BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC TÂY BẮC

ĐINH THÙY DƯƠNG

RÈN LUYỆN TƯ DUY LOGIC VÀ TƯ DUY BIỆN CHỨNG CHO HỌC SINH LỚP 12 THPT THÔNG QUA DẠY ÔN TẬP CHƯƠNG: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

SƠN LA, NĂM 2016

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC TÂY BẮC

ĐINH THÙY DƯƠNG

RÈN LUYỆN TƯ DUY LOGIC VÀ TƯ DUY BIỆN CHỨNG CHO HỌC SINH LỚP 12 THPT THÔNG QUA DẠY ÔN TẬP CHƯƠNG : PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

Chuyên ngành : **LÝ LUẬN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢNG DẠY BỘ MÔN TOÁN**

Mã số: **60.14.01.11**

Người hướng dẫn khoa học: **TS.VŨ QUỐC KHÁNH**

SƠN LA, NĂM 2016

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan những kết quả nghiên cứu trong luận văn là của riêng cá nhân tôi và chưa được công bố trong bất kỳ công trình nào khác. Các số liệu và trích dẫn là hoàn toàn trung thực.

Tác giả

Đinh Thùy Dương

LỜI CẢM ƠN

Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới Giảng viên hướng dẫn khoa học TS. Vũ Quốc Khánh đã tận tình hướng dẫn, giúp đỡ em trong suốt quá trình học tập, nghiên cứu để hoàn thành luận văn này.

Tác giả xin chân thành cảm ơn các Giảng viên chuyên ngành Lý luận và Phương pháp giảng dạy bộ môn Toán, trường Đại học sư phạm, Đại học Tây Bắc đã nhiệt tình giảng dạy và giúp đỡ trong quá trình thực hiện luận văn.

Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn tới Ban chủ nhiệm cùng các Giảng viên Khoa Toán-Lý-Tin, phòng Đào tạo, trường Đại học sư phạm, Đại học Tây Bắc đã tạo mọi điều kiện thuận lợi cho tác giả trong quá trình học tập, thực hiện và hoàn thành luận văn.

Dù đã rất cố gắng nhưng luận văn không thể tránh khỏi những thiếu sót, tác giả mong nhận được sự góp ý chân thành của quý Thầy, Cô giáo và các bạn.

Sơn La, tháng 10 năm 2016

Tác giả

Đinh Thùy Dương

DANH MỤC CÁC CỤM TỪ VIẾT TẮT TRONG LUẬN VĂN:

Viết tắt	***Viết đầy đủ***
ĐC	Đối chứng
GV	Giáo viên
HS	Học sinh
MP	Mặt phẳng
NXB	Nhà xuất bản
PT	Phương trình
SGK	Sách giáo khoa
THPT	Trung học phổ thông
TDBC	Tư duy biện chứng
TDLG	Tư duy logic
TN	Thực nghiệm
TNSP	Thực nghiệm sư phạm
tr	Trang
VTCP	Vecto chỉ phương
VTPT	Vecto pháp tuyến

MỤC LỤC

Trang

MỞ ĐẦU

1. Lí do chọn đề tài

Giáo dục và đào tạo là quốc sách hàng đầu, là sự nghiệp của Đảng, Nhà nước và của toàn dân. Đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo để đáp ứng yêu cầu công nghiệp hóa, hiện đại hóa trong điều kiện kinh tế thị trường định hướng xã hội chủ nghĩa và hội nhập quốc tế là nội dung cốt lõi được đặt ra trong Nghị quyết Hội nghị lần thứ 8 Ban chấp hành Trung ương khóa XI, 2013 đã chỉ rõ về mục tiêu cụ thể: " Đối với giáo dục phổ thông, tập trung phát triển trí tuệ, thể chất, hình thành phẩm chất, năng lực công dân, phát hiện và bồi dưỡng năng khiếu, định hướng nghề nghiệp cho học sinh (HS). Nâng cao chất lượng giáo dục toàn diện, chú trọng giáo dục lý tưởng, truyền thống, đạo đức, lối sống, ngoại ngữ, tin học, năng lực và kỹ năng thực hành, vận dụng kiến thức vào thực tiễn. Phát triển khả năng sáng tạo, tự học, khuyến khích học tập suốt đời".

Một trong những giải pháp nhằm nâng cao chất lượng giáo dục là đổi mới phương pháp dạy học. Định hướng đổi mới phương pháp dạy học đã được khẳng định trong Nghị quyết Trung ương 4 khóa VII, Nghị quyết Trung ương 2 khóa VIII, và được pháp chế hóa trong Luật Giáo dục năm 2005. Nghị quyết trung ương 4 khóa VII đã chỉ rõ nhiệm vụ quan trọng của ngành giáo dục và đào tạo là: " *Phải khuyến khích tự học, phải áp dụng những phương pháp dạy học hiện đại để bồi dưỡng cho sinh viên những năng lực tư duy sáng tạo, năng lực giải quyết vấn đề...*".

Định hướng trên được pháp chế hóa tại điều 5.2, Luật Giáo dục năm 2005: "*Phương pháp giáo dục phải phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động, sáng tạo của người học; bồi dưỡng cho người học năng lực tự học, khả năng thực hành, lòng say mê học tập và ý chí vươn lên*".

Những quy định này phản ánh nhu cầu đổi mới phương pháp giáo dục hiện nay nhằm đào tạo những con người có đủ trình độ và kĩ năng tham gia quá trình công nghiệp hóa, hiện đại hóa đất nước, Xã hội ngày càng phát triển với tốc độ chóng mặt, lượng thông tin bùng nổ. Do đó nó đòi hỏi con người phải có tính năng động và có khả năng thích nghi cao với sự phát triển mạnh mẽ về mọi mặt khoa học kĩ thuật, đời sống...

Toán học có liên quan chặt chẽ với thực tế và có ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực khác nhau của khoa học, công nghệ, sản xuất và đời sống xã hội hiện đại, nó thúc đẩy mạnh mẽ các quá trình tự động hóa sản xuất, trở thành công cụ thiết yếu cho mọi ngành khoa học và được coi là chìa khóa của sự phát triển.

