dục kết hợp với với lao đọng sản xuất, nhà trường gắn liền với xã hội” cần phải quán triệt mọi trường hợp để hình thành mối niên hệ qua lại giữa kỷ luật lao động sản xuất, cuộc sống và Toán học.

Để làm được điều này, với lượng kiến thức và thời gian được phân phối cho môn toán bậc THPT, mỗi giáo viên phải có một phương pháp giảng dạy linh hoạt thì mới có thể truyền tải được tối đa kiến thức cho học sinh, mới phát huy được tư duy sáng tạo của học sinh, không những đáp ứng cho môn học mà còn áp dụng được kiến thức đã học vào các khoa học khác vào thực tiễn cuộc sống và chuyển tiếp bậc học cao hơn sau này.

Chủ đề toạ độ trong không gian cho phép học sinh tiếp cận những kiến thức hình học phổ thông một cách gọn gàng, sáng sủa và có hiệu quả một cách nhanh chóng, tổng quát, đôi khi không cần đến hình vẽ. Nó tạo ra nhiều cơ hội để phát triển tư duy sáng tạo, trừu tượng, năng lực phân tích, tổng hợp.. …... cho học sinh.

Thực tế giảng dạy chủ đề toạ độ trong không gian ở trường THPT còn mang nặng tính cung cấp những thuật toán cụ thể để giải toán, nói cách khác là chủ yếu cung cấp khối lượng kiến thức mà chưa chú ý đến việc rèn luyện tư duy sáng tạo cho học sinh. Có thể khẳng định là việc rèn luyện tư duy sáng tạo cho học sinh là cần thiết với mọi đối tượng học sinh chứ không phải chỉ dành cho đối tượng học sinh khá giỏi.

Với các lý do nêu trên, để góp phần bồi dưỡng tư duy sáng tạo cho học sinh bậc THPT. Vì vậy, tôi chọn đề tài nghiên cứu của luận văn này là: ***Xây dựng và sử dụng hệ thống bài toán về “Phương pháp toạ độ trong không gian” nhằm rèn luyện các thành phần tư duy sáng tạo cho học sinh THPT*.**

2. Phạm vi nghiên cứu

Do hạn chế về mặt thời gian cũng như trình độ nghiên cứu nên đề tài chỉ tập trung xây dựng hệ thống bài toán về “Phương pháp toạ độ trong không gian” nhằm rèn luyện các thành phần tư duy sáng tạo cho học sinh, từ đó điều chỉnh quá trình dạy và học tập tại một số trường THPT trên địa bàn

3. Mục đích nghiên cứu

- Đề xuất và gợi ý sử dụng hệ thống bài toán về ‘‘Phương pháp tọa độ trong không gian’’ nhằm rèn luyện 3 thành phần của tư duy sáng tạo cho học sinh.

4. Nhiệm vụ nghiên cứu

- Nghiên cứu cơ sở lý luận về tư duy sáng tạo.

- Nghiên cứu thực tiễn dạy học “Phương pháp toạ độ trong không gian” ở trường phổ thông.

- Xây dựng và sử dụng hệ thống các bài toán về phương pháp toạ độ trong không gian nhằm rèn luyện các thành phần của tư duy sáng tạo cho học sinh.

- Thử nghiệm sư phạm để kiểm nghiệm tính khả thi và hiệu quả của đề tài trong dạy học.

5. Giả thuyết khoa học

Nếu xây dựng và sử dụng được hệ thống bài toán nhằm rèn luyện cho học sinh theo các thành phần của tư duy sang tạo về ‘‘Phương pháp tọa độ trong không gian” thì học sinh vừa có nhận thức tốt hơn về chủ đề này, đồng thời phát triển được tư duy sáng tạo, nâng cao chất lượng dạy học.

6. Phương pháp nghiên cứu

- Phương pháp nghiên cứu lí luận:

- Nghiên cứu các giáo trình, các bài báo về xây dựng hệ thống bài toán nhằm rèn luyện cho học sinh theo các thành phần của tư duy sang tạo.

- Nghiên cứu các đề tài có nội dung phù hợp với hướng nghiên cứu của đề tài.

- Phương pháp điều tra – quan sát:

- Điều tra thực tiễn tổ chức dạy học nội dung hình học tọa độ trong không gian ở các trường phổ thông trên địa bàn Huyện Bắc Yên – Sơn La.

- Điều tra việc xây dựng và sử dụng hệ thống bài toán về "Phương pháp toạ độ trong không gian" ở các trường THPT trên địa bàn Huyện Bắc Yên.

- Phương pháp thực nghiệm khoa học: Thực nghiệm sư phạm để xem xét tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp được đề xuất trong luận văn.

7. Bố cục của luận văn

Ngoài phần Mở đầu và Kết luận, nội dung luận văn được trình bày trong ba chương:

Chương 1: Cơ sở lý luận và thực tiễn.

Chương 2: Xây dựng và sử dụng hệ thống bài toán về phương pháp toạ độ trong không gian nhằm rèn luyện các thành phần của tư duy sáng tạo cho học sinh.

Chương 3: Thực nghiệm sư phạm

Chương 1:
CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN

1.1. Tư duy và tư duy sáng tạo.

1.1.1. Tư duy, các hình thức cơ bản của tư duy, các thao tác tư duy.

1.1.1.1. Khái niệm tư duy và một số yếu tố cơ bản của tư duy.

Theo từ điển tiếng Việt "Tư duy là giai đoạn cao của quá trình nhận thức, đi sâu vào bản chất và phát hiện ra tính quy luật của sự vật bằng những hình thức như biểu tượng, khái niệm, phán đoán và suy lý''.

Trong cuốn *"Rèn luyện tư duy trong dạy học toán"*, PGS.TS Trần Thúc Trình có định nghĩa: "Tư duy là một quá trình nhận thức, phản ánh những thuộc tính bản chất, những mối quan hệ có tính quy luật của sự vật và hiện tượng mà trước đó chủ thể chưa biết". [21, tr1]

Theo Pap-lôp: Tư duy là "sản vật cao cấp của một vật chất hữu cơ đặc biệt, tức là bộ óc, qua quá trình hoạt động của sự phản ánh hiện thực khách quan bằng biểu tượng, khái niệm, phán đoán...Tư duy bao giờ cũng liên hệ với một hình thức nhất định của sự vận động của vật chất với sự hoạt động của bộ óc...Khoa học hiện đại đã chứng minh rằng tư duy là đặc tính của vật chất".

Pap-lôp đã chứng minh một cách không thể chối cãi rằng bộ óc là cơ cấu vật chất của hoạt động tâm lý. Ông viết: " ...Hoạt động tâm lý là kết quả của hoạt động sinh lý của một bộ phận nhất định của bộ óc...".

Một đặc điểm nổi bật của tư duy là tính ''có vấn đề ''. Ở hoàn cảnh, tình huống có vấn đề mà sự giải quyết vấn đề đó gợi lên nhu cầu và nằm trong khả năng hiểu biết tri thức của chủ thể nhận thức thì tư duy được hình thành và phát triển.

Nhà toán học A.Ia.Khinxin cho rằng những nét độc đáo của phong cách tư duy toán học là :

1. Suy luận theo sơ đồ logic chiếm ưu thế.
2. Khuynh hướng đi tìm con đường ngắn nhất đến mục đích.
3. Phân chia rành mạch các bước suy luận.
4. Sử dụng chính xác các kí hiệu.
5. Lập luận có căn cứ đầy đủ.

Tư duy có tác dụng to lớn trong đời sống xã hội. Người ta dựa vào tư duy để nhận thức những quy luật khách quan của tự nhiên, xã hội và lợi dụng những quy luật đó trong hoạt động thực tiễn của mình.

1.1.1.2. Quá trình tư duy

Quá trình tư duy thường bao gồm 4 bước cơ bản sau đây:

- Xác định được vấn đề, biểu đạt nó thành nhiệm vụ tư duy (tìm được câu hỏi cần giải đáp).

- Huy động tri thức, vốn kinh nghiệm, liên tưởng, hình thành giả thuyết về cách giải quyết vấn đề, cách trả lời câu hỏi.

- Xác minh giả thuyết. Nếu giả thuyết sai thì phủ định nó và hình thành giả thuyết mới. Nếu giả thuyết đúng thì áp dụng.

- Quyết định, đánh giá kết quả, đưa ra sử dụng.

1.1.1.3. Các hình thức cơ bản của tư duy

- *Khái niệm*: Khái niệm là một hình thức tư duy phản ánh một lớp đối tượng và do đó nó có thể được xem xét theo hai phương diện: Ngoại diên và nội hàm. Bản thân lớp đối tượng xác định khái niệm được gọi là ngoại diên, còn toàn bộ các thuộc tính chung của lớp đối tượng này được gọi là nội hàm của lớp đối tượng đó.

- *Phán đoán*: Phán đoán là hình thức tư duy, trong đó khẳng định một dấu hiệu thuộc hay không thuộc một đối tượng. Phán đoán có tính chất hoặc đúng hoặc sai và nhất thiết chỉ xảy ra một trong hai trường hợp đó mà thôi.

Trong tư duy, phán đoán được hình thành bởi hai phương thức chủ yếu: trực tiếp và gián tiếp. Trong trường hợp thứ nhất, phán đoán diễn đạt kết quả nghiên cứu của qua trình tri giác một đối tượng, còn trong trường hợp thứ hai phán đoán được hình thành thông qua một hoạt động trí tuệ đặc biệt gọi là suy luận. Cũng như các khoa học khác, toán học thực chất là một hệ thống các phán đoán về những đối tượng của nó, với nhiệm vụ xác định tính đúng sai của các luận điểm.

<u>Ví dụ 1.1:</u>

- *Về phán đoán*: Mệnh đề: ‘’Kích thước hình chiếu của một hình phẳng trên một mặt phẳng không lớn hơn kích thước thật của nó’’ là một phán đoán đúng và mệnh đề "Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song" là một phán đoán và là phán đoán sai.

- *Suy luận*: Suy luận là một quá trình tư duy có quy luật, quy tắc nhất định (gọi là các quy luật, quy tắc suy luận). Muốn suy luận đúng cần phải tuân theo những quy luật, quy tắc ấy. Có hai hình thức suy luận là suy diễn và quy nạp. Suy diễn đi từ cái tổng quát đến cái riêng, còn quy nạp đi từ cái riêng đến cái chung.

Trong dạy học toán, suy diễn và quy nạp không thể tách rời nhau. Quy nạp để đi đến các luận đề chung làm cơ sở cho quá trình suy diễn, ngược lại suy diễn để kiểm chứng kết quả của quy nạp.

<u>Ví dụ 1.2:</u>

Về quy nạp trong hình học: CMR: Nếu một tam giác có diện tích là S thì hình chiếu của nó có diện tích S’ bằng tích của S với cosin của góc φ giữa mặt phẳng của tam giác và mặt phẳng chiếu .

$S' = S.\cos\varphi$

Chứng minh: Chứng minh kết quả này bằng quy nạp là phải chứng minh công thức đó trong mọi trường hợp.

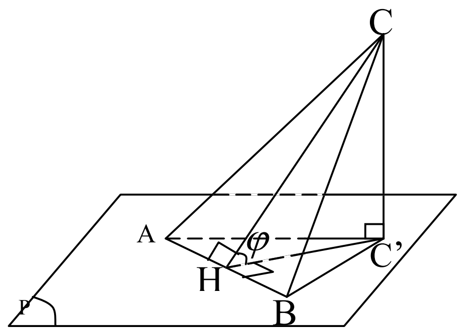
Gọi S là diện tích tam giác ABC, S' là diện tích của tam giác A'B'C', hình chiếu của tam giác ABC trên mặt phẳng (P), và gọi φ là góc giữa (P) với (ABC).

- Nếu $\varphi = 0^0$ hoặc $\varphi = 90^0$ thì công thức hiểm nhiên đúng.

Nếu $0^0 < \varphi < 90^0$. Xảy ra hai trường hợp :

+ Trường hợp 1 : Tam giác ABC có một cạnh song song hay nằm trong mặt phẳng chiếu (P).

Không mất tính tổng quát ta có thể giả sử cạnh AB nằm trong (P), gọi C' là hình chiếu của đỉnh C trên (P).

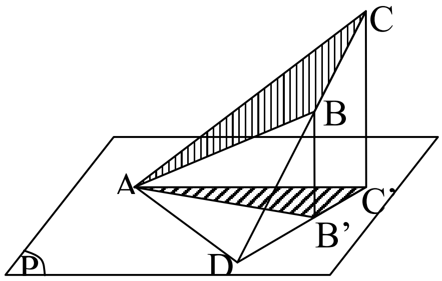


Trong (P) ta kẻ $CH \perp AB$ ta có $\varphi = \widehat{C'HC}$ và $C'H = CH.\cos\varphi$.

Do đó $S' = \frac{1}{2}AB.C'H = \frac{1}{2}AB.CH.\cos\varphi \Rightarrow S' = S.\cos\varphi$

+ Trường hợp 2 : Tam giác ABC không có cạnh nào song song hay nằm trong mặt chiếu (P).

Không mất tính tổng quát ta có thể giả sử ta có thể giả sử (P) đi qua đỉnh A sao cho các đỉnh B và C ở cùng một phía đối với (P).



Gọi D là giao điểm của BC với (P) và B', C' là hình chiếu của B, C trên (P), thế thì D thuộc B'C'.

Theo trường hợp 1 ta có :

$S_{ADC'} = S_{ADC}.\cos\varphi \quad (1)$

$S_{ADB'} = S_{ADB}.\cos\varphi \quad (2)$

Trừ từng vế hai đẳng thức (1) và (2) ta được: $S_{AB'C'} = S_{ABC}.\cos\varphi$, nghĩa là ta có: **S' = S.cos** φ

Như vậy, trong mọi trường hợp ta có**: S' = S.cos** φ

1.1.1.4. Các thao tác tư duy

\+ *Phân tích-tổng hợp*:

Phân tích là thao tác tư duy để phân chia đối tượng nhận thức thành các bộ phận, các mặt, các thành phần khác nhau. Còn tổng hợp là các thao tác tư duy để hợp nhất các bộ phận, các mặt, các thành phần đã tách rời nhờ sự phân tích thành một chỉnh thể.

Phân tích và tổng hợp có quan hệ mật thiết không thể tách rời, chúng là hai mặt đối lập của một quá trình thống nhất. Phân tích tiến hành theo hướng tổng hợp, tổng hợp được thực hiện theo kết quả phân tích. Trong học tập môn toán, phân tích-tổng hợp có mặt ở mọi hoạt động trí tuệ, là thao tác tư duy quan trọng nhất để giải quyết vấn đề.

\+ *So sánh-tương tự*:

So sánh là thao tác tư duy nhằm xác định sự giống nhau hay khác nhau, sự đồng nhất hay không đồng nhất, sự bằng nhau hay không bằng nhau giữa các đối tượng nhận thức. So sánh liên quan chặt chẽ với phân tích-tổng hợp và đối với các hình thức tư duy đó có thể ở cấp độ đơn giản hơn nhưng vẫn có thể nhận thức được những yếu tố bản chất của sự vật, hiện tượng.

Tương tự là một dạng so sánh mà từ hai đối tượng giống nhau ở một số dấu hiệu, rút ra kết luận hai đối tượng đó cũng giống nhau ở dấu hiệu khác.

Như vậy, tương tự là sự giống nhau giữa hai hay nhiều đối tượng ở một cấp độ nào đó, trong một quan hệ nào đó.

Ví dụ: 1.3.

Trong ΔABC vuông tại A, AB = c, BC = a, CA = b, h_a là độ dài đường cao ứng với đỉnh A, ta có : $a^2 = b^2 + c^2$, $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$,...

Trong tam diện vuông SABC, SA = a, SB = b, SC = c, khoảng cách từ S đến (ABC) là h, ta cũng có: $S^2(ABC) = S^2(SAB) + S^2(SBC) + S^2(SCA)$, $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$,...

+ *Khái quát hoá, đặc biệt hoá*:

Khái quát hoá là thao tác tư duy nhằm hợp nhất nhiều đối trượng khác nhau thành một nhóm, một loại theo những thuộc tính, những liên hệ hay quan hệ chung giống nhau và những thuộc tính chung bản chất.

Theo Nguyễn Bá Kim: "Khái quát hoá là chuyển từ một tập hợp đối tượng sang một tập hợp đối tượng lớn hơn chứa tập hợp ban đầu bằng cách nêu bật một số đặc điểm chung của các phần tử trong tập hợp xuất phát". [8, tr51].

Như vậy có thể hiểu khái quát hoá là quá trình đi từ cái riêng, cái đặc biệt đến cái chung, cái tổng quát, hoặc từ một tổng quát đến một tổng quát hơn. Trong toán học, người ta thường khái quát một yếu tố hoặc nhiều yếu tố của khái niệm, định lý, bài toán...thành những kết quả tổng quát.

Đặc biệt hoá là thao tác tư duy ngược lại với khái quát hoá.

Theo G. Pôlya: "Đặc biệt hóa là chuyển từ việc nghiên cứu một tập hợp đối tượng đã cho sang việc nghiên cứu một tập hợp nhỏ hơn chứa trong tập hợp đã cho" [7, tr22].

Chẳng hạn, chúng ta đặc biệt hóa khi chuyển từ việc nghiên cứu đa giác sang việc nghiên cứu đa giác đều. Từ việc nghiên cứu đa giác đều ta lại đặc biệt hóa để nghiên cứu tam giác đều. Đó là đặc biệt hóa từ cái riêng đến cái riêng hơn.

Đặc biệt hóa là quá trình đi từ cái chung đến cái riêng, là quá trình minh họa hoặc giải thích những khái niệm, định lí bằng những trường hợp riêng lẻ, cụ thể.

Đặc biệt hóa thường được sử dụng trong việc trình bày các khái niệm, chứng minh các định lí, bài toán…Trong bài toán quỹ tích hoặc tìm điểm cố định đặc biệt hóa thường được sử dụng để mò mẫm, dự đoán quỹ tích, dự đoán điểm cố định trên cơ sở đó để tìm lời giải của bài toán.

+ *Trừu tượng hoá*:

Trừu tượng hoá là thao tác tư duy nhằm gạt bỏ những mặt, những thuộc tính, những liên hệ, quan hệ thứ yếu, không cần thiết và chỉ giữ lại các yếu tố cần thiết cho tư duy. Sự phân biệt bản chất hay không bản chất ở đây chỉ mang nghĩa tương đối, nó phụ thuộc mục đích hành động.

<u>Ví dụ: 1.4.</u>

Trừu tượng hoá khái niệm tập hợp số ta được khái niệm tập hợp với phần tử là những đối tượng nào đó, trừu tượng hoá khái niệm hàm số được khái niệm ánh xạ...

1.1.2. Sáng tạo, quá trình sáng tạo

1.1.2.1. Khái niệm sáng tạo

Theo từ điển tiếng Việt "Sáng tạo là tìm ra cái mới, cách giải quyết mới không bị gò bó, phụ thuộc vào cái đã có''.

Lecne cho rằng: "Sự sáng tạo là quá trình con người xây dựng cái mới về chất bằng hành động trí tuệ đặc biệt mà không thể xem như là hệ thống các thao tác hoặc hành động được mô tả thật chính xác và được điều hành nghiêm ngặt".

Solso R.L quan niệm: "Sáng tạo là một hoạt động nhận thức mà nó đem lại một cách nhìn nhận hay cách giải quyết mới mẻ đối với một vấn đề hay tình huống".

Theo Nguyễn Cảnh Toàn: "Người có óc sáng tạo là người có kinh nghiệm phát hiện vấn đề và giải quyết vấn đề đã đặt ra".

Có hai cấp độ sáng tạo:

Cấp độ 1: Cách mạng trong một lĩnh vực nào đó, làm thay đổi tận gốc các quan niệm của một hệ thống, tri thức và sự vận dụng. Chẳng han như: phát hiện ra hình học phi Ơclit của Lôbasepxki, lí thuyết nhóm của Galoa...

Cấp độ 2: Phát triển liên tục cái đã biết, mở rộng lĩnh vực ứng dụng. Chẳng hạn như sự phát triển của máy tính, của lazer...

Đối với người học toán, có thể quan niệm sự sáng tạo đối với họ, nếu họ tự đương đầu với những vấn đề mới đối với họ và họ tự mình tìm tòi độc lập những vấn đề đó, để tự mình thu nhận được cái mới mà họ chưa từng biết.

Như vậy một bài toán cũng được xem như là mang yếu tố sáng tạo nếu các thao tác giải nó không bị những mệnh lệnh nào đó chi phối, tức là người giải chưa biết thuật toán để giải và phải tiến hành tìm kiếm với những bước đi chưa biết trước.

1.1.2.2. Quá trình sáng tạo

* Các giai đoạn của quá trình sáng tạo:

Nghiên cứu về tâm lí học sáng tạo trong lĩnh vực toán học J.Adama đã chỉ ra quá trình lao động sáng tạo thường trải qua bốn giai đoạn:

+ Giai đoạn chuẩn bị: Là giai đoạn đặt nhiệm vụ nghiên cứu, thu thập tài liệu liên quan.

+ Giai đoạn ấp ủ: Quá trình tư duy ít bị sự kiểm soát hơn của ý thức, tiềm thức lại chiếm ưu thế, các hoạt động bổ sung cho vấn đề được quan tâm.

+ Giai đoạn bừng sáng: Đột nhiên tìm được lời giải đáp, đó là các bước nhảy vọt về chất trong tri thức, xuất hiện đột ngột và kéo theo là sự sáng tạo.

+ Giai đoạn kiểm chứng: Xem xét, khái quát kết quả; Ý thức lại được tham gia tích cực; Kiểm tra trực giác, triển khai các luận chứng lôgic để có thể chứng tỏ tính chất đúng đắn của cách thức giải quyết vấn đề, khi đó sáng tạo mới được khẳng định.

* Đặc điểm của quá trình sáng tạo:

+ Vận dụng tri thức và kỹ năng đã có vào hoàn cảnh mới.

+ Nhận ra vấn đề mới trong những điều kiện quen thuộc.

+ Nhìn ra các chức năng mới ở những đối tượng quen thuộc.

+ Nhận ra cấu trúc của đối tượng đang nghiên cứu.

+ Lựa chọn cách giải quyết tốt nhất trong từng hoàn cảnh nhờ khả năng tìm được nhiều giải pháp trên nhiều góc độ và hoàn cảnh khác nhau.

+ Năng lực tìm kiếm và quyết định phương pháp giải quyết độc đáo trong khi đã biết được nhiều phương pháp giải quyết truyền thống.

Trong quá trình sáng tạo toán học, thường xuất hiện những trạng thái hay tình huống một tư tưởng nào đó đột nhiên bừng sáng trong đầu óc con người hoặc đặt con người trong trạng thái "hứng khởi" cao độ, khi đó các tư tưởng hình như cứ theo nhau kéo đến một cách dồn dập, giúp họ đi đến những kết quả mới.