Trong việc hình thành năng lực và bồi dưỡng tư duy sáng tạo cho HS ở trường phổ thông, môn Toán đóng vai trò rất quan trọng vì môn toán bản thân nó là môn khoa học chứa đựng sự chặt chẽ, logic và đầy sáng tạo, ngoài ra có liên quan chặt chẽ và có ứng dụng rộng rãi trong rất nhiều môn khoa học khác nhau, môn toán còn được coi là môn học công cụ để học tập các môn học khác.

Trong [18] Tôn thân (1995), các tác giả Phạm Văn Hoàn, Trần Thúc Trình, Nguyễn Gia Cốc khẳng định rằng phát triển những năng lực toán học ở HS là một nhiệm vụ đặc biệt quan trọng của thầy giáo, cần có những công trình nghiên cứu tỉ mỉ về cấu trúc của năng lực tư duy toán học của HS nước ta. Khi nói về nhiệm vụ môn toán, các giáo trình [18],và [19], đều nhấn mạnh đến nhiệm vụ phát triển năng lực trí tuệ chung, trong đó có nhiêm vụ hình thành những phẩm chất trí tuệ, đặc biệt là phẩm chất tư duy độc lập và sáng tạo để từ đó có nội dung, phương pháp bồi dưỡng năng lực sáng tạo toán học cho HS một cách chủ động.

Trong giáo trình [21] tác giả Nguyễn Cảnh Toàn đã đề ra mục đích của cuốn sách chủ ý là rèn luyện tư duy sáng tạo, nhất là tư duy biện chứng

(TDBC), đặt trọng tâm vào việc rèn luyện khả năng phát hiện vấn đề, rèn luyện TDBC thông qua lao động tìm tòi cái mới. Để đi đến cái mới trong toán học, phải kết hợp được tư duy logic (TDLG) và TDBC, cả tư duy hình tượng và thói quen tìm tòi thực nghiệm. Trong việc phát hiện và định hướng cho cách giải quyết vấn đề thì TDBC đóng vai trò chủ đạo. Khi hướng giải quyết vấn đề đã có thì TDLG giữ vai trò chính.

Khi nghiên cứu về sự vật, hiện tượng, mỗi chúng ta có những phương pháp nghiên cứu khác nhau dựa vào cách nhìn nhận sự vật hiện tượng dưới nhiều góc độ khác nhau. Tuy nhiên, dù nhìn nhận sự, vật hiện tượng ở góc độ nào đi nữa, chúng ta cũng cần phải nắm được bản chất của vấn đề. Đó là chìa khóa để chúng ta có những đánh giá chính xác về đối tượng mà chúng ta đang nghiên cứu. Trong thực tế, mỗi sự vật, hiện tượng đều vận động một cách liên tục, không ngừng. Nếu chúng ta chỉ xét sự vật ở một góc độ riêng lẻ, tức là xem xét đối tượng một cách phiến diện, một chiều, thì dễ đưa đến những nhận định sai lệch. Vì thế, khi nghiên cứu chúng ta cần phải có cái nhìn tổng thể, đa chiều để nắm bắt từng đặc tính của sự vật, hiện tượng. Từ đó, tổng hợp nên các đặc tính mang tính bản chất của chúng để có những cái nhìn đúng đắn về chúng. Chủ nghĩa Mác – Lênin đã khẳng định điều này thông qua phép biện chứng duy vật.

Trong những năm trở lại đây, giáo dục và chất lượng giáo dục đang thu hút mối quan tâm của dư luận toàn xã hội bởi những bất cập cũng như những biến chuyển xung quanh nó. Sự kiện Hội nghị Trung ương lần thứ 8 khóa XI năm 2013 đã chỉ rõ mục tiêu cụ thể: “Đối với giáo dục phổ thông, tập trung phát triển trí tuệ, thể chất, hình thành phẩm chất, năng lực công dân, phát hiện và bồi dưỡng năng khiếu,định hướng nghề nghiệp cho HS. Nâng cao chất lượng giáo dục toàn diện, chú trọng giáo dục lí tưởng, truyền thống, đạo đức, lối sống, ngoại ngữ, tin học,năng lực và kỹ năng thực hành, vận dụng kiến thức vào thực tiễn. Phát triển khả năng sáng tạo,tự học,khuyến khích học tập suốt đời".

Những quy định này phản ánh nhu cầu đổi mới phương pháp giáo dục hiện nay nhằm đào tạo những con người có đủ trình độ và kĩ năng tham gia quá trình công nghiệp hóa, hiện đại hóa đất nước. Xã hội ngày nay đang phát triển với tốc độ chóng mặt, lượng thông tin bùng nổ. Do đó đòi hỏi con người phải có tính năng động và có khả năng thích nghi cao với sự phát triển mạnh mẽ về mọi mặt khoa học kĩ thuật,đời sống…

Như vậy, rèn TDLG và TDBC cho HS là nhiệm vụ quan trọng và cấp thiết để các em có được một hành trang tri thức chủ động, sáng tạo là một nhiệm vụ quan trọng, cấp thiết của nhà trường phổ thông.

Đã có một số công trình nghiên cứu trong nước về phát triển TDLG và TDBC cho học sinh qua dạy học môn Toán như:

- Chu Cẩm Thơ nghiên cứu về " Phát triển tư duy thông qua dạy học môn toán ở trường phổ thông". [23]
- Nguyễn Cảnh Toàn nghiên cứu về "Phương pháp luận duy vật biện chứng với việc dạy học, nghiên cứu Toán học". [21],[22]
- Nguyễn Thanh Hưng đã nghiên cứu về "Rèn luyện và phát triển tư duy biện chứng khi dạy học môn hình học ở trường phổ thông".[7]
- Nguyễn Văn Lộc đã nghiên cứu về "Tư duy và hoạt động Toán học".[10]
- Đặng Đình Phương (2013), Phát triển tư duy biện chứng cho học sinh trong dạy học chủ đề tính thể tích khối đa diện (HH 12 ban nâng cao).[14]

Thực tế dạy học nói chung và dạy học môn Toán nói riêng cho thấy, nhiều giáo viên chưa thực sự quan tâm đến việc dạy cách tư duy, đặc biệt là TDLG và TDBC cho học sinh.

Trong khi đó, Toán học nói chung và Hình học nói riêng là môn học có tiềm ẩn những thuận lợi để phát triển TDLG và TDBC cho HS.

Xuất phát từ những lí do trên, tôi lựa chọn đề tài nghiên cứu:

"Rèn luyện tư duy logic và tư duy biện chứng cho học sinh lớp 12 THPT thông qua dạy ôn tập chương " Phương pháp tọa độ trong không gian" ''.

2. Mục đích nghiên cứu

Đề xuất được một số biện pháp rèn luyện TDLG và TDBC cho học sinh lớp 12 THPT.

3. Nhiệm vụ nghiên cứu

- Hệ thống lại một số cơ sở lí luận về TDLG và TDBC.
- Đề xuất một số biện pháp rèn luyện TDLG và TDBC cho HS lớp 12 THPTtrong dạy học ôn tập chủ đề " Phương pháp tọa độ trong không gian"
- Thực nghiệm sư phạm để có cơ sở đánh giá tính khả thi và hiêu quả của các biện pháp đã đề xuất.

4. Giả thuyết khoa học

Nếu đề xuất được các biện pháp phù hợp giúp HS rèn luyện có hiệu quả TDLG và TDBC sẽ góp phần nâng cao chất lượng giáo dục ở lớp 12 THPT.

5. Phương pháp nghiên cứu

- Phương pháp nghiên cứu lí luận:

Nghiên cứu các công trình, tài liệu liên quan đến đề tài

Nghiên cứu chương trình, sách giáo khoa, sách giáo viên;

Nghiên cứu chuẩn kiến thức, kĩ năng Hình học 12.

- Phương pháp quan sát:

Điều tra quan sát, lập các phiếu điều tra

Dự giờ nhằm tìm hiểu thực tiễn việc rèn luyện TDLG và TDBC cho HS hiện nay ở một số trường THPT.

- Phương pháp thử nghiệm sư phạm:

Thiết kế thử nghiệm một số giáo dựa theo những biện pháp đã đề xuất

Dạy thử nghiệm và đánh giá kết quả.

6. Đối tượng nghiên cứu

- Đối tượng nghiên cứu: Rèn luyện TDLG vàTDBC cho HS

- Phạm vi nghiên cứu: Xây dựng một số biện pháp rèn luyện TDLG vàTDBC trong dạy ôn tập chương: “Phương pháp tọa độ trong không gian”

7. Cấu trúc luận văn

Ngoài phần mở đầu và kết luận, luận văn được trình bày trong 3 chương:

Chương 1: Cơ sở lí luận và thực tiễn

Chương 2: Biện pháp rèn luyện tư TDLG và TDBC trong dạy học ôn tập “ Phương pháp tọa độ trong không gian”

Chương 3: Thực nghiệm sư phạm

Chương 1
CƠ SỞ LÍ LUẬN VÀ THỰC TIỄN

1.1. Tư duy

1.1.1. Khái niệm về tư duy

Nhận thức cảm tính có vai trò quan trọng trong đời sống tâm lí của con người, nó cung cấp các vật liệu cho hoạt động cao hơn. Tuy nhiên thực tế luôn đặt ra những vấn đề mà bằng cảm tính, con người không thể nhận thức và giải quyết được. Muốn cải tạo thế giới con người phải đạt tới mức độ nhận thức cao hơn, nghĩa là phải tư duy.

Tư duy thể hiện ở những khái niệm, phán đoán, suy luận. Quá trình tư duy được diễn ra bằng cách chủ thể tiến hành các thao tác trí tuệ nhất định, các thao tác của tư duy chủ yếu là: phân tích, tổng hợp, so sánh, trừu tượng hóa, khái quát hóa. Tư duy, sản phẩm cao nhất của cái vật chất được tổ chức một cách đặc biệt là bộ não, là quá trình phản ánh tích cực thế giới khách quan trong các khái niệm, phán đoán, lí luận,…tư duy xuất hiện trong quá trình hoạt động sản xuất xã hội của con người và bảo đảm phản ánh thực tại một cách gián tiếp , phát hiện những mối quan hệ hợp quy luật, nêu lên những vấn đề nhất định và tìm cách giải quyết chúng, việc đề xuất những giả thiết, những ý niệm,…Tư duy là quá trình sáng tạo lại hiện thực dưới dạng tinh thần. Kết quả của tư duy bao giờ cũng là một ý nghĩ nào đó.

Có một số cách diễn đạt khác nhau về tư duy:

- Tư duy là giai đoạn cao nhất của quá trình nhận thức, đi sâu vào bản chất và phát hiện ra tính quy luật của sự vật bằng những hình thức như biểu tượng, phán đoán và suy lí.

- Tư duy là sản phẩm cao nhất của vật chất được tổ chức một cách đặc biệt – bộ não người. Tư duy phản ánh hiện thực khách quan dưới dạng các khái niệm, sự phán đoán, lí luận,…

- Tư duy là quá trình nhận thức phản ánh những thuộc tính bản chất, những mối quan hệ có tính quy luật của sự vật hiện tượng trong thế giới khách quan.

Dựa trên phương diện lịch sử và phát triển tư duy, đa số các nhà nghiên cứu đều phân chia tư duy thành ba loại như sau: Tư duy trực quan hành động, tư duy hình ảnh, tư duy trừu tượng (hay còn gọi là tư duy logic).

1.1.2. Phương tiện, tính chất và tác dụng của tư duy

Con người chủ yếu dùng ngôn ngữ để nhận thức vấn đề, để tiến hành các thao tác trí tuệ và để biểu đạt kết quả của tư duy. Ngôn ngữ được xem như là phương tiện của tư duy.

Tư duy có các tính chất sau:

- Tính khái quát: tư duy phản ánh những thuộc tính chung, những mối quan hệ có tính quy luật của hàng loạt sự vật, hiện tượng.

- Tính gián tiếp: Tư duy phản ánh thông qua ngôn ngữ

- Tính trừu tượng: Tư duy bỏ qua những dấu hiệu không bản chất, tập trung vào dấu hiệu bản chất.