1.1.3. Tư duy sáng tạo, thành phần của tư duy sáng tạo

1.1.3.1. Tư duy sáng tạo

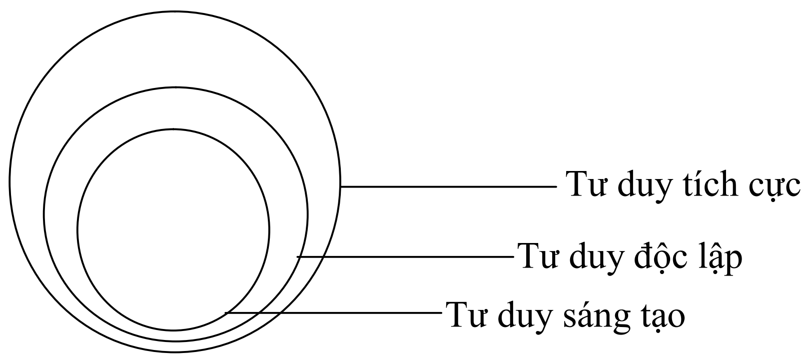
Trong cuốn sách "Khuyến khích một số hoạt động trí tuệ của học sinh qua môn toán ở trường THCS" của Nguyễn Bá Kim - Vương Dương Minh - Tôn Thân , các tác giả cho rằng: "Tư duy sáng tạo là một dạng tư duy độc lập, tạo ra ý tưởng mới độc đáo và có hiệu quả giải quyết vấn đề cao. Ý tưởng mới thể hiện ở chỗ phát hiện vấn đề mới, tìm ra hướng đi mới, tạo ra kết quả mới. Tính độc đáo của ý tưởng mới thể hiện ở giải pháp lạ, hiếm, không quen thuộc hoặc duy nhất" [9, tr72].

Theo nhà tâm lý học G.Mehlhorn: "Tư duy sáng tạo là hạt nhân của sự sáng tạo cá nhân đồng thời là hạt nhân cơ bản của giáo dục".

Tuỳ vào cấp độ tư duy, người ta chia nó thành ba cấp độ: tư duy tích cực, tư duy độc lập, tư duy sáng tạo. Mỗi cấp độ tư duy đi trước là tiền đề tạo nên cấp độ tư duy đi sau. Đối với chủ thể nhận thức, tư duy tích cực được đặc trưng bởi sự khát vọng, sự cố gắng trí tuệ và nghị lực. Còn tư duy độc lập thể hiện ở khả năng tự phát hiện và giải quyết vấn đề, tự kiểm tra và hoàn thiện kết quả đạt được. Không thể có tư duy sáng tạo nếu không có tư duy tích cực và tư duy độc lập.

Mặt khác, có ý kiến cho rằng: "Tính linh hoạt, tính độc lập và tính phê phán là những điều kiện cần thiết của tư duy sáng tạo, là những đặc điểm về những mặt khác nhau của tư duy sáng tạo".

Mối quan hệ giữa các cấp độ tư duy có thể biểu thị mối liên hệ bởi sơ đồ sau:



Cấp độ vòng ngoài là tiền đề cho cấp độ vòng trong.

<u>Ví dụ: 1.5.</u>

Về các cấp độ tư duy:

- Tư duy tích cực: Học sinh chăm chú nghe giáo viên giảng cách chứng minh định lý và cố gắng hiểu bài.

- Tư duy độc lập: Học sinh nghiên cứu tài liệu, tự mình tìm hiểu cách chứng minh định lý.

- Tư duy sáng tạo: Học sinh tự khám phá định lý, tự chứng minh định lý đó.

Tư duy sáng tạo có tính chất tương đối vì cùng một chủ thể giải quyết vấn đề trong điều kiện này có thể mang tính sáng tạo trong điều kiện khác, hoặc cùng một vấn đề được giải quyết có thể mang tính sáng tạo đối với người này nhưng không mang tính sáng tạo đối với người khác.

1.1.3.2. Thành phần của tư duy sáng tạo

Nội dung mục này dựa theo tài liệu [16].

Mang đặc thù của một quá trình sáng tạo, có thể nói tư duy sáng tạo là sự kết hợp ở đỉnh cao của tư duy độc lập và tư duy tích cực, tư duy sáng tạo gồm các thành phần sau:

+ *Tính mềm dẻo*: Là năng lực thay đổi dễ dàng, nhanh chóng trật tự của hệ thống tri thức, chuyển từ góc độ quan niệm này sang góc độ quan niệm khác, định nghĩa lại sự vật, hiện tượng, gạt bỏ sơ đồ tư duy có sẵn và xây dựng phương pháp tư duy mới, tạo ra sự vật mới trong mối quan hệ mới hoặc chuyển đổi quan hệ và nhận ra bản chất của sự vật và điều phán đoán. Tính mềm dẻo gạt bỏ sự sơ cứng trong tư duy, mở rộng sự nhìn nhận vấn đề từ nhiều khía cạnh khác nhau của chủ thể nhận thức.

+ *Tính nhuần nhuyễn*: Là năng lực tạo ra một cách nhanh chóng sự tổ hợp giữa các yếu tố riêng lẻ của tình huống hoàn cảnh, đưa ra giả thuyết mới và ý tưởng mới. Tính nhuần nhuyễn của tư duy sáng tạo được đặc trưng bởi khả năng tạo ra số các ý tưởng mới khi nhận thức vấn đề.

+ *Tính độc đáo*: Là năng lực độc lập tư duy trong quá trình xác định mục đích cũng như giải pháp, biểu hiện trong những giải pháp lạ, hiếm, tính hợp lý, tính tối ưu của giải pháp.

+ *Tính hoàn thiện*: Là khả năng lập kế hoạch, phối hợp các ý nghĩ và hành động, phát triển ý tưởng, kiểm tra và chứng minh ý tưởng.

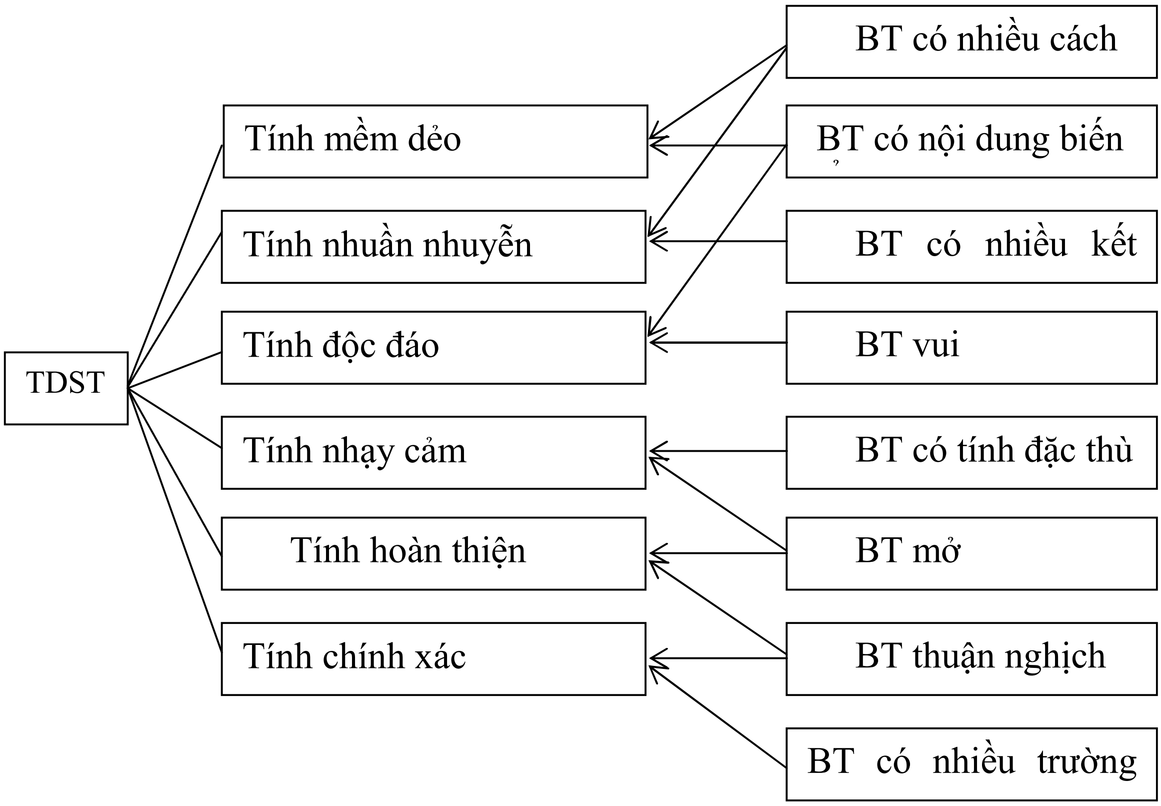
+ *Tính nhạy cảm vấn đề*: Là năng lực nhanh chóng phát hiện vấn đề, sự mâu thuẫn, sai lầm, thiếu lôgic, chưa tối ưu...và từ đó đề xuất hướng giải quyết, tạo ra cái mới.

Ngoài ra tư duy sáng tạo còn có một số yếu tố khác như: Tính chính xác, năng lực định giá, năng lực định nghĩa lại, khả năng phán đoán.

Các yếu tố cơ bản nói trên không tách rời nhau mà trái lại, chúng quan hệ mật thiết với nhau, hỗ trợ, bổ sung cho nhau. Khả năng dễ dàng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác (tính mềm dẻo) tạo điều kiện cho việc tìm được nhiều giải pháp trên nhiều góc độ và tình huống khác nhau (tính nhuần nhuyễn) và nhờ đề xuất nhiều phương án khác nhau mà có thể tìm được những phương án lạ, đặc sắc (tính độc đáo). Các yếu tố cơ bản này lại có quan hệ khăng khít với các yếu tố khác như: Tính chính xác, tính hoàn thiện, tính nhạy cảm vấn đề...Tất cả các yếu tố đặc trưng nói trên cùng góp phần tạo nên tư duy sáng tạo, đỉnh cao nhất trong các hoạt động trí tuệ của con người.

Hoạt động giải toán là một hoạt động chủ yếu giúp rèn luyện tư duy sáng tạo toán học cho học sinh, mỗi dạng bài toán đều có tác dụng nhất định đối với từng thành phần cơ bản của tư duy sáng tạo.

Có thể biểu diễn sơ đồ đó như sau:



Sau đây là ví dụ minh hoạ sự thể hiện các thành phần của tư duy sáng tạo:

<u>Ví dụ 1.6:</u>

Lập phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $M(6;0;0), N(0;2;0)$, tiếp xúc với mặt cầu tâm I(4;4;4), bán kính R = 4.

- Với tính nhuần nhuyễn có thể nghĩ ngay đến cách giải quyết sau: Gọi phương trình (P) là: Ax + By + Cz + D = 0, rồi tìm A, B, C theo 3 điều kiện: $M \in (P)$, $N \in (P)$, $d(I,(P)) = R$.

- Với tính hoàn thiện, có thể suy nghĩ là: (P) đã biết ít nhất một điểm, cần tìm véc tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của (P), phải chỉ ra hai đk để tính được $\vec{n}$.

-Với tính độc đáo: (P) đã qua hai điểm thuộc hai trục Ox, Oy. Nếu (P) qua điểm K(0;0;c) thuộc Oz thì phương trình (P) có dạng: $\frac{x}{6}+\frac{y}{2}+\frac{z}{c}=1$,

$d(I,(P)) = R \Rightarrow$ c.

-Với tính nhạy cảm: Trong lời giải 3 phải xét trường hợp (P) // Oz.

Qua bài toán trên ta thấy, có thể khai thác được nhiều tình huống; nhiều bài toán với nhiều cách giải khác nhau, với mục đích phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh.

1.1.4. Phát triển tư duy sáng tạo toán học cho học sinh ở trường phổ thông

Toán học có thể xem xét theo hai phương diện. Nếu chỉ trình bày lại những kết quả toán học đã đạt được thì nó là một khoa học suy diễn và tính lôgic nổi bật lên. Nhưng nếu nhìn toán học trong quá trình hình thành và phát triển, trong quá trình tìm tòi và phát minh, thì trong phương pháp của nó vẫn có tìm tòi, dự đoán, vẫn có thực nghiệm và quy nạp. Như vậy sự thống nhất giữa suy đoán và suy diễn là một đặc điểm của tư duy toán học.

Ngày nay, khi khoa học và công nghệ có những bước phát triển mạnh mẽ, trở thành lực lượng sản xuất trực tiếp trong nền kinh tế tri thức, thì mục tiêu giáo dục nói chung và nhiệm vụ phát triển tư duy sáng tạo cho thế hệ trẻ nói riêng có vai trò đặc biệt quan trọng. Sứ mệnh của nhà trường hiện đại là phát triển tối ưu nhân cách của học sinh, trong đó năng lực sáng tạo cần được bồi dưỡng để thúc đẩy mọi tài năng.

Môn toán với vị trí của nó trong nhà trường phổ thông, có khả năng to lớn giúp học sinh phát triển các năng lực và phẩm chất trí tuệ, rèn luyện tư duy chính xác, hợp lôgic, phương pháp khoa học trong suy nghĩ, lập luận, trong học tập và giải quyết các vấn đề: Biết quan sát, thí nghiệm, mò mẫm, dự đoán, dùng tương tự, quy nạp, chứng minh...và qua đó có tác dụng lớn rèn luyện cho học sinh trí thông minh sáng tạo. Phát triển tư duy sáng tạo toán học nằm trong việc phát triển năng lực trí tuệ chung, một nội dung quan trọng của mục đích dạy học môn toán. Mục đích đó cần được thực hiện có ý thức, có hệ thống, có kế hoạch chứ không phải tự phát. Về phía người giáo viên, trọng hoạt động dạy học toán cần chú ý đến một số mặt sau đây:

- Rèn luyện tư duy lôgic và ngôn ngữ chính xác.

- Phát triển khả năng suy đoán và tưởng tượng.

- Rèn luyện các hoạt động trí tuệ cơ bản, các thao tác tư duy như: Phân tích, tổng hợp, đặc biệt hoá, khái quát hoá, trừu tượng hoá.

- Hình thành, rèn luyện những phẩm chất trí tuệ như: Tính linh hoạt, tính độc lập, tính sáng tạo trong tư duy.

1.2. Dạy học giải bài tập ở trường phổ thông

1.2.1. Vai trò của việc bài tập toán

Nội dung mục này dựa theo tài liệu [12]

- Theo nghĩa rộng, bài tập (bài toán) đặt ra sự cần thiết phải tìm kiếm một cách có ý thức phương tiện thích hợp để đạt tới một mục đích trông thấy rõ ràng nhưng không thể đạt được ngay. Giải toán tức là tìm ra phương tiện đó.

- Tuy nhiên cũng cần có sự phân biệt giữa bài tập và bài toán. Để giải bài tập, chỉ yêu cầu áp dụng máy móc các kiến thức, quy tắc hay thuật toán đã học. Nhưng đối với bài toán, để giải được phải tìm tòi, giữa các kiến thức có thể sử dụng và việc áp dụng để xử lý tình huống còn có khoảng cách, vì các kiến thức đó không dẫn trực tiếp đến phương tiện xử lý thích hợp. Muốn sử dụng được những điều đã biết, cần phải kết hợp, biến đổi chúng, làm cho chúng thích hợp với tình huống.

- Hiện nay trong sách giáo khoa toán trên thế giới, sau mỗi bài học đều có ba loại bài thực hành, bài tập và bài toán, trình bày tách biệt với nhau, trong đó những bài toán thực tiễn chiếm một tỉ lệ cao.

- Bài tập toán học có vai trò quan trọng trong quá trình học tập môn toán ở nhà trường phổ thông. Giải bài tập toán học là hình thức chủ yếu của hoạt động toán học. Thông qua việc giải bài tập, học sinh phải thực hiện nhiều hoạt động như: Nhận dạng, thể hiện các khái niệm, định nghĩa, định lý, quy tắc-phương pháp, những hoạt động phức hợp, những hoạt động trí tuệ chung, những hoạt động trí tuệ phổ biến trong toán học.

- Vị trí bài tập toán: Giải toán là hình thức chủ yếu của hoạt động toán học, giúp học sinh nắm vững tri thức, phát triển tư duy, hình thành kỹ năng kỹ xảo và ứng dụng toán học vào thực tiễn.

- Chức năng của bài tập toán là: Dạy học, giáo dục, phát triển và kiểm tra.

- Vai trò của bài tập toán thể hiện ở cả ba bình diện: Mục đích, nội dung và phương pháp của quá trình dạy học. Cụ thể:

+ Về mặt mục đích dạy học, bài tập toán thể hiện những chức năng khác nhau hướng đến việc thực hiện mục đích dạy học môn toán như:

Hình thành, củng cố tri thức, kỹ năng, kỹ xảo, kỹ năng ứng dụng toán học ở những giai đoạn khác nhau của quá trình dạy học.

Phát triển năng lực trí tuệ chung: Rèn luyện các thao tác tư duy, hình thành các phẩm chất trí tuệ.

Hình thành, bồi dưỡng thế giới quan duy vật biện chứng cũng như những phẩm chất đạo đức của người lao động mới.

+ Về mặt nội dung dạy học: Bài tập toán là một phương tiện để cài đặt nội dung dưới dạng tri thức hoàn chỉnh hay những yếu tố bổ sung cho tri thức đã học ở phần lý thuyết.

+ Về mặt phương pháp dạy học: Bài tập toán là giá mang những hoạt động để học sinh kiến tạo những nội dung nhất định và trên cơ sở đó thực hiện các mục đích dạy học khác. Khai thác tốt bài toán như vậy sẽ góp phần tổ chức tốt cho học sinh học tập trong hoạt động và bằng hoạt động tự giác, tích cực, chủ động sáng tạo được thực hiện độc lập hoặc trong giao lưu.

Trong thực tiễn dạy học, bài toán được sử dụng với những dụng ý khác nhau. Về phương pháp dạy học: Đảm bảo trình độ xuất phát, gợi động cơ, làm việc với nội dung mới, củng cố hoặc kiểm tra.... Đặc biệt về mặt kiểm tra, bài toán là phương tiện không thể thay thế để đánh giá cấp độ tiếp thu tri thức, khả năng làm việc độc lập và trình độ phát triển tư duy của học sinh, cũng như hiệu quả giảng dạy của giáo viên.

1.2.2. Phương pháp giải bài tập toán

Theo G.Pôlya, phương pháp chung giải một bài toán gồm 4 bước: Tìm hiểu nội dung của bài toán, xây dựng chương trình giải, thực hiện chương trình giải, kiểm tra và nghiên cứu lời giải. Cụ thể:

+ *Bước 1*: Hiểu rõ bài toán

- Đâu là ẩn? Đâu là dữ kiện? Có thể thoả mãn được điều kiện hay không? Điều kiện có đủ để xác định được ẩn hay không, hay chưa đủ, hay thừa, hay có mâu thuẫn?

- Hình vẽ. Sử dụng một ký hiệu thích hợp.

- Phân biệt các phần khác nhau của điều kiện. Có thể diễn tả các điều kiện đó thành công thức không?

Qua bước 1 ở trên, ta thấy việc đánh giá được dữ kiện có thoả mãn hay không, thừa hay thiếu... đã bước đầu thể hiện tư duy sáng tạo. Nếu làm tốt được khâu này thì việc giải bài toán đã có thể rất thuận lợi để tìm được lời giải đúng.

+ *Bước 2*: Xây dựng một chương trình giải bài toán

- Bạn đã gặp bài toán này lần nào chưa? Hay đã gặp bài toán này ở một dạng hơi khác?

- Bạn có biết một bài toán nào liên quan không? Một định lý có thể dùng được không?

- Xét kỹ cái chưa biết (ẩn) và thử nhớ lại một bài toán quen thuộc có cùng ẩn hay ẩn tương tự.

- Đây là một bài toán liên quan mà bạn đã có lần giải rồi. Có thể sử dụng nó không? Có thể sử dụng kết quả của nó không? Hãy sử dụng phương pháp? Có cần phải dựa thêm một số yếu tố phụ thì mới sử dụng được nó không?

- Có thể phát biểu bài toán một cách khác không? Một cách khác nữa? Quay về định nghĩa.

- Nếu bạn chưa giải được bài toán đã đề ra, thì hãy thử giải một bài toán có liên quan. Bạn có thể nghĩ ra một bài toán có liên quan và dễ hơn không? Một bài toán tổng quát hơn? Một trường hợp riêng? Một bài toán tương tự? Bạn có thể giải được một phần bài toán không? Hãy giữ lại một phần điều kiện, bỏ qua phần kia. Khi đó ẩn được xác định đến một chừng mực nào đó, nó biến đổi như thế nào? Bạn có thể từ các dữ kiện rút ra một yếu tố có ích không? Có thể thay đổi ẩn hay khác dữ kiện, hay cả hai nếu cần thiết, sao cho ẩn và các dữ kiện mới được gần nhau hơn không?

- Bạn đã sử dụng mọi dữ kiện hay chưa? Đã sử dụng toàn bộ điều kiện hay chưa? Đã để ý đến mọi khái niệm chủ yếu trong bài toán chưa?

Qua các phần dẫn dắt của bước 2, ta thấy rằng tư duy sáng tạo đã được thể hiện ở cấp độ cao hơn. Chẳng hạn việc giải thử một bài toán có liên quan, hay tổng quát hơn...chính là sự thể hiện tư duy sáng tạo.

+ *Bước 3*: Thực hiện chương trình giải bài toán

Qua bước này ta thấy việc thực hiện được chương trình giải và chứng minh được là đúng, tức là đã hoàn thành bài toán, các yếu tố của tư duy sáng tạo đã được thể hiện đầy đủ.

+ *Bước 4*: Trở lại cách giải (Kiểm tra tính đúng đắn và nghiên cứu sâu lời giải)

- Bạn có kiểm tra lại kết quả? Bạn có thể kiểm tra lại toàn bộ quá trình bài toán không?

- Có tìm ra được kết quả một cách khác không? Có thể thấy ngay trực tiếp kết quả không?

- Bạn có thể sử dụng kết quả hay phương pháp đó cho mọi bài toán nào khác không?

Trong quá trình giải toán rất nên làm cho học sinh biết các nội dung của lôgic hình thức một cách có ý thức, xem như vốn thường trực quan trọng để làm việc với toán học cũng như để sử dụng trong quá trình học tập liên tục, thường xuyên. Để thực hiện điều này, sau khi giải xong mỗi bài toán cần có phần nhìn lại phương pháp đã sử dụng để giải. Dần dần những hiểu biết về lôgic sẽ thâm nhập vào ý thức của học sinh.

Rất nên hệ thống hoá các bài toán có liên quan với một chủ đề hay mô hình nào đấy để học sinh thấy được những tính chất đa dạng thông qua các chủ đề và mô hình đó (rất thích hợp khi tổng kết chương), cũng là cơ sở quan trọng để phát triển tư duy sáng tạo trong quá trình học tập và nghiên cứu.

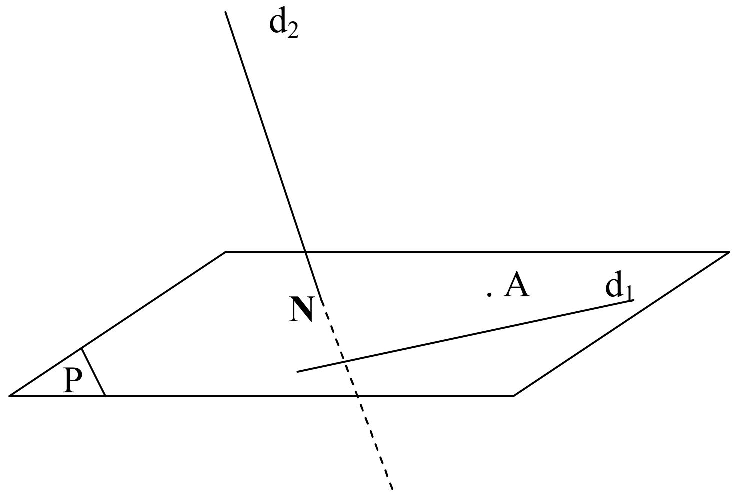
***Ví dụ 1.7*:**

Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm A(3; -1; 3) và cắt cả hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = 2t \\ y = -4 + t \\ z = 6 - 5t \end{cases} \quad \text{và} \quad d_2: \begin{cases} x = -1 + 3t' \\ y = -3 - 3t' \\ z = 2 - t' \end{cases}, \ t' \in R.$$

Bước 1. Hiểu rõ bài toán:

Đây là một bài toán viết phương trình đường thẳng, Với giả thiết đường thẳng đi qua điểm A cho trước, đồng thời cắt cả hai đường thẳng.



Bước 2. Xây dựng chương trình giải bài toán:

Đường thẳng d đi qua A và cắt d_1 suy ra d và d_1 cùng thuộc (P) đi qua A và chứa d_1. Đường thẳng d đi qua A và cắt d_2 tại điểm N suy ra điều gi ? (N phải thuộc (P)). Khi đó đường thẳng d nếu có là đường thẳng đi qua 2 điểm A, N.

Bước 3.Thực hiện chương trình giải bài toán:

* Viết phương trình mặt phẳng (P) là mặt phẳng qua A và chứa d_1, ta có:

(P) $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{u_1}\right]$, $\overrightarrow{AM} = (3;3;-3)$; $\overrightarrow{u_1} = (2;1;-5) \Rightarrow$ ta chọn được $\vec{n} = (4;-3;1)$.

Điểm A (3; -1 ; 3) $\in$ (P) suy ra phương trình (P): 4x - 3y + z - 18 = 0.

* Giao điểm của đường thẳng d_2 với mặt phẳng (P) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = -1 + 3t' \\ y = -3 - 3t' \\ z = 2 - t' \\ 4x - 3y + z - 18 = 0 \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{13}{20}; \frac{-93}{20}; \frac{-29}{20}\right)$$

* Đường thẳng đi qua A và N chính là đường thẳng d cần viết phương trình suy ra phương trình đường thẳng d: $\begin{cases} x = 3 + 47t \\ y = -1 + 73t \\ z = 3 - 31t \end{cases}, t \in R$

Bước 4. Kiểm tra tính dúng đắn và nghiên cứu sâu lời giải:

* Kiểm tra: Ta có thể kiểm tra tính đúng đắn của lời giải thông qua các thao tác sau: xét xem đường thẳng d có song song với đường thẳng d_1 hay không ?. Nếu song song suy ra không tồn tại.

* Nghiên cứu sâu lời giải :

- Cách giải được tổng quát như sau: Ta thấy (P) là duy nhất và không đổi, đường thẳng d nằm trong (P) $\Rightarrow$ Nếu d cắt d_2 tại B thì giao điểm B phải thuộc (P). Do vậy ta có thể giải bài toán trên như sau:

+ b1: Viết phương trình mặt phẳng (P)

+ b2: Tìm giao điểm B nếu có của đường thẳng d_2 với (P) (Nếu không có giao điểm $\Rightarrow$ không có đường thẳng d, nếu có vô số giao điểm $\Rightarrow$ có vô số đường thẳng d là chùm đường thẳng đi qua A và nằm trong (P), nếu có duy nhất thì chuyển sang b3).

+ b3: Viết phương trình đường thẳng AB, kiểm tra nếu AB không song song với d_1 $\Rightarrow$ AB chình là đường thẳng d.

Ta có thể giải bài toán theo cách khác :

- Cách 2: Gọi d là đường thẳng cần viết phương trình $\Rightarrow$ d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q).

Viết phương trình mặt phẳng (P) là mặt phẳng qua A và chứa d_1, ta có:

(P) $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{u_1}\right]$, $\overrightarrow{AM} = (3;3;-3)$; $\overrightarrow{u_1} = (2;1;-5) \Rightarrow$ ta chọn được $\vec{n} = (4;-3;1)$.

Điểm A (3; -1 ; 3) $\in$ (P) suy ra phương trình (P): 4x - 3y + z -18 = 0.

* Viết phương trình mặt phẳng (Q) là mặt phẳng qua A và chứa d_2, ta có (Q) đi qua A có véc tơ pháp tuyến :

$\vec{n} = \left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{u_2}\right]$, $\overrightarrow{AM} = (-4;-2;-1); \overrightarrow{u_2} = (3;-2;-1) \Rightarrow \vec{n} = (1;7;-18)$.

Vậy phương trình (Q): x + 7y - 18z + 58 = 0.

* Hai véc tơ pháp tuyến của hai mặt phẳng không cùng phương do đó đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là: $\vec{u} = \left[n_1, n_2\right] = (47;73;31)$, suy ra phương trình đường thẳng d: $\begin{cases} x = 3 + 47t \\ y = -1 + 73t \\ z = 3 - 31t \end{cases}$, $t \in R$

-Cách giải 3: Gọi M $\in$ d_1, N $\in$ d_2 $\Rightarrow$ Tọa độ của M,N có dạng ... .Buộc M,N thỏa mãn điều kiện là véc tơ $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}$ cùng phương $\Rightarrow$ Tọa độ của M, N

$\Rightarrow$ phương trình đường thẳng MN chính là phương trình đường thẳng cần tìm.

*Sử dụng các thao tác tư duy:

Bài toán tương tự:

Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A(0;1;1) và vuông góc với hai đường thẳng d_1: $\frac{x-1}{8}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{1}$ và d_2: $\begin{cases} x=-1 \\ y=1-t \quad t\in R \\ z=2-t \end{cases}$

Đặc biệt hoá bài toán:

Ta có thể đặc biệt hóa bài toán bằng cách cho d_1 cắt d_2 tại một điểm và ta có bài toán như sau:

Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A(0;1;1) , và cắt cả hai đường thẳng d_1: $\frac{x-1}{8}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{1}$. d_2: $\begin{cases} x=9+t \\ y=-1-2t, t\in R \\ z=1+3t \end{cases}$

Nghiên cứu bài toán khi thay đổi giả thiết: Ta đã có thể giải quyết được bài toán tổng quát viết phương trình đường thẳng đi qua một điểm và cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2. Có thể thay đổi giả thiết của bai toán bằng cách thay đổi giả thiết cắt trở thành vuông góc, hoặc thay đổi một số giả thiết thích hợp ta có nhiều bài toán khác khá hay.

Ví dụ: 1.8.

Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm A(1;1;0) vuông góc với đường thẳng d_1: $\frac{x-1}{8}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{1}$ và cắt đường thẳng d_2: $\begin{cases} x=-1 \\ y=1-t \quad t\in R \\ z=2-t \end{cases}$

1.3. Thực tiễn dạy học phần tọa độ trong không gian ở trường trung học phổ thông.

1.3.1. Những điểm cần chú ý khi dạy học phương pháp tọa độ trong không gian (Tham khảo tài liệu [12])

- Chú trọng cả hai kĩ năng ‘’đọc’’ và ‘’viết’’ phương trình đường và mặt cho học sinh:

+ Khi cho trước phương trình của một đường hoặc một mặt, ta phải ‘’đọc’’ được một số yếu tô liên quan.

+ Khi đã biết các yếu tố xác định một đường hay một mặt nào đó, ta có thể viết được phương trình biểu thị các đối tượng đó. Khi cho biết yếu tố xác định một điểm nào đó, có thể viết được tọa độ điểm đó.

+ Kĩ năng viết phương trình còn thể hiện ở kĩ năng chuyển đổi giữa các dạng phương trình.

- Cần chú trọng cả phương pháp tiên đề và phương pháp tọa độ.
- Hướng dẫn phương pháp giải toán cho học sinh:

+ Nhiều bài toán hình học không gian có thể giải bằng phương pháp tọa độ. Giáo viên có thể hướng dẫn học sinh bốn bước giải toán hình học không gian bằng phương pháp tọa độ trong không gian.

+ Giáo viên cần làm cho học sinh nắm được một số quy tắc để chuyển từ ngôn ngữ hình học sang ngôn ngữ véc tơ.

+ Có nhiều dạng toán có nhiều cách giải, có thể tổ chức cho học sinh thảo luận, đề xuất các cách giải, tạo ra không khí học tập sôi nổi , tích cực.

1.3.2. Khảo sát thực tiễn

Để khảo sát tình hình học tập nội dung ‘’Tọa độ trong không gian’’ của học sinh, chúng tôi đã dùng một bài kiểm tra sát hạch đối với học sinh lớp 12, năm học 2014 - 2015, vào cuối tháng 3 năm 2015, như sau:

<u>Đề bài:</u>

Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc Oxyz, cho điểm M(1; 4; 0), đường thẳng d: $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$, $t \in R$, (P): x + 2y + 2z = 0.

a. Tìm một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d, véc tơ pháp tuyến của (P).
b. Lập phương trình mặt phẳng qua M và chứa đường thẳng d.
c. Tính d(M, (P))
d. Điểm N(1; 2; 3) có thuộc đường thẳng d hay không?
e. Viết phương trình đường thẳng qua M cắt đường thẳng d ở A, cắt (P) tại B sao cho MA = 2 MB.

Nhận xét:

- 3 câu a, b, c nhằm đánh giá kiến thức cơ bản của HS.
- Câu d nhằm đánh giá khả năng vận dụng của HS.
- Câu e nhằm đánh giá khả năng sáng tạo của học sinh

Với 200 HS lớp 12 tham gia kiểm tra, kết quả như sau:

Bảng 1.1.

Câu	Số lượng HS làm được	Tỉ lệ %
a	200	100%
b	160	80%
c	182	91%
d	80	40%
e	6	3%

Kết quả cho thấy:

+ Đa số học sinh nắm được kiến thức, kĩ năng cơ bản.

+ Khả năng nhận dạng linh hoạt của HS còn yếu (câu d không có trong SGK, học sinh làm được là 30%).

+ Khả năng sáng tạo kém (câu e chỉ có 3% học sinh làm được).

Trao đổi với giáo viên chúng tôi nhận được những ý kiến sau:

- Trong quá trình giảng dạy giáo viên tập trung chủ yếu vào việc rèn luyện vận dụng các công thức, phương trình, chưa quan tâm nhiều đến việc phát triển tư duy của học sinh, nhất là tư duy sáng tạo.
- Khi dạy học chủ đề phương pháp tọa độ trong không gian cần chú ý tới các bài toán về tọa độ kết hợp với hình học không gian, tạo điều kiện để học sinh được rèn luyện tư duy sáng tạo.

1.4. Tiểu kết chương 1

Chương 1 đã trình bày hai vấn đề làm cơ sở lí luận cho việc nghiên cứu đề tài. Đó là :

- Tư duy, tư duy sáng tạo.
- Phương pháp dạy học Bài tập toán học.

Kết quả khảo sát thực tiễn cho thấy việc phát triển TDST cho học sinh cũng còn là vấn đề cần được giáo viên quan tâm nhiều hơn nữa.

Có thể nói trong dạy học sáng tạo, vai trò của người thầy hết sức quan trọng. Để trở thành một giáo viên dạy giỏi, ngoài lòng tâm huyết, ngoài sự nỗ lực học tập không ngừng, thì người thầy giáo cần có và cần biết dạy cho học trò cách tư duy sáng tạo.

Chương 2:
XÂY DỰNG VÀ SỬ DỤNG HỆ THỐNG BÀI TOÁN VỀ PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN NHẰM RÈN LUYỆN CÁC THÀNH PHẦN CỦA TƯ DUY SÁNG TẠO CHO HỌC SINH

2.1. Yêu cầu cơ bản của hệ thống bài toán và một số định hướng xây dựng hệ thống bài toán về chủ đề toạ độ trong không gian nhằm bồi dưỡng và phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh

** Những kiến thức, kỹ năng, năng lực cần thiết đối với học sinh*

Về kiến thức:

- Học sinh phải nắm vững các khái niệm, tính chất, định lý về véc tơ và toạ độ trong không gian.
- Nắm vững các khái niệm, tính chất, định lý trong hình học không gian đã học ở lớp 11 và đầu lớp 12.

Về kỹ năng:

- Kỹ năng về thực hành tính toán, vẽ hình, trình bày lời giải
- Kỹ năng chung để tìm lời giải
- Kỹ năng khai thác bài toán
- Kỹ năng sử dụng véc tơ và toạ độ trong giải toán

Về năng lực:

- Năng lực sử dụng ngôn ngữ
- Năng lực suy luận toán học
- Năng lực tiến hành các thao tác tư duy: Phân tích, tổng hợp, so sánh, tương tự, đặc biệt hoá, khái quát hoá...
- Năng lực tiến hành các hoạt động trí tuệ phổ biến trong toán học: Lật ngược vấn đề, xét tính giải được, phân chia trường hợp, xét tương ứng...

** Yêu cầu cơ bản của hệ thống bài toán và một số định hướng xây dựng hệ thống bài toán về chủ đề toạ độ trong không gian nhằm bồi dưỡng và phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh*

Hệ thống bài toán về toạ độ trong không gian được xây dựng với mục đích rèn luyện và phát triển tư duy sáng tạo toán học cho học sinh, cho nên cần thiết phải đảm bảo các yêu cầu sau:

- Củng cố vững chắc kiến thức, kỹ năng cơ bản trong chương trình học vấn phổ thông.
- Tác động đến từng yếu tố thành phần của tư duy sáng tạo.
- Gợi cho học sinh niềm say mê, khám phá tìm tòi sáng tạo toán học.
- Bài toán có tính tổng hợp, đề cập đến nhiều nội dung kiến thức trong chương trình học.
- Giúp học sinh nâng cao tính độc lập, tính tích cực, sáng tạo trong học tập.
- Giúp học sinh rèn luyện các thao tác tư duy, các hoạt động trí tuệ toán học.
- Bài toán có tác dụng kiểm tra kết quả học tập, đánh giá được cấp độ phát triển tư duy của học sinh.
- Bám sát nội dung chương trình sách giáo khoa hiện hành, khai thác, sử dụng hiệu quả hệ thống bài toán trong sách giáo khoa và sách bài toán.
- Hệ thống bài toán được chọn, phân loại hợp lý, đảm bảo mục đích đã đề ra, tính khả thi khi sử dụng, tính vừa sức đối với học sinh...

Ở chương 1 ta đã trình bày cơ sở lý luận và thực tiễn của vấn đề tư duy và tư duy sáng tạo. Việc trang bị kiến thức, kỹ năng cơ bản cho học sinh đại trà, đặc biệt bồi dưỡng tư duy nói chung, tư duy sáng tạo nói riêng cho học sinh là một quá trình liên tục, với những cấp độ khác nhau. Điều quan trọng nhất trong dạy học sáng tạo là giải phóng hoạt động tư duy của học sinh bằng cách hướng hoạt động cho các em, để các em tự hoạt động, tự khám phá tìm tòi, phải kết hợp tốt giữa hoạt động học tập và hoạt động hợp tác. Cùng với việc nâng dần tính tích cực theo cấp độ từ thấp đến cao (từ tích cực động não, độc lập suy nghĩ đến tích cực sáng tạo), nâng dần mức độ từ dễ đến khó, người thầy cần chú ý tới các hoạt động trí tuệ của học sinh (theo dõi cách chứng minh, phân tích, tổng hợp...). Những vấn đề này sẽ được thể hiện qua hệ thống bài toán được chọn lọc dưới đây nhằm rèn luyện các thành phần của TDST cho HS. Như lí luận đã chỉ ra có 6 thành phần của TDST, trong khuân khổ luận văn này chúng tôi tập trung vào 3 thành phần quan trọng nhất là:

- Tính mềm dẻo
- Tính nhuần nhuyễn
- Tính độc đáo

2.1.1: Yêu cầu và định hướng xây dựng bài tập rèn luyện tính mềm dẻo.

**Lựa chọn bài tập rèn luyện năng lực chuyển hóa trong tư duy*

- Năng lực chuyển hóa trong tư duy cụ thể là chuyển từ cách nhìn này sang cách nhìn khác, từ giải pháp này sang giải pháp khác; năng lực điều chỉnh kịp thời hướng suy nghĩ khi gặp trở ngại.

<u>Ví dụ 2.1:</u>

Lập phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm M(6;0;0), N(0;2;0), tiếp xúc với mặt cầu tâm I(4;4;4), bán kính R = 4.

Như đã phân tích ở trang 17, trong cách 3, thay vì ta đi tìm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng, ta đi tìm thêm điểm thuộc trục Oz. Đó là cách nhìn khác về bài toán;

Lời giải như sau:

Mặt phẳng (P) đã qua hai điểm thuộc hai trục Ox, Oy. Nếu (P) qua điểm K(0; 0; c) thuộc Oz thì phương trình (P) có dạng: $\frac{x}{6}+\frac{y}{2}+\frac{z}{c}=1$,

$d(I,(P)) = 4 \Rightarrow ... \Rightarrow |5c + 12| = \sqrt{40c^2+144} \Rightarrow c = 8$

Xét trường hợp (P) // Oz ta có (P): - 2x + 6y + 12 = 0.

Khi đó $d(I,(P)) = \frac{28}{\sqrt{40}} \Rightarrow$ Không thỏa mãn.

<u>Ví dụ 2.2:</u>

Cho đường thẳng d: $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$, $t \in R$, và (P): $x + y + z - 1 = 0$

Viết phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P).

Nếu theo suy nghĩ thông thường, ta sẽ lấy hai điểm thuộc đường thẳng d sau đó xác định hình chiếu vuông góc của hai điểm đó trên mặt phẳng (P) rồi suy ra phương trình đường thẳng đi qua hai điểm. Cách làm đối với bài toán này sẽ dẫn đến sự dài dòng . Học sinh có thể nhìn nhận vấn đề một cách mềm dẻo hơn như sau:

Ta nhận thấy đường thẳng d giao với (P) tại điểm M(1; 1; -1), do đó ta chỉ việc xác định hình chiếu vuông góc của điểm N(4;3;0) xuống (P). Đường thẳng qua N và vuông góc với (P) có phương trình : $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 3 + t \\ z = t \end{cases}$, $t \in R \Rightarrow$

H(2; 1; -2) là hình chiếu của N trên (P).

Vậy phương trình hình chiếu của đường thẳng d trên mặt phẳng (P) chính là phương trình đường thẳng đi qua hai điểm M và H: $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 \\ z = -2 - t \end{cases}$, $t \in R$

<u>Ví dụ 2.3:</u>

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho đường thẳng

$d : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

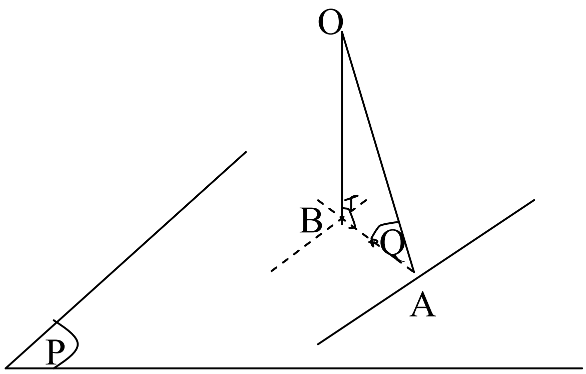
Viết phương trình (P) đi qua d và cách xa gốc tọa độ nhất.

Nếu suy nghĩ một cách khô cứng thì tìm phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) thỏa mãn đi qua hai điểm phân biệt thuộc d, sử dụng công thức khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng và đưa về bài toán tìm GTLN của một biểu thức hai ẩn. Ta nhận thấy rằng phương pháp này khá dài dòng và chứa đựng nhiều khó khăn dễ làm cho người giải mắc sai lầm. Nếu suy nghĩ một cách mềm dẻo, ta xem mặt phẳng cần tìm là mặt phẳng có tính chất gì?

Ta có lời giải sau::

Gọi (Q) là mặt phẳng qua O(0; 0; 0) và vuông góc với d thì suy ra phương trình (Q) là : x – y + 2z = 0. Gọi A là hình chiếu của O trên d $\Rightarrow$ Tọa độ của A là nghiệm của hệ phương trình sau : $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = -1 + 2t \\ x - y + 2z = 0 \end{cases}, t \in R \Rightarrow A(\frac{7}{6}; \frac{-1}{6}; \frac{-4}{6})$

Gọi B là hình chiếu của O lên (P) thì luôn có OB là đoạn vuông góc với (P) còn OA là đoạn xiên góc với (P)



$\Rightarrow$ OB $\leq$ OA = const. Vậy để (P) ở xa gốc O nhất thì điều kiện là B $\equiv$ A khi đó phương $\overrightarrow{OA}(\frac{7}{6}; \frac{-1}{6}; \frac{-4}{6})$ là véc tơ pháp tuyến của (P). Vậy mặt phẳng (P) có phương trình là : 7x - y – 4z – 11 = 0.

** Lựa chọn bài tập rèn luyện năng lực gạt bỏ sự khô cứng trong tư duy*

Năng lực này được thể hiện ở việc:

- Suy nghĩ không dập khuôn, không áp dụng một cách máy móc những kinh nghiệm, kiến thức, kỹ năng đã có vào trong hoàn cảnh mới, điều kiện mới, trong đó có những yếu tố đã thay đổi, có khả năng thoát khỏi ảnh hưởng kìm hãm của những kinh nghiệm, những phương pháp, những suy nghĩ đã có từ trước.

- Năng lực nhận ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng quen biết.

Ví dụ: 2.4.

Trong không gian với hệ tọa độ đề các vuông góc Oxyz cho mặt phẳng $(P): x - y - 2z - 1 = 0$ và hai điểm A(2 ;1 ;3), B(1 ;1 ;-2). Tìm trên mặt phẳng (P) điểm M sao cho $|MA - MB|$ có giá trị lớn nhất.

-Trước bài toán này HS đã gặp những bài toán gần gũi nhưng trong những hoàn cảnh khác, chẳng hạn như:

+ Cho hai điểm A, B thuộc hai nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng d. Tìm điểm M thuộc d để MA + MB nhỏ nhất.

+ Cho hai điểm A, B cùng thuộc một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng d. Tìm điểm M thuộc d để MA + MB nhỏ nhất.

+ Cho hai điểm A, B thuộc hai miền không gian do mặt phẳng (P) chia ra. Tìm điểm M thuộc (P) để MA + MB nhỏ nhất.

- Ở bài toán này đòi hỏi HS phải vận dụng những tri thức, kĩ năng được biết vào một hoàn cảnh mới, qua đó rèn luyện được tính mềm dẻo của tư duy.