Tư duy có tác dụng to lớn trong đời sống xã hội. Người ta dựa vào tư duy để nhận thức những quy luật khách quan của tự nhiên, xã hội và lợi dụng những quy luật đó trong hoạt động thực tiễn của mình.

1.1.3. Quá trình tư duy

Quá trình tư duy gồm 4 bước cơ bản sau:

Bước 1: Xác định vấn đề, biểu đạt nó thành nhiệm vụ tư duy. Nói cách khác là tìm được câu hỏi cần giải đáp.

Bước 2: Huy động tri thức, vốn kinh nghiệm, liên tưởng, hình thành giả thiết về cách giải quyết vấn đề, cách trả lời câu hỏi.

Bước 3: Xác minh giả thiết trong thực tiễn. Nếu giả thiết đúng thì qua bước sau, nếu giả thiết sai thì phủ định nó và hình thành giả thiết mới.

Bước 4: Quyết định đánh giá kết quả, đưa ra sử dụng.

* Các hình thức tư duy: Các hình thức tư duy bao gồm các loại cơ bản: Tư duy logíc (là suy luận theo một chuỗi có tuần tự, có khoa học và có hệ thống) được sử dụng trong mọi giai đoạn của quá trình hoạt động; Tư duy trừu tượng (suy luận một cách khái quát hóa ngoài khuôn khổ có sẵn); Tư duy phê phán (suy luận một cách có hệ thống, có nhận xét, có phê phán); TDBC là một phương thức tư duy, xem xét sự vật, hiện tượng trong sự thống nhất và mâu thuẫn, trong sự vận động và phát triển, trong mối liên hệ và phụ thuộc với các sự vật khác. Tư duy sáng tạo (suy luận các vấn đề một cách mở rộng và ngoài các khuôn khổ có sẵn, tạo ra những cái mới) tùy theo các quá trình của hoạt động mà ta thấy các hình thức tư duy khác nhau được nhấn mạnh hoặc sử dụng. Tuy phân biệt các hình thức tư duy khác nhau nhưng chúng luôn gắn bó và đan xen lẫn nhau trong suốt tiến trình hoạt động. Trong khuôn khổ luận văn chỉ tập trung nghiên cứu về TDLG và TDBC gẵn với việc dạy học toán phổ thông.

1.1.4. Các thao tác tư duy cơ bản

a) Phân tích và tổng hợp

Phân tích là quá trình hoạt động trí óc tách đối tượng thành những bộ phận, những dấu hiệu và thuộc tính, chỉ ra những liên hệ và quan hệ giữa chúng theo một hướng nhất định nhằm mục đích nghiên cứu đầy đủ và sâu sắc hơn để nhận thức một cách trọn vẹn về đối tượng ấy. Nhờ phân tích mà con người nhận thức đối tượng tư duy đầy đủ và sâu sắc hơn.

Tổng hợp là quá trình dùng trí óc để hợp nhất các thành phần, các thuộc tính trên cơ sở phân tích để thành một chỉnh thể bao quát hơn.

Phân tích, tổng hợp là hai thao tác cơ bản có quan hệ mật thiết, bổ sung cho nhau trong quá trình tư duy thống nhất. Phân tích là cơ sở của tổng hợp và tổng hợp diễn ra trên cơ sở của phân tích.

b) So sánh

Là quá trình dùng trí óc để xác định sự giống nhau hay khác nhau, sự đồng nhất hay không đồng nhất, sự bằng nhau hay không bằng nhau giữa các sự vật, hiện tượng.

c) Trừu tượng hóa và khái quát hóa

Trừu tượng hóa là dùng trí óc gạt khỏi đối tượng những bộ phận, thuộc tính, quan hệ... không cần thiết và chỉ giữ lại những yếu tố nào cần thiết để tư duy.

Khái quát hóa là dùng trí óc để hợp nhất nhiều sự vật, hiện tượng khác nhau nhưng có cùng những thuộc tính bản chất thành một nhóm mà nhóm nàytạo nên một khái niệm nào đó.

Trừu tượng hóa và khái quát hóa là hai thao tác cơ bản, đặc trưng của tư duy, chúng có quan hệ mật thiết, bổ sung cho nhau tương tự như thao tác phân tích, tổng hợp.

d) Cụ thể hóa

Là sự vận dụng những khái niệm, định luật hoặc quy tắc khái quát, trừu tượng đã lĩnh hội được vào hoạt động thực tiễn nhằm giải quyết những nhiệm vụ nào đó.

Vậy, quá trình tư duy thực chất là một quá trình tiến hành các thao tác tư duy để giải quyết một vấn đề nào đó nhưng không phải bất cứ quá tình tư duy nào cũng diễn ra tất cả các thao tác tư duy mà tùy thuộc vào từng nhiệm vụ cụ thể. Nhờ có đặc điểm này của tư duy mà con người có thể nhìn xa vào tương lai, không những giải quyết được những nhiệm vụ hiện tại mà cả những nhiệm vụ mai sau của con người.

1.1.5. Tư duy Toán học

Tư duy Toán học được hiểu là hình thức biểu lộ của tư duy biện chứng trong quá trình con người nhận thức khoa học Toán học hay quá trình áp dụng Toán học vào các khoa học khác như kĩ thuật, kinh tế…

Tư duy Toán học có các tính chất đặc thù được quy định bởi bản chất khoa học Toán học, bởi sự áp dụng các phương pháp Toán học để nhận thức các hiện tượng của thế giới hiện thực, cũng như bởi chính các phương thức chung của tư duy mà nó sử dụng. Nội dung của tư duy Toán học là những tư tưởng phản ánh hình dạng không gian và những quan hệ số lượng của thế giới hiện thực.

Theo cuốn "Phương pháp giảng dạy Toán ở trường phổ thông" của Oganhexian và các cộng sự, được dịch ra tiếng Việt năm 1975, có viết rằng: "Dễ dàng phát hiện ra rằng, tính biến dạng của tư duy Toán học không có gì khác là bằng các dạng riêng biệt của cách biểu hiện tư duy biện chứng trong quá trình nghiên cứu Toán học".