Nếu suy nghĩ theo hướng sử dụng công thức độ dài và đưa về bài toán tìm GTLN của hàm số tức là suy nghĩ một cách khô cứng, thì bài toán đã cho sẽ có lời giải dài dòng và phức tạp. Cần phải suy nghĩ mềm dẻo hơn : Sử dụng hình vẽ ta thấy :

Nếu đoạn AB không có điểm chung với (P) thì với mọi điểm M thuộc (P) ta có $|MA - MB| \leq AB$. Dấu ''='' xảy ra khi và chỉ khi M là giao điểm của đường thẳng AB với (P).

Nếu đoạn AB có điểm chung với (P), gọi A' là điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (P). Ta có với mọi $M \in (P)$, MA = MA'.

Vậy suy ra có $|MA - MB| = |MA' - MB| \leq AB$. Dấu ''='' xảy ra khi M là giao điểm của đường thẳng A'B và mặt phẳng (P) (M nằm trên đường thẳng A'B và ở ngoài A'B).

$\Rightarrow$ A'(4 ;-1 ;-1), phương trình đường thẳng A'B là : $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$, $t \in R$.

Giao điểm của đường thẳng A'B trong mặt phẳng (P) là I(-2;3;-3) suy ra điểm cần tìm là M(-2;3;-3).

-Trong cách giải trên vừa thể hiện được rõ tính mềm dẻo của tư duy vừa thể hiện được tính nhuần nhuyễn. Điều đó thể hiện qua việc sử dụng bất đẳng thức tam giác, cũng như sử dụng tính chất đối xứng qua mặt phẳng đã tạo ra một lời giải ngắn gọn, sáng tạo.

- Tương tự theo cách này, tùy theo điều kiện cho phép (về thời lượng, về trình độ học sinh,…) giáo viên có thể đưa ra các bài toán sau:

Ví dụ 2.5:

Cho hai điểm A(1; 2; 3), B(2; 1; 3). Tìm điểm M thuộc mặt phẳng Oxy sao cho $MA^2 + MB^2$ đạt GTNN.

Cách 1: Nhìn dưới góc độ véc tơ và hình học:

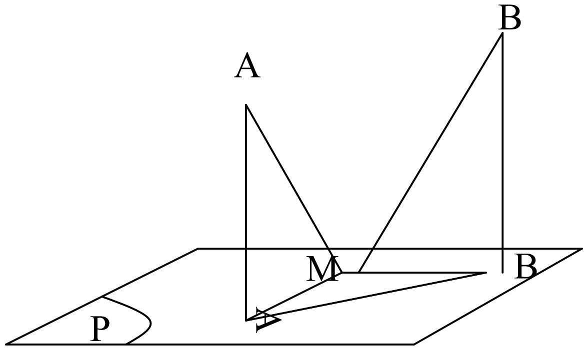
Gọi A_1, B_1 là hình chiếu vuông góc của A, B lên mặt phẳng Oxy $\Rightarrow$ $A_1(1; 2; 0)$, $B_1(2; 1; 0)$. Xét điểm I là trung điểm của đoạn A_1B_1: $\Rightarrow I(\frac{3}{2};\frac{3}{2};0)$.

- Ta có: $MA^2 + MB^2 = AA_1^2 + MA_1^2 + BB_1^2 + MB_1^2$

$= AA_1{}^2 + BB_1{}^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_1})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB_1})^2$

$= AA_1{}^2 + BB_1{}^2 + 2MI^2 + IA_1{}^2 + IB_1{}^2 \geq AA_1{}^2 + BB_1{}^2 + IA_1{}^2 + IB_1{}^2$

Dấu ‘’=’’ xảy ra khi và chỉ khi M $\equiv$ I. Vậy điểm cần tìm là $I(\frac{3}{2};\frac{3}{2};0)$.



Cách 2: Nhìn dưới góc độ đai số ta có thể giải như sau:

Gọi M(x; y; 0), suy ra $MA^2 = (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + 9$

$MB^2 = (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + 9$

$\Rightarrow MA^2 + MB^2 = 2x^2 - 6x + 2y^2 - 6y + 28 = 2(x- \frac{3}{2})^2 + 2(y- \frac{3}{2})^2 + 19 \geq 19$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $M(\frac{3}{2};\frac{3}{2};0)$.

Cách 3: Gọi K là trung điểm của đoạn AB, ta có :

$T = MA^2 + MB^2 = 2MK^2 + \frac{1}{2}AB^2$

Vậy T nhỏ nhất khi MK nhỏ nhất (khi M là hình chiếu của K trên (P)). Từ đó suy ra kết quả.

<u>Ví dụ 2.6:</u>

Cho hai điểm A(1; 0; 2), B(2; 2; 1). Tìm điểm M thuộc đường thẳng d với d: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$ sao cho $2MA^2 + MB^2$ đạt GTNN.

<u>*/*Tóm tắt lời giải như sau:*</u>

Do M $\in$ d nên M(t+1; 2t ; t-1).

Ta có: $2MA^2 + MB^2 = ... = 18t^2 - 18t + 17 = 18(t + \frac{1}{2})^2 + \frac{25}{2} \geq \frac{25}{2}$.

Dấu bằng xảy ra khi $t + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$.

Vậy điểm cần tìm có tọa độ là $M(\frac{1}{2};-1;-\frac{3}{2})$.

2.1.2. Yêu cầu và định hướng xây dựng bài tập rèn luyện tính nhuần nhuyễn.

Tính nhuần nhuyễn: được thể hiện rõ nét ở hai đặc trưng sau:

- Tính đa dạng của các cách xử lý khi giải toán: Khả năng tìm được nhiều giải pháp trên nhiều góc độ và tình huống khác nhau. Đứng trước một vấn đề khi giải quyết, người có tư duy nhuần nhuyễn nhanh chóng tìm và đề xuất nhiều phương án khác nhau và từ đó đưa ra được phương án tối ưu.

- Khả năng xem xét đối tượng dưới nhiều khía cạnh khác nhau, có một cách nhìn sinh động từ nhiều phía đối với sự vật và hiện tượng chứ không phải cái nhìn bất biến, phiếm diện, cứng nhắc.

* *Lựa chọn bài tập rèn luyện khả năng đưa ra được nhiều giải pháp*

Sau khi giải được bài toán, bước quan trọng tiếp theo là tìm thêm những lời giải khác, điều đó giúp học sinh bồi dưỡng năng lực tìm hiểu nhiều giải pháp cho một vấn đề, nhìn nhận vấn đề dưới nhiều góc cạnh khác nhau.

<u>Ví dụ 2.7:</u>

Trong không gian với hệ tọa độ đề các vuông góc Oxyz cho hai đường thẳng

$d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$, t là tham số thuộc R.

Viết phương trình đường thẳng d đi qua M(0; 1; 1) vuông góc với đường thẳng d_1 và giao với đường thẳng d_2.

- Có thể khai thác một số cách giải sau đây:

Cách 1: Mặt phẳng (P) đi qua điểm M(0; 1; 1) và vuông góc với đường thẳng d_1 có phương trình: 3x + y + z – 2 = 0. Gọi d là đường thẳng cần viết phương trình, N là giao điểm của đường thẳng d_2 với mặt phẳng (P) thì tọa độ điểm N là nghiệm của hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \\ 3x + y + z - 2 = 0 \end{cases} \quad (1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = \ \ 2 \\ z = \ \ 3 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{N(-1 ; 2; 3).}$$

Đường thẳng d cần tìm đi qua M, N và nhận véc tơ $\overrightarrow{MN} = (-1;1;2)$ làm véc tơ chỉ phương nên phương trình của đường thẳng d: $\frac{x}{-1} = \frac{y - 1}{1} = \frac{z - 1}{2}$.

*Nhận xét: Đường thẳng d cần tìm nhất định phải thuộc mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d_1. Do đó nếu hệ (1) vô nghiệm thì không tồn tại đường thẳng d, nếu hệ (1) vô số nghiệm thì sẽ có vô số đường thẳng thỏa mãn đầu bài.

Cách 2: Gọi đường thẳng d giao với d_2 tại điểm N $\Rightarrow$ N(- 1; 1 + t; 2 + t) $\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-1;t;t+1)$. Vì đường thẳng d vuông góc với đường thẳng d_1 nên suy ra $\overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{u_1} = (3;1;1) \Rightarrow -3 + t + 1 + t = 0$ (2) $\Rightarrow t = 1$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-1;1;2)$.

Vậy phương trình đường thẳng d: $\frac{x}{-1} = \frac{y - 1}{1} = \frac{z - 1}{2}$.

Nhận xét: Đường thẳng d cần tìm phải thỏa mãn là qua M và vuông góc với d_1 và cắt d_2. Do đó nếu phương trình (2) vô nghiệm thì không tồn tại đường thẳng d, nếu phương trình (2) vô số nghiệm thì sẽ có vô số đường thẳng thỏa mãn đầu bài.

Cách 3: Xét (P) qua M(0; 1; 1) và vuông góc với đương thẳng d_1 khi đó phương trình mặt phẳng (P): 3x + y + z – 2 = 0.

Mặt phẳng (Q) qua M(0; 1; 1) và chứa d_2 $\Rightarrow$ (Q) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-1;1;-1) \Rightarrow$ (Q): - x + y – z = 0.

Đường thẳng d cần tìm đi qua M vuông góc với d_1, cắt d_2 nên d chính là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) , suy ra d có véc tơ chỉ phương là: $\vec{u} = \left[\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{n_2}\right] = (-2;2;4)$.

Vậy phương trình đường thẳng d: $\dfrac{x}{-1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{2}$.

Nhận xét :

- Cách giải trên đã sử dụng tính chất về giao tuyến của hai mặt phẳng. Cách giải này sẽ thật là chắc chắn nếu ta xét vị trí tương đối của đương thẳng d với đường thẳng d_2. Tuy nhiên việc xét vị trí tương đối của hai đường thẳng là khá cồng kềnh.
- Trong các cách giải trên ta nhận thấy hai cách giải 1 và 2 là những cách giải ngắn gọn, rõ ràng và sự kiểm soát tốt được các khả năng có thể xảy ra của bài toán.

<u>Ví dụ 2.8:</u>

Trong không gian với hệ tọa độ đề các vuông góc Oxyz cho hai đường thẳng

d_1 : $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y+3}{-2} = \dfrac{z-2}{-1}$ và d_2 : $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 - 5t \end{cases}$, t là tham số thuộc R.

Viết phương trình đường thẳng d đi qua M(-4; -5; 3) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2.

Cách 1: M không thuộc đường thẳng d_1 suy ra xác định mặt phẳng (P) qua M và chứa d_1, ta có: x + 3z - 5 = 0.

- Gọi N là giao điểm của (P) và đường thẳng d_2. Khi đó tọa độ của N là nghiệm của hệ : $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 - 5t \\ x + 3z - 5 = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 1 \\ t = 0 \end{cases} \Rightarrow N(2;-1;1)$.

- Gọi d đi qua M(-4; -5; 3) và $N(2;-1;1)$, suy ra phương trình đường thẳng d: $\dfrac{x+4}{3} = \dfrac{y+5}{2} = \dfrac{z-3}{-1}$.

Nhận xét: Đường thẳng d không song song với đường thẳng d_1. Vậy đường thẳng d chính là đường thẳng cần viết phương trình.

Cách 2: Gọi A thuộc d_1 suy ra A(-1 + 3t;-3-2t; 2- t), B thuộc đường thẳng d_2 nên B(2 + 2t'; -1 + 3t'; 1- 5t') $\Rightarrow$ $\overrightarrow{MA} = (3+3t; 2-2t; -t-1)$,

$\overrightarrow{AB} = (3+2t'-3t; 2+3t'+2t; -5t'+t-1)$

M, A, B thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{MA}$ cùng phương với véc tơ $\overrightarrow{AB}$.

- Khi t = -1 không tồn tại t' để hai véc tơ trên cùng phương .
- Khi t = 1 không tồn tại t' để hai véc tơ trên cùng phương .
- Khi t khác cả hai giá trị 1 và -1 thì điều kiện để hai véc tơ $\overrightarrow{MA}$ và $\overrightarrow{AB}$

cùng phương là : $\begin{cases} \dfrac{3+2t'-3t}{3+3t} = \dfrac{2+3t'+2t}{2-2t} \\ \dfrac{3+2t'-3t}{3+3t} = \dfrac{-5t'+t-1}{-t-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13tt' + 24t + 5t' = 0 \\ 13tt' + 13t' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

t = t' = 0 hoặc $\begin{cases} t = -1 \\ t' = -3 \end{cases}$, trường hợp t = -1 không thỏa mãn.

Với t = t' =0 , ta có A(-1;-3;2), B(2;-1;1) $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (3;2;-1)$. Vậy phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A, B chính là phương trình đường thẳng cần tìm, suy ra phương trình đường thẳng d: $\frac{x+4}{3} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-3}{-1}$

Cách 3: Gọi d là đường thẳng đi qua M và thỏa mãn cắt cả hai đường thẳng d_1,d_2.

Mặt phẳng (P) qua M và chứa d_1, ta có: x + 3z - 5 = 0. mặt phẳng (Q) qua M chứa đường thẳng d_2 có phương trình: 7x – 13y – 5z - 22 = 0. Đường thẳng d nếu có qua M cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 nên đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) $\Rightarrow$ đường thẳng d có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (-39;26;-13)$.

Vậy đường thẳng d có phương trình: $\frac{x+4}{-39} = \frac{y+5}{26} = \frac{z-3}{-13}$.

Đường thẳng d không song song với đường thẳng d_1, d_2 vậy phương trình đường thẳng d chính là phương trình đường thẳng cần tìm.

Nhận xét: Trong ba cách giải trên ta thấy:

- Cách 1: Ta thấy (P) là duy nhất và không đổi, đường thẳng d nằm trong (P) $\Rightarrow$ Nếu d cắt d_2 tại B thì giao điểm B phải thuộc (P). Trong cách giải này ta đã khai thác vị trí tương đối của đường thẳng d_2 với mặt phẳng cố định chứa d.
- Cách 2: Trong cách giải này ta đã sử dụng tính chất đường thẳng d cắt mỗi đường tại mỗi điểm dựa vào phương trình tham số và điều kiện thẳng hàng.
- Cách 3: Khai thác tính chất đường thẳng cần tìm thuộc những mặt phẳng nào và từ đó suy ra véc tơ chỉ phương của đường thẳng.

Trong hai bài toán trên nếu tiếp tục suy nghĩ có thể ta sẽ có thêm cách giải khác. Điều đó cho thấy sau khi Bài toán nào đó nên khuyến khích học sinh nhìn bài toán dưới nhiều góc độ, phương diện khác nhau, từ đó có các cách giải khác nhau. Tạo cho học sinh có thói quen nghiên cứu, tìm tòi nhiều lời giải cho một bài toán sẽ làm cho học sinh được rèn luyện các thành phần của tư duy sáng tạo một cách tự nhiên như: tính nhuần nhuyễn, tính mềm dẻo, tính độc đáo…

Các phương pháp trên đều sử dụng các kiến thức cơ bản trong chương trình, ở nhiều lĩnh vực khác nhau, nhờ sự tìm tòi, sáng tạo trong tư duy khi giải toán.

<u>Ví dụ 2.9:</u>

Cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + y = 0$ và $(\alpha'): 2x - y + z - 15 = 0$ và đường thẳng d' có phương trình $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t,\ t \in R \\ z = 3 \end{cases}$

Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

Cách 1: Trong hệ gồm hai phương trình của hai mặt phẳng (α) và (α'), ta cho x = 0 thì y = 0 và z = 15. Vậy điểm M(0; 0; 15) nằm trên d.

Lại cho x = 1 thì y = -1 và z = 12. Vậy điểm N(1; -1; 12) nằm trên d. Như vậy d là đường thẳng đi qua M và có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{MN} = (1;-1;3)$.

Đường thẳng d' đi qua M'(1; 2; 3) và có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u'} = (-1;2;0)$.

Ta có $\overrightarrow{MM'} = (1;2;-12)$. Dễ thấy rằng $\overrightarrow{MM'} = 4\vec{u} + 3\overrightarrow{u'}$, tức là 3 véc tơ $\overrightarrow{MM'}, \vec{u}, \overrightarrow{u'}$ đồng phẳng , ngoài ra hai véc tơ $\vec{u}, \overrightarrow{u'}$ không cùng phương . Từ đó suy ra d và d' là hai đường thẳng cắt nhau.

Cách 2: Mặt phẳng (α) có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}$ = (1; 1; 0) Mặt phẳng (α') có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}$ = (2; -1; 1). Do đó véc tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = \left[\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}\right]$ = (1; -1; -3).

Đường thẳng d’ có véc tơ chỉ phương là:

$\overrightarrow{u'} = (-1;2;0)$. Ta có $\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right] = (6;3;1) \neq \vec{0}$. Mặt khác điểm $M_0(0;\ 0;\ 15) \in d$, $M_0^{'}(1;2;3) \in d^{'}$, $\overrightarrow{M_0M_0'} = (1;2;-12) \Rightarrow \left[\vec{u}, \overrightarrow{u'}\right].\overrightarrow{M_0M_0'} = 0$.

Vậy hai đường thẳng d và d’ cắt nhau.

Cách 3: Để tìm tọa độ giao điểm của d và d’, ta giải hệ phương trình sau đây:
$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 \\ x + y = 0 \\ 2x - y + z - 15 = 0 \end{cases}, \ t \in R$$

Bằng cách thay các giá trị của x, y, z ở ba phương trình trên vào hai phương trình cuối của hệ ta có : $\begin{cases} -4t - 12 = 0 \\ t + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$ t= -3 $\Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -4 \\ z = 3 \end{cases}$;

Vậy hai đường thẳng d và d’ cắt nhau tại điểm (4; - 4; 3).

2.1.3. Yêu cầu và định hướng xây dựng bài tập rèn luyện tính độc đáo

**Lựa chọn bài tập hướng dẫn học sinh phân tích các yếu tố của bài tập để chỉ ra cách giải độc đáo, sáng tạo đối với bài toán đã cho.*

Trong phần phương pháp toạ độ, đa số các em học sinh đều làm theo những thuật toán có sẵn, những cách làm đã biết và được áp dụng rộng khắp cho các bài toán cùng dạng. Tuy nhiên, cũng có rất nhiều bài toán nếu các em biết phân tích đầu bài và liên hệ với những kiến thức hình học đã biết lại có thể đưa ra một lời giải sáng tạo.

Biện pháp đưa ra nhằm rèn luyện cho học sinh khả năng vận dụng những thao thác tư duy và phương pháp suy luận để phân tích các yếu tố của bài toán nhằm đưa ra cách giải độc đáo, sáng tạo đối với bài toán đã cho.

Quá trình phân tích các yếu tố của bài toán để tìm ra ý tưởng độc đáo, mới lạ giúp học sinh làm quen và dần hình thành con đường tư duy một cách sáng tạo, góp phần bồi dưỡng tính độc đáo trong lí luận về tư duy sáng tạo cho học sinh.

<u>Ví dụ: 2.10</u>

Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho điểm A(2; 5; 3) và đường thẳng

$d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{2}$

Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất.

Phân tích: Với bài toán viết phương trình mặt phẳng trong không gian thông thường học sinh sẽ nghĩ ngay từ phương trình tổng quát của mặt phẳng Ax + By + Cz + D = 0 dựa vào dự kiện của bài toán để đi tìm A, B, C, D . Với bài toán này nếu ta phân tích theo hướng:

Gọi M là hình chiếu vuông góc của A trên d

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm

Gọi H là hình chiếu của A trên (P) $\Rightarrow AH \le AM$

Vậy AH đạt giá trị lớn nhất khi $M \in H$ hay (P) là mặt phẳng đi qua M và có VTPT $\overrightarrow{AM}$ như vậy bài toán đã được giải quyết song.

Lời giải chi tết: Gọi M là hình chiếu của A trên d, $M \in d$ nên $M(2t+1;t;2+2t) \Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2t-1;t-5;2t-1)$ ta có: $AM \perp d \Rightarrow \overrightarrow{AN} \perp \vec{u}$ với $\vec{u}=(2;1;2)$ là VTCP của $d \Rightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{u}=0$

$\Leftrightarrow 2(2t-1)+(t-5)+2(2t-1)=0 \Leftrightarrow 9t-9=0 \Leftrightarrow t=1$

Vậy M(3; 1; 4). Gọi (P) là mặt phẳng tuỳ ý chứa d, khi đó M $\in$(P) kẻ $AH \perp (P) \Rightarrow$ ta có: $AH \le AM$ $\Rightarrow AH$ đạt giá trị lớn nhất hay khoảng cách từ

A đến (P) lớn nhất khi $H \equiv M \Rightarrow (P)$ cần tìm đi qua M và có VTPT $\overrightarrow{AM}$ với

$\overrightarrow{AM} = (1;-4;1) \Rightarrow (P): 1(x-3) - 4(y-1) + 1(z-4) = 0 \Leftrightarrow x - 4y + z - 3 = 0$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $x - 4y + z - 3 = 0$

Vậy, từ ví dụ trên ta thấy việc phân tích định hướng học sinh khả năng nhanh chóng phát hiện vấn đề của bài toán từ đó đưa ra lời giải hợp lý nó góp phần phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh.

** Hướng dẫn và tập luyện cho học sinh phân tích, phát hiện, đề xuất các bài toán mới từ bài toán đã cho.*

Trong quá trình dạy học, các bài tập là một dạng tình huống có vấn đề mà giáo viên đặt ra cho học sinh. Đứng trước một vấn đề nào đó, học sinh phải có sự huy động ở mức cao nhất các thao tác tư duy. Tuy nhiên, để chuẩn bị cho các em có thể giải quyết nhanh gọn những yêu cầu mà bài toán đặt ra đòi hỏi giáo viên phải đi theo một trình tự nhất định. Trước hết giáo viên phải hướng dẫn cho các em phân tích bài toán mẫu. Sau khi xem xét bài toán ví dụ mẫu, học sinh sẽ trải qua quá trình ghi nhớ, lĩnh hội đến chỗ tái hiện và tái tạo trên cơ sở bài toán ví dụ mẫu. Trong quá trình dạy học bài tập về đường thẳng, mặt phẳng giáo viên có thể hướng dẫn học sinh bằng cách cho học sinh phát biểu và giải bài tập tương tự dựa vào bài tập mẫu hoặc thay đổi lời văn, số liệu của bài tập dùng làm mẫu để đặt học sinh vào một tình huống mới, dạng bài tập này chỉ mới ở mức độ vừa phải nên học sinh có thể dễ dàng cho học sinh thực hiện với sự hứng thú, tích cực cao. Giáo viên còn có thể xây dựng hệ thống bài tập bằng cách thêm những giả thiết khác nhau nhưng phần kết luận và phương pháp giải giống nhau, ví dụ như phát biểu và giải bài toán tương tự, bài toán tổng quát, từ đó hướng dẫn học sinh phân tích, phát hiện, giải các bài tập đó và có thể đề xuất bài toán mới.

Bồi dưỡng và rèn luyện cho học sinh tư duy linh hoạt, khả năng phân tích bài toán, giúp học sinh thấy được nhiều bài toán khác nhau được khai thác từ một nội dung giống nhau giúp học sinh có thể nhìn nhận bài toán dưới nhiều cấp độ, nhiều trường hợp, đồng thời phát hiện được phương pháp chung để giải quyết một bài toán, góp phần hoàn thiện khả năng tư duy sáng tạo cho học sinh.

Ví dụ 2.11:

Trong không gian cho điểm M (2; -3; 1) và mặt phẳng (P) có phương trình: $x + 2y - z - 1 = 0$

Hãy tìm điểm đối xứng của điểm M qua mặt phẳng (P)

Phân tích: Bài toán trên học sinh biết điểm M, biết phương trình mặt phẳng (P) cũng có nghĩa là biết véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Để tìm điểm đối xứng với M qua (P) học sinh có thể nghĩ tới việc tìm hình chiếu vuông góc H của M trên (P). Do H là hình chiếu vuông góc của M trên (P) nên H là giao của đường thẳng d đi qua M và d vuông góc vơi (P). Đường thẳng d hoàn toàn có thể xác định được vì biết điểm đi qua và nhận VTPT của (P) làm VTCP.

Lời giải chi tiết:

Mặt phẳng (P) có VTPT là: $\vec{n} = (1;2;-1)$

Gọi d là đường thẳng đi qua M và d vuông góc với (P). Suy ra d nhận VTPT của (P) làm VTCP: $\vec{u} = \vec{n} = (1;2;-1)$

Suy ra đường thẳng d có phương trình: $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t\,(t \in R) \\ z = 1 - t \end{cases}$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên (P) thì H là giao điểm của d và (P).

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 - t \\ x + 2y - z - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow H(3;-1;0)$$

Dễ thất H là trung điểm của M và M' nên tọa độ M' là: M' = (4; 1: - 1)

Qua bài tập trên, học sinh đã phân tích, phát hiện, giải quyết bài toán tìm điểm đối xứng qua mặt phẳng thông qua việc tìm hình chiếu của nó trên mặt phẳng. Đến đây trong tư duy học sinh hình thành bài toán mới với cách giải tương tự như: Tìm điểm đối xứng qua đường thẳng.

<u>Ví dụ 2.12:</u>

Cho tứ diện ABCD có AB, AC, AD đôi một vuông góc và có độ dài lần lượt là a, b, c. Hãy xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp tư diện:

Phân tích: Với bài toán trên học sinh hoàn toàn có thể giải được bằng cách xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện.

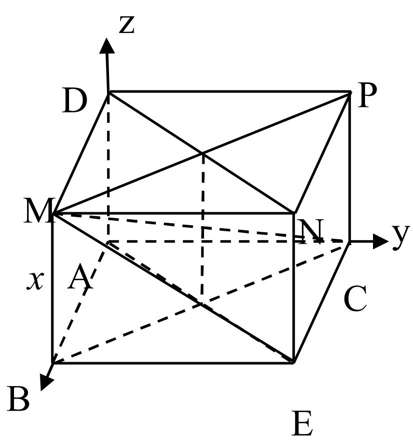
Hay bằng cách xem tư diện là một bộ phận của hình hộp chữ nhật ABECDMNP, 4 đỉnh của tứ diện là 4 đỉnh của hình hộp chữ nhật có kích thước AB, AC, AD bằng a, b, c

Để sử dụng phương pháp toạ độ, ta đưa vào hệ trục toạ độ Đề các trong không gian, thông qua việc nhận xét dữ kiện của bài toán là AB, AC, AD đôi một vuông góc. Từ đó ta đi xác định tâm và bán kính mặt cầu:

Hướng giải quyết bài toán: Coi tứ diện ABCD là một bộ phận của hình hộp chữ nhật ABEC.DMNP với độ dài các cạnh AB = a; AC = b; AD = c khi đó tâm mặt cầu ngoại tiếp tư diện ABCD là giao của hai đường chéo MC và DE hay cũng là trung điểm của đoạn thẳng MC. Bán kính mặt cầu cần tìm là: R = OA = OB = OC = OD.

Lời giải chi tiết: Gọi tứ diện ABCD là một bộ phận của hình hộp chữ nhật ABEC.DMNP với độ dài các cạnh AB = a; AC = b; AD = c

Ta có: A(0; 0; 0) ; B(a; 0; 0) ; C(0; b; 0) ; D(0; 0; c)



$\Longrightarrow$ M(a;0;c) $\Rightarrow \overrightarrow{MC} = (a; -b; c)$

$\Rightarrow MC=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

Gọi O là trung điểm của MC suy ra O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương ABEC.DMNP

Gọi R là bán kính của mặt cầu cần tìm, Khi đó $R=MC=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

O là trung điểm của $MC\Rightarrow 0=I\left(\frac{-a}{2};\frac{-b}{2};\frac{-c}{2}\right)$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $x^2+y^2+z^2-ax-by-cz=0$

hay mặt cầu cần tìm có tâm $I\left(\frac{-a}{2};\frac{-b}{2};\frac{-c}{2}\right)$

và bán kính: $R=0A=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

Qua ví dụ trên ta thấy việc rèn cho học sinh khả năng nhìn ra những mối liên hệ trong những sự kiện mà bên ngoài liên tưởng như không có liên hệ với nhau là rất cần thiết trong dạy học hình học nó góp phần phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh.

2.2. Một số hệ thống bài toán về "Phương pháp toạ độ trong không gian" nhằm rèn luyện các thành phần tư duy sáng tạo cho HSTHPT

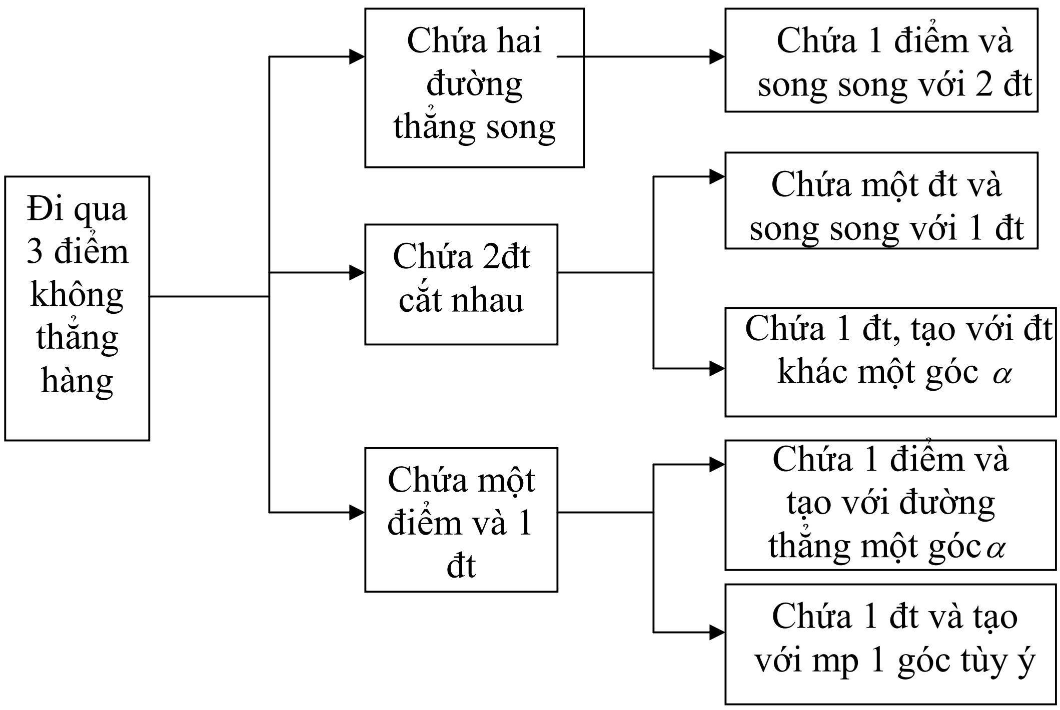
Trong tác phẩm: *" Giải bài toán như thế nào"*, G.Polya đã viết:" Cách giải này đúng thật, nhưng làm thế nào để nghĩ ra một cách giải khác? Sự kiện này đã được kiểm nghiệm, nhưng làm thế nào để phát hiện ra những sự kiện như vậy? và làm thế nào để tự mình phát hiện ra được?".

Quan điểm này của G.Polya muốn nhấn mạnh ý nghĩa của việc dạy cho học sinh biết tự tìm tòi lời giải, tự phát hiện những kết quả mới.

Sáng tạo bài toán mới là một bước quan trọng của quá trình giải toán, một phương thức rèn luyện tư duy sáng tạo toán học, một trong các mục tiêu chính của học tập sáng tạo. Giáo viên có thể xây dựng các bài toán mới, hoặc có thể hướng dẫn học sinh sáng tạo các bài toán mới bằng cách xem xét các đối tượng, yếu tố của bài toán trong những mối quan hệ khác nhau. Nếu làm được như vậy thì sẽ rèn luyện được tính mềm dẻo, tính nhuần nhuyễn, tính độc đáo của tư duy.

2.1.1. Xây dựng hệ thống bài toán về lập phương trình mặt phẳng

Ta đã biết: Một mặt phẳng hoàn toàn xác định khi biết ba điểm không thẳng hàng, ta có thể khai thác tiên đề này để sáng tạo hệ thống bài toán về viết phương trình mặt phẳng, theo sơ đồ sau:



Từ sơ đồ này ta có thể tạo ra một hệ thống bài toán sau:

<u>Bài toán 2.1:</u>

Viết phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm A(1; 2; 1), B(2; 2; 2), C(-4; -2; 1).

<u>Bài toán 2.2:</u>

Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm M(-1; 4; 5) và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-1}{5}$.

<u>Bài toán 2.3:</u>

Viết phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng:

$d_1: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z-3}{1}$, d_2: $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-3}{2}$

Bài toán 2.4:

Viết phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng:

$d_1: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z-3}{1}$, d_2: $\dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z-3}{1}$.

Bài toán 2.5:

Viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng d: $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = t \\ z = 3-t \end{cases}$, và song song với đường thẳng d': $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-3}{-2} = \dfrac{z}{1}$.

Bài toán 2.6:

Cho 3 điểm A(1; 2; 3), B(2; 0; 4), C(1; 1; 1). Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Bài toán 2.7:

Cho 4 điểm A(1; 0; 0), B(2; 1; 1), C(1; 0; 1), D(2; 2; 2), tìm điểm M sao cho $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} + 4\overrightarrow{MD}\right|$ đạt GTNN .

Bài toán 2.8:

Cho 4 điểm A(1; 2; 1), B(2; 3; 6), C(3; 2; 1), D(3; 4; 6). Tìm điểm M sao cho: $MA^2 + 4MB^2 + 6MC^2 + 7MD^2$ đạt GTNN .

Bài toán 2.9:

Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm M(1; 2; 3) và song song với hai đường thẳng :d: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 3+7t \end{cases}$, t thuộc R và d': $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$.

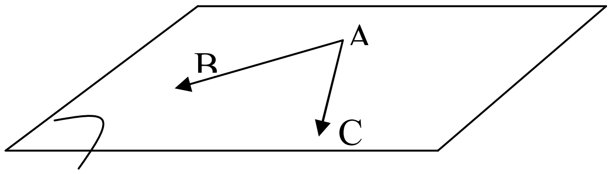
Trong sơ đồ trên, nếu thay đổi điều kiện mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng bởi điều kiện song song với một mặt phẳng cho trước rồi xem xét bài toán theo quan điểm động ta sẽ được hệ thống bài toán mới.

*/ Tóm tắt lời giải của một số bài toán:

Bài toán 2.1:

$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1;0;1) \\ \overrightarrow{AC} = (-5;-4;0) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (4;-5;-4) \Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (ABC)

: 4x – 5y – 4z + 10 = 0 (H1)

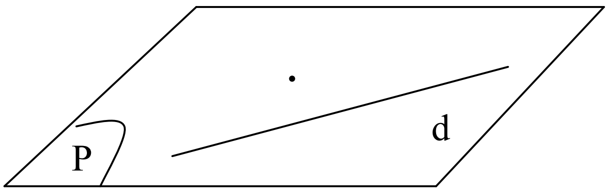


Bài toán 2.2:

M(-1; 4; 5), N(2; -1; 1) thuộc đường thẳng d

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (3;-5;4)$, vtcp $\overrightarrow{u_d} = (2;3;5) \Rightarrow$ vtpt $\overrightarrow{n_{(P)}} = (-13;-23;19) \Rightarrow$

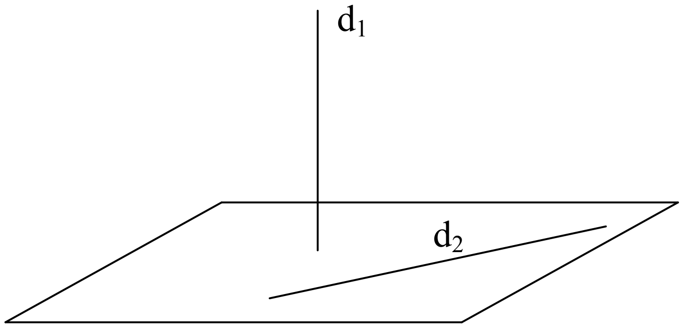
Phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm M và đường thẳng d có phương trình: -13x -23y + 19z – 16 = 0



Bài toán 2.3:

M(0; -1; 3)$\in d_1$, N(-2; 1; 3) $\in$ d_2, đường thẳng d_1 có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (2;3;1)$, đường thẳng d_2 có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2} = (1;1;2)$.

Ta có : $\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right] = (5;-3;-1), \overrightarrow{MN} = (-2;2;0) \Rightarrow \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{MN} = -16$, vậy hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau, suy ra không tồn tại mặt phẳng chứa hai đường thẳng đó.



<u>Bài toán 2.5:</u>

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (2;1;-1)$.

Đường thẳng d’ có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (1;-2;1)$.

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right] = (-1;-3;-5)$, suy ra phương trình mặt phẳng (P): x + 3y + 5z – 4 = 0.

<u>Bài toán 2.6:</u>

Gọi M(x; y; z). Ta có: $\overrightarrow{MA} = (1-x;2-y;3-z)$, $\overrightarrow{MB} = (2-x;-y;4-z)$

$\overrightarrow{MC} = (1-x;1-y;1-z)$.

Từ giả thiết $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ ta có :

$$\begin{cases} 1-x+2(2\text{-}x)-4(1\text{-}x)=0 \\ 2-y-2y-4(1-y)=0 \\ 3-z+2(4-z)-4(1-z)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ y+6=0 \\ z+7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-6 \\ z=-7 \end{cases} \Rightarrow M(-1;-6;-7)$$

Bài toán trên đòi hỏi HS phải sử dụng nhuần nhuyễn biểu thức tọa độ của các véc tơ.

<u>Bài toán 2.7:</u>

Ta luôn có $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} + 4\overrightarrow{MD}\right| \ge 0$, dấu ‘’ =’’ xảy ra khi :

$\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} + 4\overrightarrow{MD}\right| = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} + 4\overrightarrow{MD} = \vec{0}$. Khi đó hoàn toàn tương tự như trên nếu gọi M(x;y;z) $\Rightarrow M(\frac{9}{4};\frac{9}{4};\frac{7}{4})$.

Bài toán 2.8:

* Thực chất bài toán 2.8 là dạng bài toán 2.6 nhưng với hình thức khác.

Gọi điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+4\overrightarrow{IB}+6\overrightarrow{IC}+7\overrightarrow{ID}=\vec{0}$ (1)

$$(1)\Leftrightarrow 18\overrightarrow{OI}=\overrightarrow{OA}+4\overrightarrow{OB}+6\overrightarrow{OC}+7\overrightarrow{OD}=(48;54;73)$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OI}=(\frac{48}{18};\frac{54}{18};\frac{73}{18})\Leftrightarrow I(\frac{48}{18};\frac{54}{18};\frac{73}{18})$$

Khi đó

$$MA^2+4MB^2+6MC^2+7MD^2=18\overrightarrow{MI}^2+\overrightarrow{IA}^2+4\overrightarrow{IB}^2+6\overrightarrow{IC}^2+7\overrightarrow{ID}^2$$

$\geq \overrightarrow{IA}^2+4\overrightarrow{IB}^2+6\overrightarrow{IC}^2+7\overrightarrow{ID}^2$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi M $\equiv$ I.

Vậy $MA^2+4MB^2+6MC^2+7MD^2$ đạt GTNN khi $M(\frac{48}{18};\frac{54}{18};\frac{73}{18})$.

- Trong lời giải trên sự linh hoạt của tư duy được thể hiện việc coi bình phương độ dài là bình phương vô hướng, điều này tạo ra mối quan hệ giữa hai bài toán 2.8 và bài toán 2.7.

- Xét một số bài toán sau đây, rèn luyện khả năng khái quát hóa và tương tự của học sinh:

Bài toán 2.10:

Cho 2 điểm phân biệt A, B và hai số thực α, β thoả mãn $\alpha+\beta\neq 0$, thì:

a) Tồn tại duy nhất điểm I sao cho: $\alpha\overrightarrow{IA}+\beta\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

b) $\forall$M: $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}=(\alpha+\beta)\overrightarrow{MI}$

Điểm I gọi là tâm tỉ cự của hệ 2 điểm A, B theo bộ số (α, β).

Bài toán 2.11:

Cho ΔABC và 3 số thực α, β, γ thoả mãn: $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$, thì:

a) Tồn tại duy nhất điểm I sao cho: $\alpha\overrightarrow{IA}+\beta\overrightarrow{IB}+\gamma\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

b) $\forall M$: $\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} + \gamma\overrightarrow{MC} = (\alpha + \beta + \gamma)\overrightarrow{MI}$.

Điểm I gọi là tâm tỉ cự của hệ điểm A, B, C theo bộ số (α, β, γ).

<u>Bài toán 2.12:</u>

(Tổng quát) Cho n điểm $A_1, A_2, ..., A_n$, $n \geq 2$ và n số thực $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ thoả mãn: $\alpha_1 + \alpha_2 + ... + \alpha_n \neq 0$, thì:

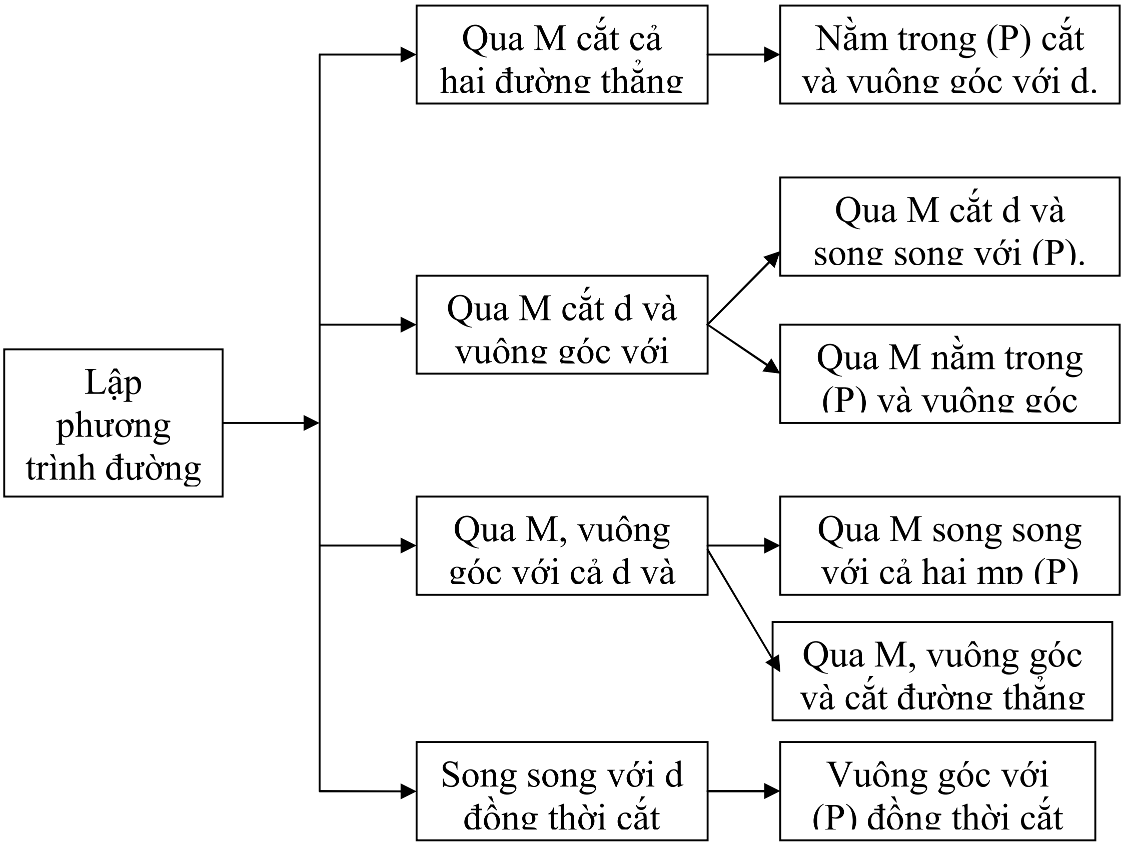
a) Tồn tại duy nhất điểm I sao cho: $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{IA_i} = \vec{0}$

b) $\forall M$ trong không gian : $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{MA_i} = (\alpha_1 + \alpha_2 + ... + \alpha_n)\overrightarrow{MI}$

Trong quá trình dạy toán ở trường phổ thông, các thao tác tư duy như trên trở thành một phương pháp tư duy cơ bản trong sáng tạo toán học, là yếu tố quan trọng giúp học sinh hình thành, nắm vững các khái niệm và tri thức lý thuyết, vận dụng để giải toán, mò mẫm, dự đoán kết quả, tìm ra phương hướng và phương pháp hay cho lời giải bài toán. Mặt khác các thao tác tư duy còn giúp học sinh đào sâu, mở rộng và hệ thống hoá kiến thức, giúp các em làm quen dần với nghiên cứu, sáng tạo toán học. Và như vậy, các thao tác tư duy toán học đóng vai trò quan trọng trong việc hình thành, bồi dưỡng những phẩm chất trí tuệ cho học sinh.

2.1.2. Xây dựng hệ thống bài toán về phương trình đường thẳng

Để xây dựng hệ thống bài toán này ta thiết lập sơ đồ sau:



Từ sơ đồ này ta có thể tạo ra một hệ thống bài toán sau:

<u>Bài toán 2.13:</u>

Viết phương trình đường thẳng đi qua A(1; -1; 1) và cắt hai đường thẳng sau đây: d: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$, $t \in R$, d': $\begin{cases} x = t' \\ y = -1 - 2t', \ t' \in R \\ z = 2 + t' \end{cases}$.

<u>Bài toán 2.14:</u>

Viết phương trình đường thẳng đi qua A(1; -1; 1) cắt đường thẳng d: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$, $t \in R$, và vuông góc với đường thẳng d': $\begin{cases} x = t' \\ y = -1 - 2t', \ t' \in R \\ z = 2 + t' \end{cases}$.

<u>Bài toán 2.15:</u>

Viết phương trình đường thẳng đi qua A(1; -1; 1) và vuông góc với cả hai đường thẳng sau đây d: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$, $t \in R$, d’: $\begin{cases} x = t' \\ y = -1 - 2t', \\ z = 2 + t' \end{cases}$ $t' \in R$.

Bài toán 2.16:

Viết phương trình đường thẳng đi qua A(1; -1; 1) và cắt đường thẳng

d: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$, $t \in R$, và song song với mặt phẳng (P): x – 2y + z – 10 = 0.