Theo Nguyễn Bá Kim (2004) [9], trong giáo trình ''Phương pháp dạy học môn toán'' đã viết: " Môn Toán vừa có tính trừu tượng cao độ và tính thực tiễn phổ dụng, vừa có tính logic và tính thực nghiệm; môn Toán có vai trò quan trọng trong việc phát triển năng lực trí tuệ của học sinh:

- Thứ nhất là rèn luyện TDLG và ngôn ngữ chính xác, có thể thực hiện theo ba hướng có liên hệ chặt chẽ với nhau là làm cho HS nắm vững, hiểu đúng và sử dụng đúng những liên kết logic; phát triển khả năng định nghĩa và làm việc với những định nghĩa; phát triển khả năng hiểu chứng minh, trình bày lại chứng minh và độc lập tiến hành chứng minh.

- Thứ hai là phát triển khả năng suy đoán và tưởng tượng thông qua việc làm cho HS quen và có ý thức sử dụng những quy tắc suy đoán như xét tương tự, khái quát hóa, quy lạ về quen,…,tập cho HS khả năng hình dung được những đối tượng,quan hệ không gian và làm việc với chúng dựa trên những dữ liệu bằng lời hay những hình phẳng, từ những biểu tượng của những đối tượng đã biết có thể hình thành, sáng tạo ra hình ảnh của những đối tượng chưa biết hoặc không có trong đời sống.

- Thứ ba là rèn luyện những hoạt động trí tuệ cơ bản. Môn toán đòi hỏi HS phải thường xuyên thực hiện những hoạt động trí tuệ cơ bản như: phân tích, tổng hợp, trừu tượng hóa, khái quát hóa,… do đó có tác dụng rèn luyện những dạng hoạt động trí tuệ này.

- Thứ tư là hình thành những phẩm chất trí tuệ. Việc rèn luyện những phẩm chất trí tuệ có ý nghĩa to lớn đối với việc học tập, công tác và hoạt động trong đời sống của HS. Qua dạy học môn toán có thể rèn luyện cho HS những phẩm chất trí tuệ quan trọng như tính tự giác, tính linh hoạt, tính độc lập, tính sáng tạo.

1.2. Tư duy logic

1.2.1. Khái niệm về tư duy logic

Logic hay luận lí học, từ tiếng Hilạp cổ điển logos, nghĩa nguyên thủy là từ ngữ, hoặc điều đã được nói (nhưng trong nhiều ngôn ngữ Châu Âu đã trở thành có ý nghĩa là suy nghĩ hoặc lập luận hay lí trí).

TDLG còn được các nhà nghiên cứu giáo dục gọi với cái tên khác là tư duy trừu tượng, tư duy lí luận hay tư duy lí thuyết. Tư duy trừu tượng phản ánh những qui luật, những mối liên hệ bản chất mà nhận thức cảm tính cũng như các loại tư duy khác không phản ánh được. Trình độ tư duy trừu tượng càng cao thì con người càng có tư duy thâm nhập vào các sự vật, hiện tượng. Nếu một con người có năng lực tư duy tốt, người đó sẽ xử lí các vấn đề nói chung và các vấn đề toán học rất hiệu quả.

TDLG là chỉ có ở con người. Đó là loại tư duy mà việc giải quyết vấn đề dựa trên các khái niệm; các mối quan hệ logic, gắn bó chặt chẽ với nhau và lấy ngôn ngữ làm phương tiện.

Theo các tác giả M. Alec-xe-ep, V.Onhisuc thì "phát triển TDLG cho HS được tiến hành thông qua việc sử dụng chính xác ngôn ngữ và các kí hiệu toán học, các khái niệm cùng với phương pháp suy luận qui nạp, suy luận suy diễn"

Theo quan điểm của B.A.Ozahecrch thì Tư duy logic là loại tư duy trong đó yêu cầu chủ thể phải có kĩ năng rút ra các hệ quả từ những tiền đề cho trước, kĩ năng phân chia những trường hợp riêng biệt và hợp chúng lại; kĩ năng dự đoán kết quả cụ thể bằng lí thuyết, kỹ năng tổng quát những kết quả đã thu được.

Theo PGS. TS Trần Ngọc Lan thì TDLG được đặc trưng bởi kĩ năng đưa ra những hệ quả từ những tiền đề, kĩ năng phân chia hợp lí những trường hợp riêng biệt và hợp chúng lại để được những hiện tượng đang xét, kĩ năng khẳng định lí thuyết một kết quả cụ thể hoặc tổng quát hóa những kết quả đã thu được.

Theo TS Chu Cẩm Thơ thì TDLG là tư duy về mối quan hệ nhân quả mang tính tất yếu,tính quy luật. Vì vậy các yếu tố, đối tượng trong TDLG bắt buộc phải có quan hệ với nhau, trong đó có yếu tố là nguyên nhân, là tiền đề, yếu tố còn lại là kết quả, là kết luận. [23]

Khoa học về hình thức và quy luật của tư duy “logic là khoa học về tư duy, về những suy luận đúng đắn”.

Những mối liên hệ tất yếu có tính quy luật giữa các sự vật hiện tượng trong hiện thực khách quan cũng như giữa những ý nghĩa, tư tưởng trong tư duy trong lập luận của con người.

Hay logic học nghiên cứu những quy luật khách quan và hình thức suy luận của tư duy nhằm đi tới sự nhận thức đúng đắn hiện thực khách quan.

Logic học bao gồm hai bộ phận chính đó là: Logic hình thức (cùng với logic toán) và logic biện chứng.

TDLG là tư duy chính xác, tuân thủ các qui luật và hình thức logic trên cơ sở tiền đề tư duy chân thực. TDLG của con người không phải là bẩm sinh mà do rèn luyện mới hình thành nên. Sự rèn luyện đó qua thực tiễn hoạt động của con người và trong giao tiếp của họ, thông qua việc học tập, nghiên cứu có hệ thống các lý luận của khoa học logic.