Bài toán 2.17:

Viết phương trình đường thẳng đi qua A(1; -1; 1) và song song với cả hai mặt phẳng (P): x – 2y + z – 10 = 0 và (Q): 2x + y – z + 2009 = 0.

Bài toán 2.18:

(B-2004) Trong không gian với hệ tọa độ đề các vuông góc Oxyz cho

A(-4; -2; 4), và đường thẳng d: $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$, t là tham số thuộc R.

Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A , cắt và vuông góc với đường thẳng d.

Bài toán 2.19:

Cho đường thẳng d và (P) có phương trình:

d: $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-3}{2}$; (P): 2x + z – 5 = 0.

a. Xác định tọa độ giao điểm A của d và (P).
b. Viết phương trình đường thẳng đi qua A, nằm trong (P) và vuông góc với d.

Bài toán 2.20:

Cho hai đường thẳng :

d_1: $\begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$, $t \in R$, và d_2: $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$,

a. Chứng tỏ rằng hai đường thẳng đó chéo nhau và vuông góc với nhau.

b. Viết phương trình đường thẳng d cắt cả hai đường thẳng d_1,d_2 và song song với đường thẳng $\Delta: \frac{x-4}{1} = \frac{y-7}{4} = \frac{z-3}{-2}$.

Bài toán 2.21:

Trong không gian với hệ tọa độ đề các vuông góc Oxyz cho hai đường thẳng

$d_1 : \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{1}$, d_2: $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{5} = \frac{z}{-2}$; (P): $2x - y - 5z + 1 = 0$

a. Chứng minh hai đường thẳng d_1,d_2 chéo nhau. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng ấy.

b. Viết phương trình đường thẳng d vuông góc với (P), đồng thời cắt d_1 và d_2.

Bài toán 2.22:

(A-2009): Trong không gian với hệ tọa độ đề các vuông góc Oxyz cho (P): $x + 2y - 3z + 4 = 0$ và đường thẳng d : $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$, Viết phương trình đường thẳng nằm trong (P) cắt và vuông góc với đường thẳng d.

Bài toán 2.23:

(D-2006): Trong không gian với hệ tọa độ đề các vuông góc Oxyz cho A(1; 2; 3), và hai đường thẳng

$d_1 : \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$, d_2: $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$

a. Tìm tọa độ điểm A’ đối xứng với điểm A qua đường thẳng d_1.

b. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2.

<u>Bài toán 2.24:</u>

Trong không gian với hệ tọa độ đề các vuông góc Oxyz cho đường thẳng d:

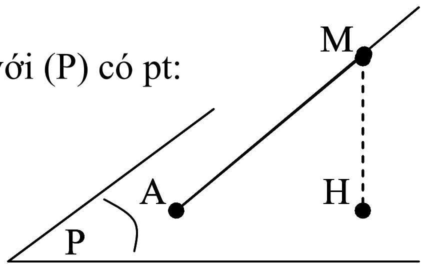
$\begin{cases} x = t \\ y = 8 + 4t, \ t \in R \\ z = 3 + 2t \end{cases}$, và mặt phẳng (P): x + y + z – 7 = 0

Viết phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P)

Cách 1: Xét vị trí tương đối của d với (p) $\Rightarrow$ d $\cap$(P) $\equiv$ A

$\Rightarrow$ A$(\frac{-4}{7};\frac{40}{7};\frac{13}{7})$ Lấy M (0; 8; 3) $\in$ d

$\Rightarrow$ Đường thẳng qua M và vuông góc với (P) có pt:



$\Delta : \begin{cases} x = t' \\ y = 8 + t' \\ z = 3 + t' \end{cases}, \ (t' \in R)$

Xét hệ: $\begin{cases} x + y + z - 7 = 0 \\ x = t' \\ y = 8 + t' \\ z = 3 + t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = -\frac{4}{3} \\ x = -\frac{4}{3} \\ y = \frac{20}{3} \\ z = \frac{5}{3} \end{cases}$ Gọi $\Delta \cap (P) \equiv H$

$\Rightarrow H(-\frac{4}{3};\frac{20}{3};\frac{5}{3})$

$\Rightarrow$ Đường thẳng hình chiếu của d xuống (P) đi qua $H(-\frac{4}{3};\frac{20}{3};\frac{5}{3})$ và nhận véctơ $\vec{u} = (4;-5;1)$ làm véctơ chỉ phương.

$$\Rightarrow \text{ phương trình d': } \begin{cases} x = -\frac{4}{3} + 4t \\ y = \frac{20}{3} - 5t \\ z = \frac{5}{3} + t \end{cases} \left(t \in R\right).$$

Cách 2: Lấy M(0; 8; 3) $\in$ d, N(-1; 4; 1)$\in$ d

- Xác định hình chiếu vuông góc của M trên (P).
- Xác định hình chiếu vuông góc của N trên (P).
- Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm hình chiếu vuông góc của M và N trên (P).

Cách 2 đối với bài toán này là một cách giải cho thấy sự nhuần nhuyễn về tư duy phương pháp, nhưng còn thiếu linh hoạt.

<u>Bài toán 2.25:</u>

Viết phương trình đường thẳng d song song với đường thẳng d_1 và d cắt cả hai đường thẳng d_2 và d_3, biết phương trình của d_1,d_2 và d_3 là :

$$d_1: \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + 4t,\ t \in R \\ z = 1 - t \end{cases},\ d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-2}{3},\ d_3: \begin{cases} x = -4 + 5t' \\ y = -7 + 9t',\ t' \in R \\ z = t' \end{cases}$$

Kết quả : Đường thẳng cần tìm có phương trình: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 4m,\ m \in R \\ z = 1 - m \end{cases}$

Bài toán này có thể sử dụng các cách giải sau:

+ Sử dụng tính chất giao điểm của đường thẳng d_3 với (P) chứa d_2 và song song với d_1.

+ Sử dụng tính chất giao tuyến của hai mặt phẳng.

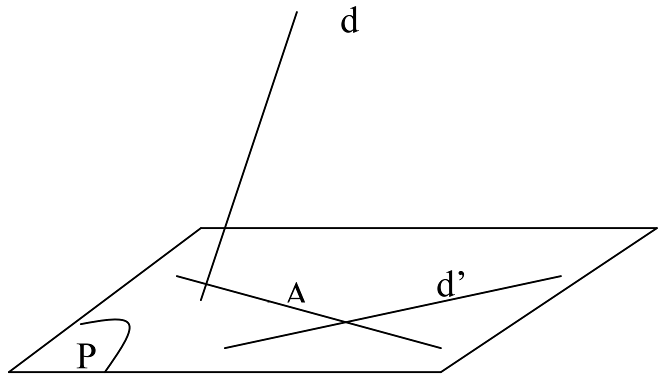
<u>/ Lời giải tóm tắt và gợi ý của hệ thống bài toán</u>*:

<u>Bài toán 2.13:</u>

Ta sử dụng tính chất giao điểm của đường thẳng. Ta có (P) qua điểm A và chứa đường thẳng d’ có nhận véc tơ $\vec{n}=\left[\vec{u},\overrightarrow{AM}\right]$ làm véc tơ pháp tuyến, trong đó M(0; -1; 2), khi đó $\Rightarrow \vec{n}=(-2;-2;2)$ $\Rightarrow$ (P): x + y – z + 1 = 0.

Đường thẳng cần tìm nếu có phải nằm trên mặt phẳng (P). Gọi H là giao điểm của đường thẳng d với (P) khi đó tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình sau: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=t \\ z=3-t \\ x+y-z+1=0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{5}{2} \\ y=\dfrac{1}{4} \\ z=\dfrac{11}{4} \end{cases} \Rightarrow H(\dfrac{5}{2};\dfrac{1}{4};\dfrac{11}{4})$.

Khi đó đường thẳng cần viết phương trình là đường thẳng đi qua A có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(6;5;7) \Rightarrow$ Phương trình đường thẳng thỏa mãn yêu cầu đề bài : $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-1}{7}$.



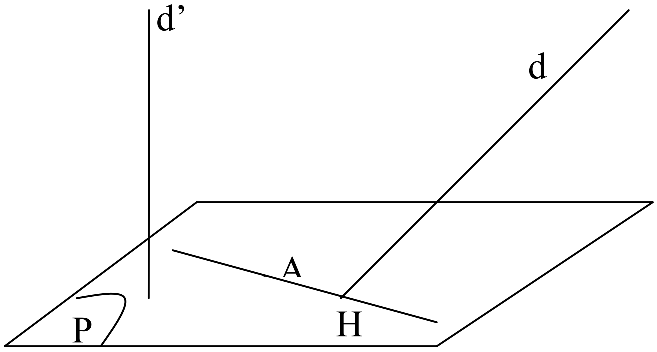
- Ta có thể giải bài toán dưới nhiều cách khác nhau. Đứng trên quan điểm vận động ta nhận thấy rằng: Nếu thay giả thiết cắt đường thẳng d’ bằng giả thiết vuông góc với đường thẳng d’ ta sẽ có bài toán 2.14.

<u>Bài toán 2.14:</u>

Ta có (P) qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d’ có phương trình như sau: $x - 2y + z - 4 = 0$. Đường thẳng cần tìm nếu có phải nằm trên mặt phẳng (P). Gọi H là giao điểm của đường thẳng d với (P) khi đó tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 3 - t \\ x - 2y + z - 4 = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 3 \\ t = 0 \end{cases} \Rightarrow H(1;0;3)$

phương trình là đường thẳng đi qua A có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (0;1;2) \Rightarrow$

Phương trình đường thẳng cần tìm: $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + t,\ t \in R \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.



- Nếu thay quan hệ cắt thành quan hệ vuông góc ta có bài toán:

<u>Bài toán 2.15:</u>

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là: $\vec{u} = (2;1;-1)$. Đường thẳng d’ có véc tơ chỉ phương là: $\vec{u'} = (1;-2;1)$. Gọi đường thẳng Δ là đường thẳng cần viết phương trình, khi đó Δ có véc tơ chỉ phương là $\vec{a} = \left[\vec{u}, \vec{u'}\right] = (-1;-3;-5)$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y+1}{-3} = \dfrac{z-1}{-5}$.

<u>Bài toán 2.19:</u>

Mặt phẳng (Q) qua A và vuông góc với d có phương trình:

x + 2y + 2z -11 = 0 $\Rightarrow$ Đường thẳng d' qua A nằm trong (P) và vuông góc với d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = \left[\vec{n}_P, \vec{n}_Q\right] = (2;3;-4) \Rightarrow$ Phương trình d':

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-4}.$$

<u>Bài toán 2.20:</u>

Gọi (P) là mặt phẳng song song với d_1 và chứa $d_2 \Rightarrow$ (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = \left[\overrightarrow{u_1}; \overrightarrow{u_2}\right], \overrightarrow{u_1} = (0;4;-1), \overrightarrow{u_2} = (1;4;3) \Rightarrow \vec{n} = (16;-1;-4) \Rightarrow$ phương trình mặt phẳng (P): 16x – y – 4z - 10 = 0.

* Xét vị trí tương đối của d_3 với (P): Gọi H là giao điểm của d_3 với (P) khi đó

ta có hệ : $\begin{cases} x = -4 + 5t' \\ y = -7 + 9t' \\ z = t' \\ 16x - y - 4z - 10 = 0 \end{cases}, \ t' \in R \Rightarrow H(1;2;1)$

Đường thẳng Δ qua H và song song với d_1 có phương trình:

$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 4t, \ t \in R \\ z = 1 - t \end{cases}$. Ta nhận thấy Δ cắt d_2, suy ra phương trình Δ là phương trình đường thẳng cần tìm.

<u>Bài toán 2.23:</u>

Tọa độ giao điểm I của đường thẳng Δ với (P) thỏa mãn hệ:

$\begin{cases} \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{-1} \\ x + 2y - 3z + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow$ I(-3;1;1). Véc tơ pháp tuyến của (P): $\vec{n} = (1;2;-3)$, véc tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (1;1;-1)$.

Đường thẳng d cần tìm có véc tơ chỉ phương là: $\vec{v} = \left[\vec{n}, \vec{u}\right] = (1;-2;-1)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$, $t \in R$

- Thực chất nếu nhuần nhuyễn trong tư duy ta có thể nhận xét thấy rằng : Giả thiết song song với (P) tương đương với giả thiết vuông góc với đường thẳng d' trong bài toán 2.14. Cũng với nhận xét như trên bài toán 2.15 có thể trở thành bài toán 2.17 với hình thức khác .

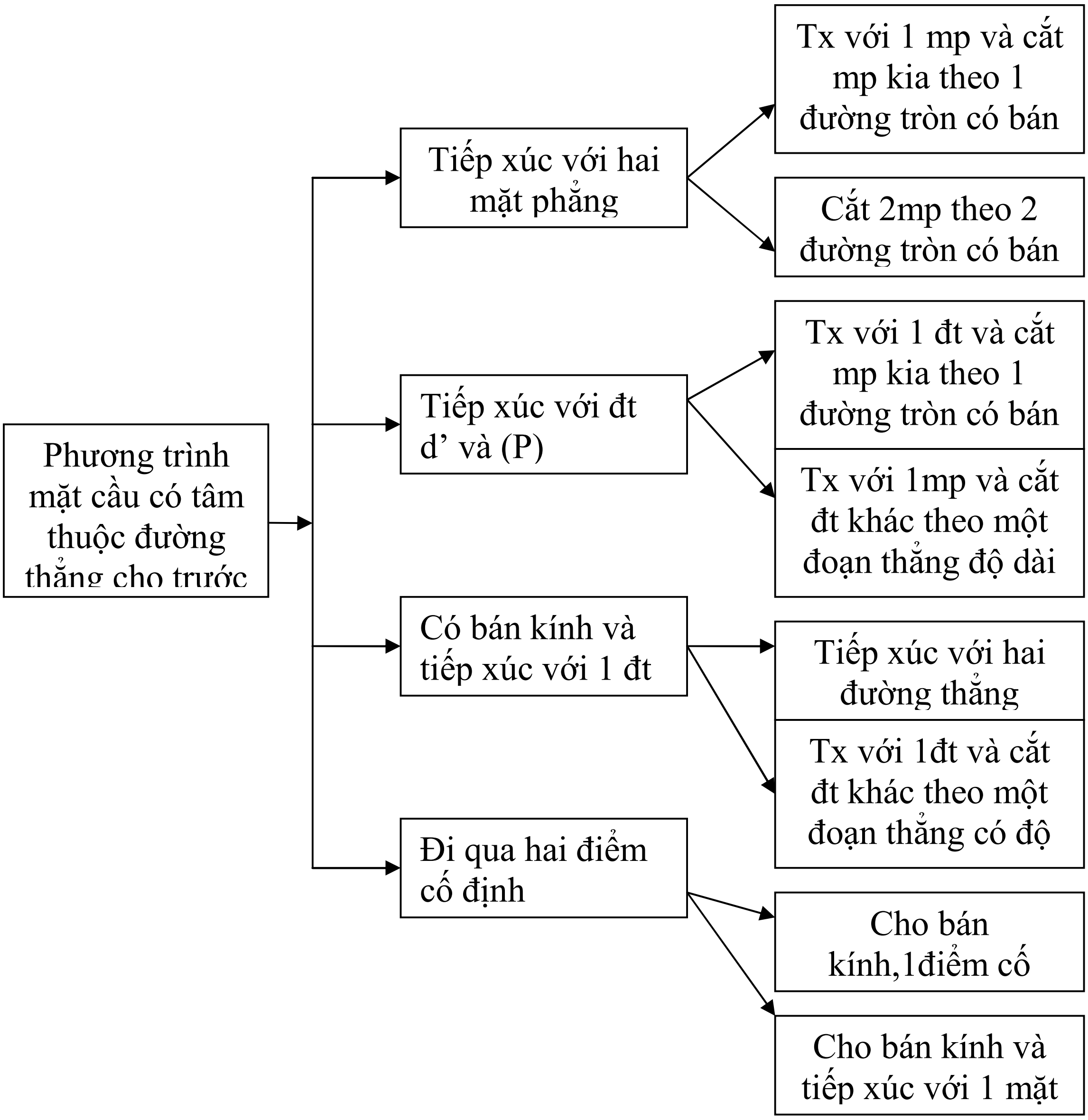
- Cách giải của bài toán 2.16 và 2.23 tương tự bài toán 2.14.

- Nếu đặc biệt hóa bài toán 2.8 bằng cách cho d và d' trùng nhau ta có bài toán 2.12

- Cách Bài toán 2.21 thì tương tự bài 2.20.

2.2.3. Xây dựng hệ thống bài toán về phương trình mặt cầu

Để xây dựng hệ thống bài toán này ta thiết lập sơ đồ sau:



Từ sơ đồ này ta có thể tạo ra một hệ thống bài toán sau:

<u>Bài toán 2.26:</u>

Viết phương trình mặt cầu đi qua hai điểm A(3; 1; 1), B(1; -1; 1) có tâm thuộc đường thẳng d: $\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$.

<u>Bài toán 2.27:</u>

Viết phương trình mặt cầu có bán kính 3, đi qua điểm A(1; 2; 0) biết tâm thuộc đường thẳng d có phương trình là:

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{1}$$

<u>Bài toán 2.28:</u>

Viết phương trình mặt cầu đi qua điểm A(8; 5; 1), tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x + 2y + 2z + 1 = 0$ và có tâm thuộc đường thẳng d: $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-1}$

<u>Bài toán 2.29:</u>

Viết phương trình mặt cầu cắt mặt phẳng (P): $3x + 5y - z - 2 = 0$ theo một đường tròn có bán kính 2 biết tâm thuộc d: $\frac{x-12}{4}=\frac{y-9}{3}=\frac{z-1}{1}$ và cách mặt phẳng Oxy một khoảng bằng 1.

<u>Bài toán 2.30:</u>

Viết phương trình mặt cầu tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình (P): $x + y - z + 2 = 0$; (Q): $2x + 2y - 2z + 5 = 0$ có tâm thuộc đường thẳng d: $\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{1}$

<u>Bài toán 2.31:</u>

Viết phương trình mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (P): $3y + 2z = 0$ và mặt phẳng (Q): $x + y - 2z + 6 = 0$ và đi qua hai điểm A(1; 1; 2), B(0; 3; 1).

<u>Bài toán 2.32:</u>

Viết phương trình mặt cầu tiếp xúc với hai mặt phẳng

(P): $x + y - z + 2 = 0$ và (Q): $2x + 2y - 2z + 5 = 0$ có tâm nằm trên đường thẳng (d): $\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{1}$.

- Nếu thay đổi giả thiết mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng thành mặt cầu có tâm thỏa mãn điều kiện khác, ta có một số bài toán sau:

<u>Bài toán 2.33:</u>

Viết phương trình mặt cầu đi qua điểm A(1; 1; 1) biết tâm mặt cầu thuộc mặt phẳng Oxy, tiếp xúc với mặt phẳng Oyz và cách mặt phẳng.

(P): $3x - y + 2z - 5 = 0$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$.

Bài toán 2.34:

Viết phương trình mặt cầu tâm I(2; 2; 3) và cắt đường thẳng (d) tại hai điểm A, B sao cho AB = 4, (d): $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z+1}{3}$.

Bài toán 2.35:

Viết phương trình mặt cầu tâm I(3; 3; 3) và cắt mặt phẳng (P) theo một giao tuyến là đương tròn có bán kính bằng 1 với (P): $2x + 3y + z - 9 = 0$.

** Lời giải tóm tắt và gợi ý của hệ thống bài toán*:

Bài toán 2.26:

Gọi I là tâm mặt cầu. Do I thuộc đường thẳng d $\Rightarrow$ I(a; a; a). Từ giả thiết suy ra: IA = IB $\Leftrightarrow (a-3)^2 + (a-1)^2 + (a-1)^2 = (a-1)^2 + (a+1)^2 + (a-1)^2$

$\Rightarrow$ a =1 $\Rightarrow$ Phương trình mặt cầu là : $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$

Bài toán 2.27:

Gọi I là tâm mặt cầu. Do I thuộc d nên I(1 +2t; 2+t; t + 3).

Từ giả thiết suy ra: IA = 3 $\Leftrightarrow (2t)^2 + t^2 + (t+3)^3 = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = -1 \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Phương trình mặt cầu ...

Bài toán 2.28:

Gọi I là tâm mặt cầu. Do I thuộc d nên I(2t; 3 + t; - t + 1). Từ giả thiết suy ra

IA = d(I,(P)) $\Leftrightarrow \sqrt{(2t-8)^2 + (t-2)^2 + t^2} = \frac{|2t+9|}{3}$.

Giải phương trình trên ta được nghiệm t, từ đó suy ra phương trình mặt cầu cần tìm.

Bài toán 2.29:

Gọi I là tâm mặt cầu. Do I thuộc d nên I(4t + 12; 3t + 9; t + 1)

Ta có: $d(\mathrm{I,Oxy}) = 1 \Leftrightarrow |t + 1| = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = -2 \end{array}\right.$

Trường hợp 1: t = 0, khi đó I(24; 18; 4). $d(\mathrm{I,(P)}) = \dfrac{78}{\sqrt{35}} \Rightarrow R = \sqrt{\dfrac{6224}{35}}$

$\Rightarrow$ Phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x - 12)^2 + (y - 9)^2 + (z - 1)^2 = \dfrac{6224}{35}$.

Trường hợp 2: t = -2 , khi đó I(4; 3; -1)

$$d(\mathrm{I,(P)}) = \frac{29}{\sqrt{35}} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{981}{35}}$$

$\Rightarrow$ Phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = \dfrac{981}{35}$.

<u>Bài toán 2.30:</u>

Gọi I là tâm mặt cầu, R là bán kính mặt cầu. Do I thuộc đường thẳng d nên ta có I(3t + 1; t – 2; t). Mặt cầu tiếp xúc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) nên $R = d(\mathrm{I,(P)}) = d(\mathrm{I,(Q)})$.

Ta có: $d(\mathrm{I,(P)}) = d(\mathrm{I,(Q)}) \Leftrightarrow \dfrac{|2t + 3|}{\sqrt{3}} = \dfrac{|4t + 3|}{\sqrt{12}}$

$\Leftrightarrow |4t + 6| = |4t + 3| \Leftrightarrow t = -\dfrac{9}{8}$ Suy ra: $I(\dfrac{-19}{8};\dfrac{-25}{8};\dfrac{-9}{8})$, $R = \dfrac{7}{8\sqrt{3}}$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x + \dfrac{19}{8})^2 + (y + \dfrac{25}{8})^2 + (z + \dfrac{9}{8})^2 = \dfrac{49}{252}$.

2.2.4. Xây dựng hệ thống các bài toán hình học không gian giải bằng phương pháp tọa độ

Để giải một bài toán hình học không gian, có thể dùng phương pháp toạ độ, kết hợp với phương trình đường thẳng, mặt phẳng, mặt cầu trong không gian. Trong đề thi tuyển sinh đại học môn toán hiện nay, bài toán hình học không gian là một phần quan trọng trong đề thi. Đa số thí sinh thấy khó khăn và bế tắc ở loại toán này, điều này do nhiều nguyên nhân... Tuy nhiên với suy nghĩ linh hoạt sáng tạo thì các bài toán này đều có thể giải quyết được bằng phương pháp tọa độ trong không gian. Sau đây là một số bài toán điển hình :

<u>Bài toán 2.36:</u>

(A-2007) Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, BC, CD. Chứng minh AM vuông góc với BP và tính thể tích của khối tứ diện CMNP.