TDLG giúp con người chủ động, tự giác và thông minh sáng tạo hơn góp phần thể hiện tính chính xác, tính triệt để, tính có căn cứ, chứng minh được các lập luận, nâng cao hiệu quả và tính thuyết phục của các tư tưởng. Đồng thời TDLG tìm kiếm con đường ngắn nhất, đúng đắn nhất và hiệu quả nhất để đạt đến chân lý, phát hiện ra những sai lầm logic của chúng ta và của người khác cũng như để tránh khỏi sai lầm do vô tình hay hữu ý phạm phải.

Vì vậy, TDLG có vị trí quan trọng trong cuộc sống hàng ngày, trong hoạt động thực tiễn để nhận thức chân lý.

Trải qua nhiều giai đoạn lịch sử toán học không ngừng phát triển, đối tượng nghiên cứu của toán học được cụ thể hóa và mở rộng dần dần. Nhận định về toán học các nhà kinh điển của chủ nghĩa Mác – Lê nin đã đưa ra các quan niệm sau về nội dung nghiên cứu của toán học.

P.Ănghen trong “Chống Duyrinh” khẳng định “đối tượng Toán học thuần túy là những hình dạng không gian và những quan hệ số lượng của thế giới hiện thực, tức là một tư liệu rất cụ thể”.

V.I.Lê nin trong “Bút ký triết học” đã nói “cái mà toán dạy chúng ta, đó là những quan hệ giữa các sự vật về mặt thứ tự, số và quãng tính”

GS Kônmôngôvốp-GS Nguyễn Cảnh Toàn trong “Phương pháp luận duy vật biến chứng với việc học, dạy, nghiên cứu toán học” đưa ra quan niệm

“Toán học là khoa học nghiên cứu về các quan hệ số lượng, hình dạng và logic trong thế giới khách quan”.

Như vậy logic học – khoa học về tư duy, về suy luận, các quy luật và các hình thức tư duy-là một nội dung nghiên cứu quan trọng của toán học.

Hay nói cách khác logic học nghiên cứu hình thức và quy luật của hiện tượng, cùng với ngôn ngữ, logic là phương tiện, là công cụ để con người hiểu biết lẫn nhau, trao đổi tư tưởng lẫn nhau .

Từ các quan điểm của các nhà nghiên cứu đã trình bày trên, trong luận văn chúng tôi cho rằng: TDLG là sự suy nghĩ phản ánh những qui luật, những mối liên hệ bản chất của các sự vật, hiện tượng.

Trong dạy học toán, TDLG được biểu hiện ở chỗ rút ra những nhận xét từ một số trường hợp cụ thể, nhìn ra mối liên hệ giữa kiến thức cũ và kiến thức mới ở những lập luận logic trong khi tìm lời giải bài toán ở việc xác nhận hoặc bác bỏ một kết quả đã có.

1.2.2. Một số vấn đề về logic học.

a) Các qui luật cơ bản của logic học.

Tư duy logic chỉ đạt đến chân lí khi nó tuân theo các qui luật cơ bản sau:

• Qui luật đồng nhất

"Trong giới hạn của một quá trình tư duy, mỗi tư tưởng phải đồng nhất với chính nó"

Có thể biểu đạt bởi qui luật đồng nhất: "A là A"

Biểu hiện của qui luật đồng nhất:

- Mỗi sự vật hiện tượng cần được phân biệt với các sư vật, hiện tượng khác. Vật nào phải là vật ấy. Trong dạy học vật lý quy luật đồng nhất đảm bảo cho tư duy xác định, duy nhất dẫn đến chân lý.

- Qui luật đảm bảo cho tư duy có tính xác định. Chừng nào sự vật, hiện tượng vẫn là nó chưa bị biến đổi thành cái khác thì nội hàm của khái niệm về sư vật đó phải được giữ nguyên, phải được đồng nhất.

Việc nhận thức đầy đủ và vận dụng đúng đắn các qui luật đồng nhất tạo điều kiện đầu tiên và cơ bản quyết định việc hình thành tính nhất quán rõ ràng, chính xác, mạch lạc và khúc triết trong quá trình lập luận trong tư duy.

• Qui luật cấm mâu thuẫn

"Trong lập luận về một đối tượng nào đó trong không gian, thời gian và mối quan hệ xác định, không thể có hai phán đoán trái ngược nhau (một khẳng định, một phủ định) về cùng một thuộc tính hay quan hệ của đối tượng và cả hai chân thực đồng thời. Ít nhất phải có một phán đoán là giả dối "

Có thể biểu đạt qui luật cấm mâu thuẫn: $\overline{A \wedge A}$ " không thể vừa là A, vừa không là A ".

Việc nắm vững và vận dụng đúng đắn qui luật cấm mâu thuẫn giúp cho con người tránh được những mẫu thuẫn logic trong quá trình suy nghĩ nhằm hình thành tính hệ thống, rõ ràng, chính xác trong lập luận.

• Qui luật bài trung

" Trong cùng thời gian, không gian và mối quan hệ xác định, hai phán đoán mâu thuẫn với nhau (phủ định lẫn nhau) không thể cùng giả dối, một trong hai phán đoán đó phải chân thực " .

Có thể biểu đạt bởi qui luật bài trung: $A \vee \overline{A}$

Việc nắm vững và vận dụng đúng đắn qui luật bài trung cho phép ta biết chắc chắn trong hai phán đoán mâu thuẫn phải có một cái chân thực. giúp loại bỏ những kết luận và kết quả sai lầm

• Qui luật lí do đầy đủ

"Mỗi tư tưởng được thừa nhận là chân thực khi có lí do đầy đủ chân thực

Yêu cầu của qui luật:

- Các tiền đề sử dụng khi xây dựng tư tưởng phải có giá trị chắc chắn chân thực.

- Các tiền đề phải đầy đủ và có mối quan hệ bản chất với nhau, phải nằm trong thể thống nhất không loại trừ nhau, không mâu thuẫn nhau.

Việc nắm vững và vận dụng đúng đắn qui luật này giúp con người luôn có ý thức về tính chân thực và suy luận hợp lí, hợp logic thuyết phục được người khác.

Các qui luật trên có mối quan hệ biện chứng với nhau. Qui luật đồng nhất phản ánh tính ổn định tương đối của sự vật, hiện tượng trong một giới hạn nhất định của sự vận động phát triển. Từ qui luật này làm nảy sinh quy luật mẫu thuẫn và qui luật bài trung. Sự vật phải là chính nó (qui luật đồng nhất), chứ không phải vừa là chính nó vừa là không phải là chính nó (qui thuật bài trung và qui luật cấm mâu thuẫn). Ngược lại thỏa mãn qui luật bài trung, qui luật cấm mâu thuẫn là điều kiện đảm bảo qui luật đồng nhất. Qui luật lí do đầy đủ là sự vận dụng tổng hợp ba qui luật đã nêu. Tư duy logic tuân theo ba qui luật nói trên là điều kiện tiên quyết để nhận thức đạt đến chân lí, tránh được sai lầm, nhất là khi chưa có điều kiện kiểm tra kết quả tư duy bằng thực tiến.

b) Các hình thức cơ bản của tư duy logic.

• Khái niệm

Khái niệm là một hình thức của tư duy trong đó phản ánh các dấu hiệu cơ bản khác biệt của sự vật đơn nhất hay lớp các hiện tượng sự vật nhất định. Khái niệm phản ánh bản chất của sự vật hiện tượng hay lớp các sự vật hiện tượng thông qua những dấu hiệu có bản khác biệt

Quá trình thành lập một khái niệm rất phức tạp gồm nhiều khâu, sử dụng nhiều phương pháp, thao tác khác nhau của tư duy. Trong quá trình này, so sánh, phân tích , tổng hợp, trừu tượng hóa, khái quát hóa giữ vai trò quan trọng.

• Phán đoán:

Là hình thức cơ bản của tư duy liên kết giữa các khái niệm để có thể khẳng định hay phủ định sự tồn tại của đối tượng, sự có hay không của một thuộc tính nào đóthuộc về đối tượng, hay nhận định về mối quan hệ giữa các đối tượng.

Về mặt sư phạm, rèn luyện phán đoán,sử dụng các phép logic thì từ liên kết những mệnh đề đúng chúng ta mới có những phán đoán đúng. Đây cũng là cơ sở để rèn luyện TDLG. Hơn nữa,phán đoán là một hình thức tư duy để xây dựng tri thức và khám phá thế giới.

- Suy luận:

Suy luận là một hình thức cơ bản của tư duy đang nhận thức,nó xuất phát từ những phán đoán đã biết để rút ra những phán đoán mới. Phán đoán đã biết gọi là tiền đề, phán đoán mới rút ra gọi là kết luận của suy luận, cách thức rút ra kết luận từ tiền đề gọi là lập luận

Đặc điểm của suy luận:

- Suy luận là hình thức tư duy trừu tượng và khái quát cao hơn khái niệm và phán đoán.

- Bất kì một suy luận nào cũng gồm có ba thành phần: Tiền đề, lập luận, kết luận.

+) Tiền đề là một hay nhiều phán đoán mà về nguyên tắc đã biết chính xác giá trị của nó là chân thực.Tiền đề phải chân thực là điều kiện cần để suy luận đúng.

+) Lập luận là cách thức logic rút ra kết luận từ tiền đề. Việc rút ra kết luận từ tiền đề phải tuân theo qui tắc xác định nào đó. Nếu vi phạm qui tắc tức lập luận không logic. Lập luận hợp logic là điều kiện đủ để suy luận đúng.

+) Kết luận là phán đoán mới thu được từ tiền đề thông qua lập luận logic.

Các kết luận rút ra từ suy luận chỉ trở thành chân lí khi được thực nghiệm chứng minh.

Trong dạy học các kiến thức hình thành cho học sinh phải đảm bảo tính logic chặt chẽ. Việc lập luận chặt chẽ, huy động học sinh tham gia vào quá trình xây dựng và vận dụng tri thức mới là điều kiện tốt để rèn luyện TDLG cho HS.

Trong quá trình thực hiện lời giải TDLG đóng vai trò chủ đạo. HS sử dụng các thao tác tư duy và phương pháp suy luận logic để thực hiện kế hoạch giải toán.

c) Một số kĩ năng rèn TDLG cho HS

Có thể thấy việc rèn luyện TDLG của HS trong quá trình học tập nói chung và quá trình dạy học toán nói riêng là việc rèn các thao tác tư duy được đặc trưng bởi các kĩ năng sau:

- **Kĩ năng rút ra các hệ quả từ những tiền đề cho trước:**

Tiền đề có thể được hiểu là các yếu tố đã biết dưới dạng tường minh, các hệ quả rút ra là những kết luận mới phong phú, đa dạng hơn. Việc rút ra các hệ quả từ những tiền đề cần được tiến hành dựa trên quá trình suy luận hợp lí, chính xác theo những qui tắc, qui luật, hình thức suy luận đúng đắn. Đây là đặc trưng đầu tiên của kĩ năng thứ nhất. Do vậy, việc rèn kĩ năng này gắn với việc rèn luyện kĩ năng suy luận quy nạp.

- **Kĩ năng phân chia những trường hợp riêng biệt rồi hợp chúng lại**

Kĩ năng dự đoán kết quả cụ thể bằng lí thuyết. Khi gặp bài toán với nhiều yếu tố cho trước hay nhiều yêu cầu phức tạp gây khó khăn cho quá trính suy luận, giải quyết các bài toán, ta có thể phân chia các bài toán, ta có thể phân chia bài tập thành các trường hợp riêng, là những phần đơn giản hơn rồi kết hợp với việc suy luận, nhìn ra mối liên hệ giữa kiến thức cũ và kiến thức mới ở những lập luận logic để giải quyết những phần đơn giản này trước. Trên cơ sở đó ta giải quyết được bài tập ban đầu. Đây là đặc trưng của kĩ năng thứ hai. Do vậy, việc rèn kĩ năng này gắn liền với phát triển tư duy phân tích – tổng hợp – so sánh.