<u>Bài toán 2.37:</u>

Cho hình chóp tam giác S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với AB = a, AD = $a\sqrt{2}$, SA = a và SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và SC, I là giao điểm của BM và AC. Chứng minh rằng mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SMB). Tính thể tích khối tứ diện ANIB.

<u>Bài toán 2.38:</u>

Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy ABCD là hình thang, $\widehat{ABC} = \widehat{BAD} = 90^0$, BA = BC = a, AD = 2a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và SA = $a\sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB. Chứng minh tam giác SCD vuông và tình theo a khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD).

<u>Bài toán 2.39:</u>

Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, mặt bên SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, BC, CD. Chứng minh AM vuông góc với BP và tính thể tích của khối tứ diện CMNP.

<u>Bài toán 2.40:</u>

Cho lăng trụ đứng ABC.A’B’C’ có đáy ABC là tam giác vuông, AB = AC = a, canh bên AA’ = $a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của canh BC. Tính theo a thể tích khối lăng trụ ABC.A’B’C’ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AM , B’C.

<u>Bài toán 2.41:</u>

Cho lăng trụ đứng ABCA’B’C’ có độ dài cạnh bên bằng 2a, đáy ABC là tam giác vuông tại A, AB = a, AC = $a\sqrt{3}$ và hình chiếu vuông góc của đỉnh A’ trên (ABC) là trung điểm của cạnh BC, Tính theo a thể tích của khối chóp A’.ABC và tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AA’, B’C’.

<u>Bài toán 2.42:</u>

(B-2008). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh 2a, SA = a, SB = $a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Tính theo a thể tích của khối chóp S.BMDN và tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SM, DN.

<u>Bài toán 2.43:</u>

Cho hình lập phương ABCD.A’B’C’D’ cạnh a. Lấy hai điểm M và N theo thứ tự trên AC và A’B sao cho AM = A’N = t ($0 \le t \le a\sqrt{2}$). Tìm GTNN của MN khi M, N lần lượt chuyển động trên AC, A’B.

<u>Bài toán 2.44:</u>

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O, SA vuông góc với đáy của hình chóp. Cho AB = a, SA = $a\sqrt{2}$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng SB và SD.

Chứng minh SC $\perp$ (AHK) và tính thể tích khối chóp OAHK.

<u>Bài toán 2.45:</u>

Cho lăng trụ đứng ABC.A’B’C’, đáy ABC là tam giác vuông tại A, AB = AC = a, AA’ = $a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA’ và BC’.

Chứng minh MN là đường vuông góc chung của hai đường thẳng AA’ và BC’. Tính thể tích khối chóp MA’BC’.

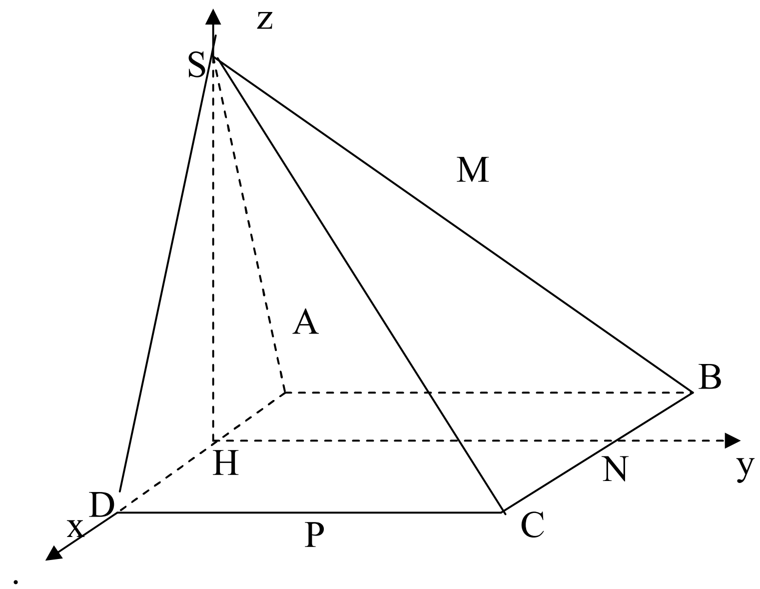
Bài toán 2.46:

Cho lăng trụ đứng ABC.A’B’C’ có tất cả các cạnh đều bằng a. M là trung điểm của đoạn AA’. Chứng minh BM vuông góc với B’C và tính *d*(BM,B’C).

**/Lời giải tóm tắt và gợi ý của một số bài toán*

Bài toán 2.36:

Gắn vào hình vẽ hệ trục tọa độ vuông góc Oxyz, trong đó O trùng với H là trung điểm cạnh AD, HD nằm trên trục Ox, HN nằm trên trục Oy, HS nằm trên trục Oz như hình vẽ :



Khi đó : H(0; 0; 0), $A(-\frac{a}{2}; 0; 0)$, $B(-\frac{a}{2}; a; 0)$, $C(\frac{a}{2}; a; 0)$,

$$M\left(-\frac{a}{4};\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{4}\right), \quad N(0; a; 0), \quad P\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right).$$

Chứng minh AM vuông góc với BP:

$$\overrightarrow{AM}=(\frac{a}{4};\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{4}),\overrightarrow{BP}=(a;-\frac{a}{2};0)\Rightarrow\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BP}=\frac{a^2}{4}-\frac{a^2}{4}+0=0$$

$\Rightarrow AM\perp BP$

Tính thể tích khối chóp CMNP: $V_{CMNP}=\frac{1}{6}\left|\overrightarrow{CP}.\left[\overrightarrow{NC},\overrightarrow{NM}\right]\right|$, trong đó

$$\overrightarrow{CP}=(0;-\frac{a}{2};0),\overrightarrow{NC}=(\frac{a}{2};0;0),\overrightarrow{NM}=(-\frac{a}{4};-\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{4})$$

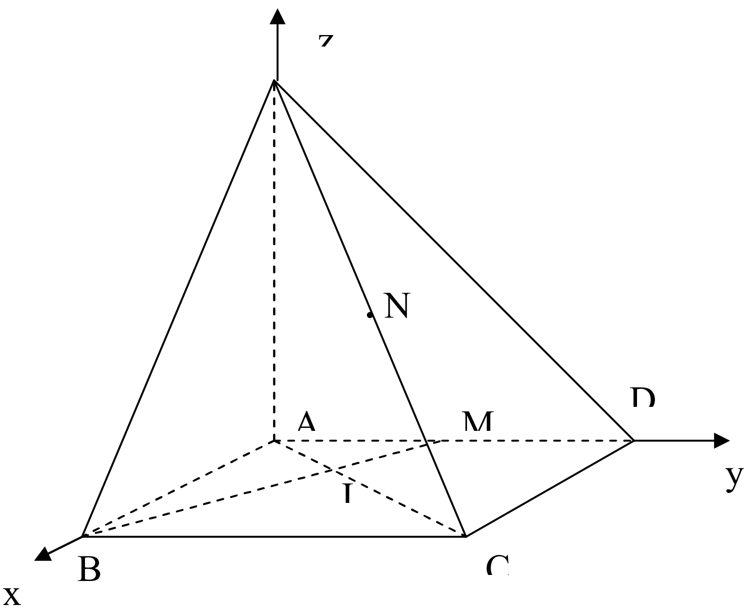
$$\Rightarrow\left[\overrightarrow{NC},\overrightarrow{NM}\right]=...=(0;-\frac{a^2\sqrt{3}}{8};-\frac{a^2}{4})\Rightarrow\overrightarrow{CP}.\left[\overrightarrow{NC},\overrightarrow{NM}\right]=0+\frac{a^3\sqrt{3}}{16}+0=\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$$

$$\Rightarrow V_{CMNP}=\frac{a^3\sqrt{3}}{96}.$$

Nhận xét: Với sự nhuần nhuyễn, mềm dẻo trong tư duy đã thiết lập được cho ta hệ trục tọa độ hợp lý, mọi vấn đề còn lại của bài toán chỉ còn là kĩ thuật tính toán.

<u>Bài toán 2.37:</u>

Ta thiết lập hệ trục tọa độ như hình vẽ sau:



Ta có : A(0; 0; 0), B(a; 0; 0), C(a; $a\sqrt{2}$; 0), D(0; $a\sqrt{2}$; 0), S(0; 0; a),

$M(0;\ \frac{a\sqrt{2}}{2};\ 0)$, $N(\frac{a}{2};\ \frac{a\sqrt{2}}{2};\ \frac{a}{2})$.

Để chứng minh $(SAC)\perp(SMB)$ ta chứng minh hai véc tơ pháp tuyến của chúng vuông góc; Để tính thể tích của khối tứ diện ANIB ta sử dụng công thức: $V_{AINB}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{AN}\right]\overrightarrow{AB}\right|$ hoặc $V_{AINB}=\frac{1}{3}d(B,(ANI)).S_{\Delta ANI}$

<u>Bài toán 2.38:</u>

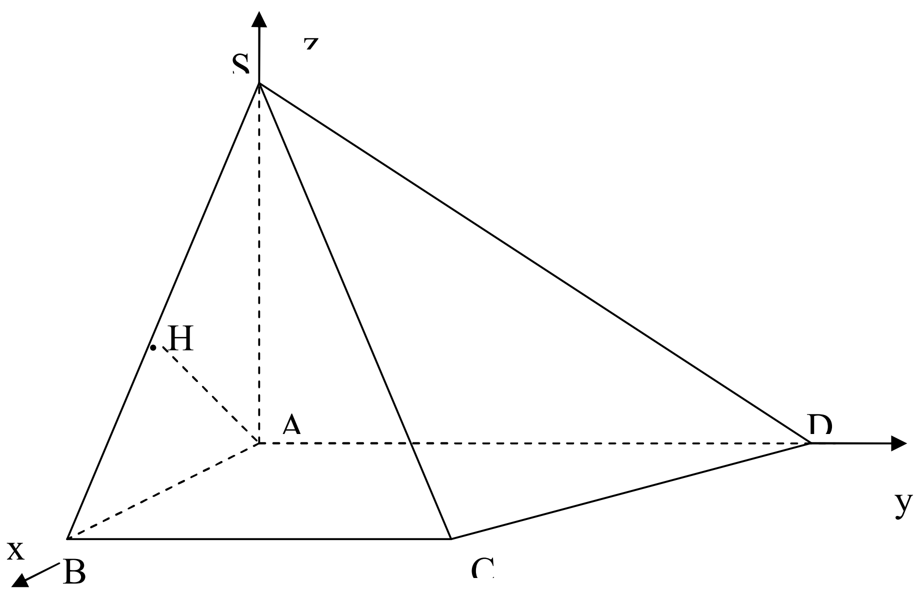
Thiết lập hệ trục tọa độ như hình vẽ dưới ta có: A(0; 0; 0), B(a; 0; 0), C(a; a; 0), D(0; 2a; 0), S(0; 0; $a\sqrt{2}$).

$\overrightarrow{SC}=(a;a;-a\sqrt{2}),\overrightarrow{CD}=(-a\ ;\ a\ ;0)\Rightarrow\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{CD}=-a^2+a^2=0\Rightarrow$ Tam giác SCD vuông ở C.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB khi đó $\Rightarrow H(\frac{2a}{3};0;\frac{a\sqrt{2}}{3})$.

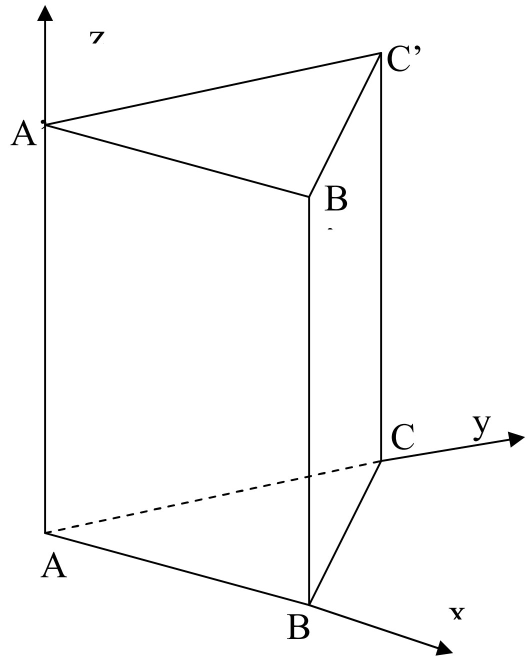
Phương trình (SCD): $x + y + \sqrt{2}z - 2a = 0$

$$\Rightarrow d(H,(SCD)) = \frac{\left|\frac{2a}{3}+\frac{2a}{3}-2a\right|}{2}=\frac{a}{3}$$



Bài toán 2.40:

Ta thiết lập hệ trục tọa độ như hình vẽ:



Ta có: A(0; 0; 0), B(a; 0; 0), C(0; a; 0), A'(0; 0; $a\sqrt{2}$), B'(a; 0; $a\sqrt{2}$), C'(0; a; $a\sqrt{2}$), $M(\frac{a}{2};\frac{a}{2};0)$. Khi đó tính theo a thể tích khối lăng trụ ABC.A'B'C' và khoảng cách giữa hai đường thẳng AM, B'C chỉ còn là kĩ năng tính toán.

Bài toán 2.41:

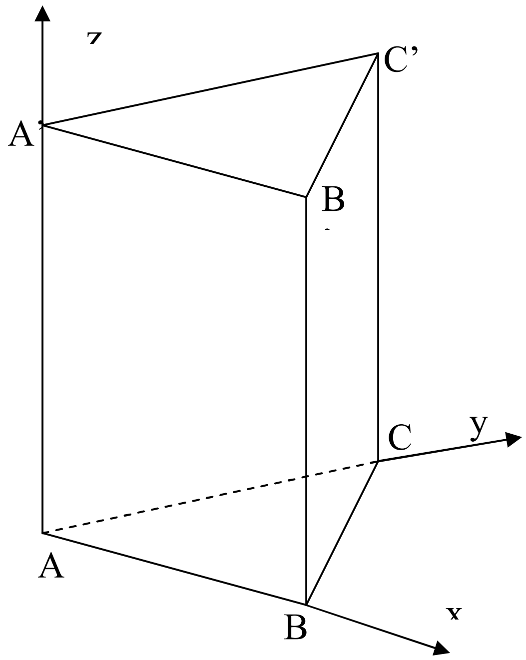
Ta thiết lập hệ trục tọa độ như hình vẽ:

A(0; 0; 0), B(a; 0; 0), C(0; a; 0), A'(0; 0; $a\sqrt{2}$), B'(a; 0; $a\sqrt{2}$),C'(0;a;$a\sqrt{2}$),

$M(0;0;\frac{a\sqrt{2}}{2})\,N(\frac{a}{2};\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{2}}{2})$.

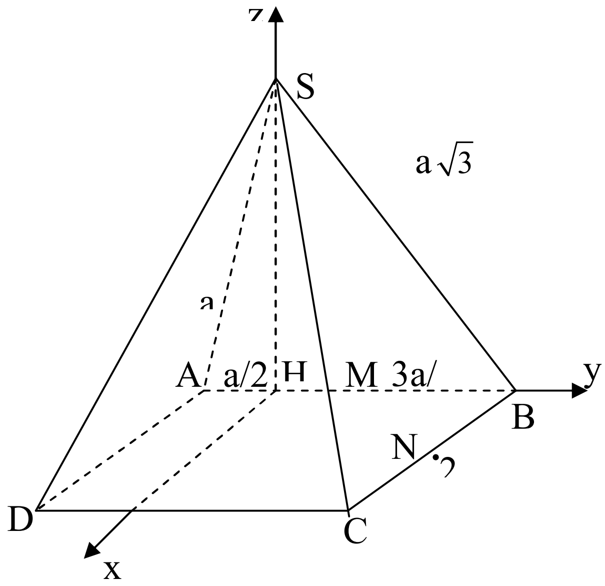
$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (\frac{a}{2};\frac{a}{2};0), \overrightarrow{AA'} = (0;0;a\sqrt{2}), \overrightarrow{BC'} = (\text{-a; a; } a\sqrt{2})$

Ta có : $\Rightarrow \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{AA'} = 0,\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{BC'} = 0 \Rightarrow$ MN là đường vuông góc chung của hai đường thẳng AA' và BC'. Tính thể tích của khối tứ diện MA'BC' , ta sử dụng công thức: $V_{MA'BC'} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{A'M}, \overrightarrow{A'C'}\right]\overrightarrow{A'B}\right| = ... = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$



<u>Bài toán 2.42:</u>

(SAB) vuông góc với mặt đáy $\Rightarrow$ Trục Oz thỏa mãn chứa đường thẳng qua S và vuông góc với AB (do tính chất giao tuyến của hai mặt phẳng vuông góc). Ta thiết lập hệ trục tọa độ như hình vẽ:



Gọi H là hình chiếu của S trên AB khi đó vì Δ SAB vuông ở S nên suy ra có :

$SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = \dfrac{a}{2}, HB = \dfrac{3a}{2} \Rightarrow$ Đặt H trùng với gốc tọa độ

$\Rightarrow H(0;0;0),\ S(0;0;\dfrac{a\sqrt{3}}{2}),\ A(0;-\dfrac{a}{2};0),\ B(0;\dfrac{3a}{2};0),\ M(0;\dfrac{a}{2};0),$

$N(a;\dfrac{3a}{2};0),\ C(2a;\dfrac{3a}{2};0),\ D(2a;-\dfrac{a}{2};0).$

Ta có : $\overrightarrow{MD} = (2a;-a;0),\ \overrightarrow{ND} = (a;-2a;0) \Rightarrow S_{\Delta DMN} = \dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{MD},\overrightarrow{ND}\right]\right| = \dfrac{3a^2}{2}$

$S_{BMN} = \dfrac{1}{2}a^2 \Rightarrow S_{BMND} = 2.a^2. \Rightarrow V_{SBMND} = 2a^2.$

* Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SM, DN:

Ta có $\overrightarrow{ND} = (a;-2a;0)$,

$$\overrightarrow{SM} = (0;\frac{a}{2};-\frac{a\sqrt{3}}{2}) \Rightarrow \overrightarrow{SM}.\overrightarrow{ND} = -a^2, \left|\overrightarrow{SM}\right| = a, \left|\overrightarrow{ND}\right| = a\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \cos(\overrightarrow{SM},\overrightarrow{ND}) = \frac{\left|-a^2\right|}{a.a\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

- Sự linh hoạt sáng tạo được thể hiện trong viêc xác định hệ trục tọa độ thích hợp, từ đó tạo ra một cách giải rõ ràng và chắc chắn.

<u>Bài toán 2.43:</u>

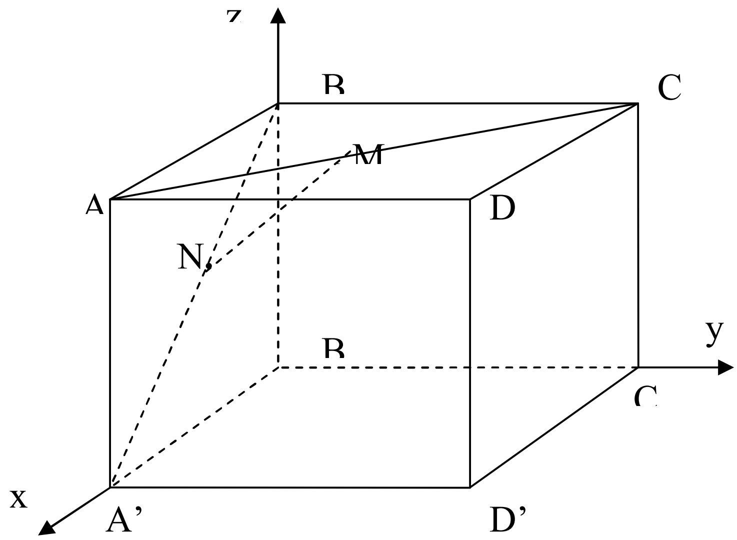
Lập hệ trục tọa độ Descartes vuông góc Oxyz sao cho O trùng B',trục Ox chứa A', trục Oy chứa C' trục Oz chứa B (hình bên). Khi đó:

A(a; 0; a), C(0; a; a), A'(a; 0; 0), B(0; 0; a), $M\left(a-\frac{t}{\sqrt{2}};\frac{t}{\sqrt{2}};a\right)$ $N\left(a-\frac{t}{\sqrt{2}};0;\frac{t}{\sqrt{2}}\right)$

$$\overrightarrow{AC}=(-a;a;0)\ \overrightarrow{A'B}=(-a;0;a),\ \overrightarrow{MN}=\left(0;-\frac{t}{\sqrt{2}};\frac{t}{\sqrt{2}}-a\right),$$

$$MN^2=\left(\frac{t}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{t}{\sqrt{2}}-a\right)^2 = t^2-\sqrt{2}\,at+a^2 = f(t),\ (0\le t\le a\sqrt{2}).$$

Ta có $f'(t) = 2t - \sqrt{2}\,a = 0 \Leftrightarrow t = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow$ M, N lần lượt là trung điểm của AC, A'B. Khi đó MN nhỏ nhất bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Chú ý : Quan trọng nhất của việc áp dụng phương pháp tọa độ vào giải quyết bài toán hình học không gian là xây dựng được hệ trục tọa độ hợp lý và xác định được tọa độ các điểm đặc biệt có liên quan.

Nhận xét:

Một bài toán có thể phải sử dựng, kết hợp nhiều phương pháp mới đi đến lời giải, tuỳ vào từng tình huống bài toán cụ thể mà mỗi phương pháp trên có ưu điểm riêng. Trước bất kỳ bài toán nào, công việc đầu tiên của người giải toán là từ giả thiết và những yêu cầu của bài toán phải xác định được:

- Thể loại bài toán

- Định ra được phương hướng giải

- Tìm được phương pháp và công cụ thích hợp để giải

Để làm được những việc đó người ta thường tiến hành một số các biện pháp tìm lời giải sau đây:

- Khai thác triệt để giả thiết bài toán: Nghiên cứu đặc điểm về dạng của bài toán, nghiên cứu các điều kiện đặt ra cho các đại lượng và tính chất của các biểu thức có mặt trong bài toán.

- Phân tích, biến đổi đồng thời giả thiết và kết luận của bài toán, làm cho chúng gần nhau hơn, nổi bật mối quan hệ giữa các yếu tố đó.

- Chuyển hoá nội dung bài toán, chẳng hạn từ bất đẳng thức về giá trị lớn nhất, nhỏ nhất, từ bài toán hình học đưa về giải tích... để thực hiện dễ dàng hơn yêu cầu của bài toán.

- Chuyển hoá hình thức bài toán như biến đổi giả thiết, kết luận về dạng tương đương, đưa về dạng lượng giác, đại số hay hình học nhằm thực hiện lời giải được tốt hơn.

- Lựa chọn các công cụ giải toán, sử dụng trong lời giải tối ưu nhất.

2.3. Gợi ý sử dụng hệ thống bài toán nhằm rèn luyện tư duy sáng tạo cho học sinh.

2.3.1. Thời điểm sử dụng.

Các bài toán về vectơ và toạ độ trong hình học không gian, theo chương trình nằm toàn bộ ở cuối chương trình lớp 12. Đó cũng là một thuận lợi khi dạy nội dung này.

Học sinh đã được học kiến thức về hình học không gian ở lớp 11 và đầu lớp 12. Tuy nhiên hình học không gian là một phần kiến thức khó khăn đối với nhiều học sinh, nên giáo viên cần chú trọng ôn tập kiến thức hình học không gian cho học sinh cẩn thận và chu đáo ngay từ đầu. Điều này là nền tảng giúp các em vận dụng được kiến thức cũ để nắm vững được các kiến thức mới. Một bài toán có thể phải sử dụng, kết hợp nhiều phương pháp mới đi đến lời giải, tuỳ vào từng tình huống bài toán cụ thể mà mỗi phương pháp trên có ưu điểm riêng. Trước bất kỳ bài toán nào, công việc đầu tiên của người giải toán là từ giả thiết và những yêu cầu của bài toán phải xác định được:

- Thể loại bài toán
- Định ra được phương hướng giải
- Tìm được phương pháp và công cụ thích hợp để giải

Để làm được những việc đó người ta thường tiến hành một số các biện pháp tìm lời giải sau đây:

- Khai thác triệt để giả thiết bài toán: Nghiên cứu đặc điểm về dạng của bài toán, nghiên cứu các điều kiện đặt ra cho các đại lượng và tính chất của các biểu thức có mặt trong bài toán.

- Phân tích, biến đổi đồng thời giả thiết và kết luận của bài toán, làm cho chúng gần nhau hơn, nổi bật mối quan hệ giữa các yếu tố đó.

- Chuyển hoá nội dung bài toán, chẳng hạn từ bất đẳng thức về giá trị lớn nhất, nhỏ nhất, từ bài toán hình học đưa về giải tích... để thực hiện dễ dàng hơn yêu cầu của bài toán.

- Chuyển hoá hình thức bài toán như biến đổi giả thiết, kết luận về dạng tương đương, đưa về dạng lượng giác, đại số hay hình học nhằm thực hiện lời giải được tốt hơn.

- Lựa chọn các công cụ giải toán, sử dụng trong lời giải tối ưu nhất.

2.3.2. Gợi ý cách sử dụng.

Để sử dụng kết quả của đề tài này, tôi đề xuất những cách sử dụng sau đây:

+ Cách 1. Sử dụng hệ thống bài toán trong các tiết luyện tập, ôn tập trong chương trình. Chú ý trong mỗi dạng, mỗi bài toán, cố gắng tìm nhiều lời giải để không những học sinh trung bình nắm vững phương pháp mà học sinh khá giỏi có thể phát huy được khả năng tìm tòi, sáng tạo của mình dưới những phương diện khác nhau, tạo hứng thú học tập cho học sinh.

+ Cách 2. Dạy chuyên đề trong các giờ dạy ngoại khóa, tự chọn. Những vấn đề, dạng toán mà SGK chưa đề cập hoặc chưa đầy đủ do nhiều lý do khác nhau, sẽ đưa vào dạng chuyên đề. Tuy nhiên cũng cần chú ý đảm bảo tính vừa sức, không quá tải phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh.

+ Cách 3. Tổ chức hoạt động ngoại khóa cho học sinh. Các hoạt động ngoại khóa
có thể dưới các hình thức :

- Báo tường
- Semina
- Tổ chức các cuộc thi về toán.
- Làm tập san, trong nhà trường có thể thành lập một tiểu ban bộ môn toán do các thầy cô và học sinh giỏi yêu thích môn toán cho tờ báo chuyên san về toán của trường về một số vấn đề như: Bài toán chuyên đề, kinh nghiệm học toán, phương pháp mới cho một dạng toán, cách chứng minh mới cho một định lý trong sách giáo khoa, phát hiện các vấn đề mới từ lý thuyết đã học, tìm các bài toán mới từ các bài toán đã biết, tìm nhiều lời giải cho một bài

toán, phát hiện sai lầm trong giải toán, giới thiệu chùm bài toán theo một chuyên đề nào đó, giới thiệu các bài toán hay, khó...

2.4. Tiểu kết chương 2

Chương này trình bày kết quả xây dựng những hệ thống bài toán gồm 18 ví dụ và 46 bài toán về phương pháp tọa độ trong không gian nhằm rèn luyện 3 thành phần cơ bản của tư duy sáng tạo cho HS đó là :

+ Hệ thống bài toán về phương trình mặt phẳng trong không gian

+ Hệ thống bài toán về phương trình đường thẳng trong không gian

+ Hệ thống bài toán về phương trình mặt cầu trong không gian

+ Hệ thống bài toán về hình học không gian giải bằng phương pháp tọa độ

Mặc dù chưa thể hiện được đầy đủ các yếu tố, nhưng cũng đã phần nào thể hiện được mục tiêu đã đề ra của luận văn.

Chương 3

THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

3.1. Mục đích thực nghiệm

Thực nghiệm để kiểm chứng giả thuyết khoa học đã đề ra cho đề tài, cấp độ khả thi và hiệu quả của các thành phần phát triển tư duy sáng tạo của học sinh qua dạy học nội dung toạ độ trong không gian đã trình bày trong luận văn.

3.2. Nội dung thực nghiệm

Dạy thử nghiệm hệ thống bài toán đã trình bày trong tiết luyện tập tại 2 lớp 12. Sau đó kiểm tra dưới dạng tự luận để đánh giá kết quả giữa 2 lớp 12A1 và 12A2 vào một số buổi chiều (ngoài giờ học chính khóa).

- Đối với lớp đối chứng: Tiến hành giảng dạy bình thường.

- Đối với lớp thực nghiệm: Tiến hành giảng dạy có áp dụng việc xây dựng và sử dụng hệ thống bài toán nhằm rèn luyện các thành phần của tư duy sáng tạo.

Được sự đồng ý của Ban Giám hiệu Trường THPT Bắc Yên, chúng tôi đã tìm hiểu kết quả học tập các lớp khối 12 của trường và nhận thấy trình độ chung về môn Toán của hai lớp 12A1 và 12A2 là tương đương.

Trên cơ sở đó, tôi đề xuất được thực nghiệm tại lớp 12A1 và lấy lớp 12A2 làm lớp đối chứng.

3.3. Tổ chức thực nghiệm

3.3.1. Đối tượng thực nghiệm

Thực nghiệm sư phạm được tiến hành tại trường THPT Bắc Yên, huyện Bắc Yên, tỉnh Sơn La.

+ Lớp thực nghiệm: 12A1 có 40 học sinh.

+ Lớp đối chứng: 12A2 có 40 học sinh.

Thời gian thực nghiệm được tiến hành vào khoảng từ tháng 02 năm 2015 đến tháng 4 năm 2016.

Giáo viên dạy lớp thực nghiệm: Thầy giáo Lê Văn Sơn.

Giáo viên dạy lớp đối chứng: Thầy giáo Phạm Đức Mạnh.

3.3.2. Phương pháp thực nghiệm

3.3.2.1. Phương pháp điều tra

- Điều tra về khả năng áp dụng việc xây dựng và sử dụng hệ thống bài toán nhằm rèn luyện các thành phần của tư duy sáng tạo vào chương III môn hình học lớp 12 (ban cơ bản).

- Điều tra GV và HS về số giờ giảng có áp dụng việc xây dựng và sử dụng hệ thống bài toán nhằm rèn luyện các thành phần của tư duy sáng tạo cho HS thông qua dạy chương III môn hình học lớp 12.

3.3.2.2. Phương pháp quan sát giờ học thực nghiệm

Tất cả các giờ học ở lớp thực nghiệm và lớp đối chứng đều được quan sát và ghi chép về các hoạt động của GV và HS gồm những nội dung như sau:

- Mức độ hứng thú, tích cực học bài và hiểu bài, vận dụng làm bài tập thông qua kết quả kiểm tra bài cũ.

- Sự hứng thú, tích cực của HS trong giờ học, sự tập trung và nghiêm túc, số lượng và chất lượng của các câu trả lời, các kết quả giải làm tập của HS trong giờ học.

- Mức độ đạt được của các mục tiêu bài dạy thông qua các câu hỏi của GV trong phần củng cố, vận dụng.

- Khả năng lĩnh hội kiến thức của HS (qua kết quả của các bài kiểm tra).

Sau mỗi bài dạy học có trao đổi với GV và HS, lắng nghe các ý kiến góp ý để rút kinh nghiệm cho bài dạy học sau cũng như cho đề tài nghiên cứu.

3.4. Kết quả thực nghiệm

Trong khi thực nghiệm sư phạm, tôi có bài kiểm tra với thời lượng 60 phút đối với cả lớp đối chứng và lớp thực nghiệm.

Chúng tôi chấm bài và tổng hợp điểm kiểm tra sau khi thực nghiệm sư phạm, thu được số liệu, cụ thể như sau:

(Đề kiểm tra thực nghiệm và hướng dẫn chấm xem ở bảng phụ lục 3)

Điểm / Lớp	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Tổng số bài
Lớp thực nghiệm	0	1	1	2	4	8	10	5	6	3	0	40
Lớpđối chứng	0	2	3	1	8	9	6	7	3	1	0	40

Bảng 3.1 Kết quả kiểm tra định lượng của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng

Loại	Yếu kém (0-4 điểm)	Trung bình (5-6 điểm)	Khá (7-8 điểm)	Giỏi (9-10 điểm)
Lớp thực nghiệm	20%;	45%;	27,5%	7,5%
Lớp đối chứng	35%;	37.5%;	25%;	2,5%

Bảng 3.2 Bảng phân loại theo tỉ lệ kết quả thực nghiệm

3.5. Phương pháp đánh giá kết qủa thực nghiệm

3.5.1. Đánh giá định tính kết quả thực nghiệm

Phát phiếu điều tra cho HS và GV về giờ dạy thực nghiệm trên lớp và về việc tự học, nắm bắt, vận dụng kiến thức của HS khi áp dụng việc xây dựng và sử dụng hệ thống bài toán nhằm rèn luyện các thành phần của tư duy sáng tạo, qua đó nhận biết sự thay đổi về tính mềm dẻo, tính nhuần nhuyễn, tính độc đáo của HS sau tác động thực nghiệm. Nội dung của các phiếu điều tra này gồm:

- Kết quả điều tra mức độ liên quan đến kiến thức môn và ứng dụng, vận dụng vào thực tiễn trong công tác dạy và học Hình Học 12.

- Kết quả điều tra việc sử dụng hiệu quả trang thiết bị dạy học trong dạy và học Hình Học 12.

- Kết quả điều tra về hiệu quả học tập khi được áp dụng việc xây dựng và sử dụng hệ thống bài toán nhằm rèn luyện các thành phần của tư duy sáng tạo thông qua dạy học Hình Học 12.

Kết quả điều tra ý kiến đánh giá của học sinhvề hiệu quả học tập khi có sử dụng cntt trong dạy học

(Các bảng điều tra xin xem tại phụ luc 1, và phụ lục 2)

3.5.2. Đánh giá định lượng kết quả thực nghiệm

Từ bảng 3.1 và bảng 3.2, chúng ta nhận thấy đều có đặc điểm chung:

- Số lượng học sinh đạt điểm yếu, kém (dưới 5) của lớp thực nghiệm tương ứng đều ít hơn của lớp đối chứng: phần đa giác đồ biểu diễn điểm kiểm tra của lớp thực nghiệm nằm phía dưới đa giá đồ biểu diễn điểm kiểm tra của lớp đối chứng.

- Số lượng học sinh đạt điểm khá, giỏi (từ 7 điểm trở lên) của lớp thực nghiệm tương ứng đều nhiều hơn của lớp đối chứng: phần đa giác đồ biểu diễn điểm kiểm tra của lớp thực nghiệm nằm phía trên của đa giác đồ biểu diễn điểm kiểm ta của lớp đối chứng.

- Tỉ lệ điểm yếu, kém (dưới 5) của lớp thực nghiệm nhỏ hơn so với lớp đối chứng, trong khi tỉ lệ điểm khá, giỏi (từ 7 trở lên) của lớp thực nghiệm lại lớn hơn so với lớp đối chứng;

- Điểm trung bình của lớp thực nghiệm cao hơn của lớp đối chứng.

Qua đó khẳng định điểm của nhóm lớp thực nghiệm có xu hướng lệch về điểm khá, giỏi.

3.6. Tiểu kết chương 3

Theo kết quả thống kê và phân tích số liệu điều tra thu được cho thấy chất lượng học tập cuả HS được nâng cao, điểm trung bình của nhóm thực nghiệm cao hơn điểm trung bình của nhóm đối chứng. Các kết quả thu được trong quá trình thực nghiệm sư phạm đã giúp chúng tôi có đủ cơ sở chắc chắn để khẳng định về tính hiệu quả của đề tài, khẳng định tính đúng đắn của giả thuyết khoa học.

Qua đây cho thấy việc xây dựng và sử dụng hệ thống bài toán về “Phương pháp toạ độ trong không gian” nhằm rèn luyện các thành phần tư duy sáng tạo cho học sinh THPT đạt được mục đích nghiên cứu và giả thuyết khoa học.

KẾT LUẬN

Luận văn có những kết quả chính sau đây:

1. Luận văn đã trình bày những khái niệm cơ bản về tư duy sáng tạo, những thành phần, vai trò của tư duy sáng tạo, PPDH bài tập toán học,làm cơ sở lí luận cho đề tài.

2. Xây dựng và gợi ý sử dụng những hệ thống bài toán PPTĐ trong không gian nhằm rèn luyện 3 thành phần cơ bản của TDST học sinh lớp 12 THPT đó là:

+ Hệ thống bài toán về phương trình mặt phẳng trong không gian

+ Hệ thống bài toán về phương trình đường thẳng trong không gian

+ Hệ thống bài toán về phương trình mặt cầu trong không gian

+ Hệ thống bài toán về hình học không gian giải bằng phương pháp tọa độ

3. Kết quả thực nghiệm sư phạm đã chứng tỏ đề tài có tính khả thi và hiệu quả.

4. Luận văn trước hết rất có ý nghĩa đối với tác giả, vì nó là một nội dung quan trọng trong chương trình dạy. Mong rằng luận văn cũng đóng góp một phần nhỏ bé trong công cuộc đổi mới phương pháp dạy học hiện nay nhằm nâng cao chất lượng giáo dục, đồng thời có thể là một tài liệu tham khảo cho các đồng nghiệp.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Hoàng Chúng (1969) *Rèn luyện khả năng sáng tạo toán học ở phổ thông*. NXB Giáo dục, Hà Nội.
2. Trần Văn Hạo, Nguyễn Mộng Hy, Khu Quốc Anh, Trần Đức Huyên (2008), Hình Học 12 Ban cơ bản, NXB Giáo dục, Hà Nội.
3. Nguyễn Văn Hiến (2006), Phát triển tư duy sáng tạo của học sinh giỏi ở trường THCS qua chủ đề bất đẳng thức hình học phẳng, Luận văn thạc sỹ khoa học giáo dục, Trường Đại học sư phạm Thái Nguyên.
4. Nguyễn Thái Hòe, Rèn luyện tư duy qua việc giải bài toán , NXB Giáo dục, Hà Nội (2001).
5. G.POLYA (1975), Giải một bài toán như thế nào, NXB Giáo dục ,Hà Nội.
6. G.POLYA (1976), Sáng tạo toán học, NXB Giáo dục, Hà Nội.
7. G.POLYA (1976), Toán học và những suy luận có lý, NXB Giáo dục, Hà Nội.
8. Nguyễn Bá Kim (2004), Phương pháp dạy học môn toán, NXB Đại học sư phạm, Hà Nội.
9. Nguyễn Bá Kim, Tôn Thân,Vương Dương Minh(1998), Khuyến khích một số hoạt động trí tuệ của học sinh qua môn toán ở trường THCS, NXB Giáo dục, Hà Nội.
10. Trần Luận (1995), Phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua hệ thống bài toán, Tạp chí nghiên cứu giáo dục số 8.
11. Bùi Văn Nghị(2008), Phương pháp dạy học những nội dung cụ thể môn toán. NXB ĐHSP
12. Bùi Văn Nghị(2009), Vận dụng lý luận dạy học trong dạy học môn toán ở trường phổ thông. Chuyên đề cao học khoa Toán – Tin, Đại học sư phạm Hà Nội, năm 2006 .

13. Đoàn Quỳnh, Văn Như Cương, Phạm Khắc Ban, Lê Huy Hùng, Tạ Mân(2008), Hình Học Nâng Cao 12, NXB Giáo dục, Hà Nội
14. Nguyễn Triệu Sơn – Nguyễn Thanh Tùng (2016) Rèn luyện phương pháp giải một số dạng thường gặp của bài toán dãy số, NXBGDVN.
15. Nguyễn Triệu Sơn – Nguyễn Đình Yên (2016) Giáo trình lý thuyết tập hợp và logic toán, NXBĐHQG Hà Nội.
16. Nguyễn Triệu Sơn (2016) Giáo trình chuyên đề phương pháp dạy học toán, NXBĐHSP
17. Nguyễn Cảnh Toàn (1997), Phương pháp luận duy vật biện chứng với việc học, dạy, nghiên cứu toán học.
18. Nguyễn Cảnh Toàn, Nguyễn Văn Lê, Nhà giáo Châu An (2005), Khơi dậy tiềm năng sáng tạo, Nxb Giáo dục.
19. Nguyễn Cảnh Toàn (1997), Tập cho học sinh giỏi toán làm quen dần với nghiên cứu toán học, Nxb Giáo dục.
20. Nguyễn Cảnh Toàn(1997), Quá trình dạy -tự học, Nxb Giáo dục, Hà Nội.
21. Trần Thúc Trình (2003), Rèn luyện tư duy trong dạy học toán, Viện khoa học giáo dục.

PHỤ LỤC

Phụ lục 1

Bảng 1.1. Kết quả điều tra mức độ liên quan đến kiến thức bộ môn và ứng dụng, vận dụng vào thực tiễn trong công tác dạy và học Hình Học12.

STT	Đối tượng điều tra	Ý kiến trả lời		
		Ứng dụng nhiều	Ứng dụng ít	Không ứng dụng
1.	Giáo viên			
2.	Học sinh			

Bảng 1.2. Kết quả điều tra việc sử dụng hiệu quả trang thiết bị dạy học trong dạy và học Hình Học 12.

STT	Đối tượng điều tra	Ý kiến trả lời		
		Sử dụng hiệu quả cao	Sử dụng có hiệu quả thấp	Không hiệu quả
1.	Giáo viên			
2.	Học sinh			

Bảng 1.3. Kết quả điều tra về Hiệu quả học tập khi xây dựng và sử dụngđược hệ thống bài toán về "Phương pháp toạ độ trong không gian" nhằm rèn luyện các thành phần tư duy sáng tạo cho học sinh THPT

STT	Nội dung điều tra	Ý kiến trả lời	
		Đồng ý	Không đồng ý
1.	Giúp HS hiểu bài nhanh hơn		
2.	Giúp HS hứng thú với môn học hơn		

3.	Rút ngắn thời gian học tập của HS		
4.	HS có thể tự học tốt hơn		

Phụ lục 2

PHIẾU ĐIỀU TRA Ý KIẾN ĐÁNH GIÁ CỦA HỌC SINHVỀ HIỆU QUẢ HỌC TẬP KHI CÓ SỬ DỤNG CNTT TRONG DẠY HỌC

Xin em vui lòng cho biết về hiệu quả học tập khi *xây dựng và sử dụng được hệ thống bài toán về "Phương pháp toạ độ trong không gian" nhằm rèn luyện các thành phần tư duy sáng tạo cho học sinh THPT*

STT	Nội dung điều tra	Ý kiến trả lời	
		Đồng ý	*Không đồng ý*
1.	Giúp HS hiểu bài nhanh hơn		
2.	Giúp HS hứng thú với môn học hơn		
3.	Rút ngắn thời gian học tập của HS		
4.	HS có thể tự học tốt hơn		

Ghi chú: Nếu lựa chọn ở mục nào thì đánh dấu(x) vào mục ấy.

Xin chân thành cảm ơn em!

PHỤ LỤC 3

ĐỀ KIỂM TRA THỰC NGHIỆM

(Thời gian làm bài 45 phút)

Câu 1: **(3.5 điểm)** Cho 4 điểm $A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1), D(-2;1,-1)$

a. Viết phương trình mặt phẳng (BCD)

b. Chứng minh A, B, C, D là bốn đỉnh của một tứ diện

c. Viết pt mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (BCD)

Câu 2: **(3.5 điểm)** Cho 2 đường thẳng $d:\begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+3t \\ z=2+t \end{cases}$ $\quad d^{'}:\begin{cases} x=2+t^{'} \\ y=-2+5t^{'} \\ z=-2t^{'} \end{cases}$

a.Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa $d^{'}$ và song song với d

b.Tính khoảng cách giữa d và (α)

Câu 3: (3 điểm) Cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=-3+2t \end{cases}$

a. Tìm giao điểm I của d và mặt phẳng (xoz)

b.Tìm điểm M trên d sao cho IM = 2

Hướng dẫn chấm

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 1 **(3.5 điểm)**	a. $\overrightarrow{BC}=(0;-1;1)$ $\overrightarrow{BD}=(-2;0;-1)$ $(BCD)\begin{cases}\text{qua } B(0;1;0)\\ \text{vtpt } \vec{n}=\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=(1;-2;-2)\end{cases}$ $(BCD): x-2y-2z+2=0$	0.5 0.5 0.5
	b. $x_A-2y_A-2z_A+2=3\neq 0$ $\Rightarrow A\notin(BCD)$ A, B, C, D là bốn đỉnh của một tứ diện	0.5 0.5
	c. $d\left(A,(BCD)\right)=1$ $(S):(x-2)^2+y^2+z^2=1$	0.5 0.5
Câu 2 **(3.5 điểm)**	a. $M(2;-2;0)\in d'$ $(\alpha)\begin{cases}\text{qua } M(2;-2;0)\\ \text{vtpt } \vec{n}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_{d'}}\right]=(-11;5;7)\end{cases}$ $(\alpha): -11x+5y+7z+32=0$	0.5 0.5 0.5 0.5
	b. $N(-1;1;2)\in d$	0.75

	$d\left(d,d^{'}\right)=d\left(N,\left(\alpha\right)\right)=\dfrac{40}{\sqrt{195}}$	0.75
Câu 3 **(3 điểm)**	a. Toa độ giao điểm I là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=-3+2t \\ y=0 \end{cases}$ $\Rightarrow t=-1$ $\Rightarrow I\left(-1;0;-5\right)$	 0.5 0.5 0.5
	b. $M\left(t;1+t;-3+2t\right)\in d$ $IM=2$ $\Leftrightarrow 6\left(t+1\right)^{2}=4$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\dfrac{-1}{3} \\ t=\dfrac{-5}{3} \end{array}\right.$ $\Rightarrow M_{1}\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{-11}{3}\right)\quad M_{2}\left(-\dfrac{5}{3};\dfrac{-2}{3};\dfrac{-19}{3}\right)$	 0.5 0.5 0.5