- **Kĩ năng tổng kết hóa những kết quả đã thu được:**

Đặc trưng này được thể hiện ở chỗ: Khi gặp một bài toán được phân chia thành nhiều trường hợp riêng biệt, ta có thể giải quyết từng trường hợp riêng biệt này trước. Sau đó từ những trường hợp riêng biệt này ta khái quát thành qui luật chung của cả bài tập để đi đến trường hợp tổng quát. Như vậy có thể thấy, đặc trưng quan trọng của kĩ năng thứ ba này được thể hiện ở chỗ: Học sinh cần sử dụng thao tác khái quát hóa để dự đoán qui luật tổng thể và sử dụng khái quát hóa cho định hướng quá trình suy luận. Do vậy, việc rèn luyện kĩ năng này gắn với việc rèn thao tác khái quát hóa – trừu tượng hóa.

Rèn luyện tư duy logic cho học sinh là một trong những nhiệm vụ quan trọng của việc giảng dạy môn toán trong trường học nhằm mục đích phát huy tính độc lập, suy nghĩ và óc thông minh sáng tạo của HS. Tư duy được hình thành và phát triển bao nhiêu thì kết quả của các em lại mang lại hiệu quả bấy nhiêu. Tư duy được hình thành và phát triển trong hoạt động và chính tư duy cũng chỉ đạo hoạt động giúp các em nhiều phương pháp hợp lí nhằm đạt mục đích đề ra. Chính vì vậy, việc rèn luyện TDLG cho học sinh không chỉ rèn luyện 3 kĩ năng của TDLG được trình bày ở trên thông qua việc rèn luyện các thao tác tư duy mà hơn nữa chúng ta phải kết hợp rèn luyện các phẩm chất tư duy, tính linh hoạt, mềm dẻo, tính nhuần nhuyễn, độc đáo cho học sinh. TDLG xét theo mặt nhận thức cũng là một loại kiến thức, liên quan chặt chẽ đến kiến thức về logic học.

1.2.3. Tư duy logic với sự phát triển nhân cách

+ Giúp con người có các suy nghĩ được thể hiện nhất quán và logic, giúp dự kiến được các kết quả có thể và lựa chọn; nhận biết rằng có nhiều biện pháp cho một vấn đề thực tế.

+ Người biết coi trọng giá trị thông tin và biết cách tìm kiếm thông tin, biết phân biệt những kết luận có giá trị và những kết luận vô giá trị. Có kĩ năng vận dụng các cứ liệu khéo léo và công tâm.

+ Người biết lắng nghe ý kiến của người khác, phân biệt được sự khác nhau giữa lí trí và tình cảm; biết rút lại những kết luận khi chưa đủ cứ liệu xác đáng.

+ Người thể hiện được những tương đồng giữa hành động và hứng thú tự học; vận dụng được các kĩ thuật giải quyết vấn đề phù hợp với thực tế.

1.3. Tư duy biện chứng

1.3.1. Khái niệm về tư duy biện chứng

Chủ nghĩa duy vật biện chứng dựa vào những quy luật trong việc nghiên cứu tư duy để vạch ra phép biện chứng của tư duy. Chính từ đó làm cho logic học trở thành khoa học về sự phát triển tư duy của con người, phản ánh sự phát triển của thế giới khách quan, xem xét tư duy và các hình thức của tư duy một cách khoa học và vạch ra con đường phải đi để nhận thức đúng đắn thế giới bên ngoài đi đến chân lí.

Chủ nghĩa duy vật biện chứng dựa vào sáu cặp phạm trù (cái chung – cái riêng; nguyên nhân – kết quả; tất nhiên – ngẫu nhiên; nội dung – hình thức; bản chất – hiện tượng; khả năng – hiện thực), ba quy luật (lượng – chất; thống nhất và đấu tranh giữa các mặt đối lập; phủ định của phủ định), hai nguyên lí (mối liên hệ phổ biến; sự phát triển). Những nội dung này ngày càng khẳng định thêm rằng thế giới khách quan không chỉ tồn tại độc lập với ý thức của con người mà còn luôn vận động, phát triển, chuyển hóa lẫn nhau [5]

Để giáo dục được con người lao động sáng tạo có năng lực trí tuệ cao cần phải vận dụng những phương pháp dạy học tích cực nhằm phát triển các năng lực tư duy một cách biện chứng, năng lực xem xét các đối tượng và hiện tượng trong mối liên hệ qua lại, trong quá trình vận động biến đổi, mâu thuẫn và phát triển của chúng.

Theo [5]: "Tư duy biện chứng được đặc trưng bởi sự thấu tỏ tính thay đổi, tính hai chiều, tính mâu thuẫn, bởi mối liên quan và phụ thuộc tương hỗ của các khái niệm và quan hệ. Ngoài ra tư duy một cách biện chứng còn biểu hiện khả năng có được không khuôn sáo, nhiều khía cạnh khi nghiên cứu các đối tượng và xảy ra khi giải quyết vấn đề".

Như vậy TDBC là một phương thức tư duy, xem xét sự vật, hiện tượng trong sự thống nhất và mâu thuẫn, trong sự vận động và phát triển, trong mối liên hệ và phụ thuộc với các sự vật khác, [5]

TDBC tuân theo các quy luật của logic biện chứng. Tính chất biện chứng của tư duy được đặc trưng bởi nhận thức: Tính khách quan, tính toàn diện, tính lịch sử, tính hai mặt, tính thay đổi.

1.3.2. Các đặc trưng của tư duy biện chứng

Các đặc trưng của TDBC là tính khách quan, tính toàn diện, tính lịch sử, tính hai mặt, tính thay đổi.

a) Tính khách quan

Đảm bảo tính khách quan là nguyên tắc xuất phát, nền tảng đầu tiên dẫn đến việc nhận thức khách thể một cách đúng đắn, tránh được sự chủ quan trong quá trình phản ánh.

"Khi xem xét sự vật, phải xuất phát từ chính bản thân sự vật". Như vậy chủ thể không được xem xét sự vật một cách chủ quan, tùy tiện, gán ghép cho sự vật những thuộc tính mà nó không có" theo Tôn Thân (1998), "Đổi mới phương pháp dạy học môn Toán ở trường".

Ví dụ 1.1: Chứng minh hai đường thẳng sau chéo nhau:

$$d:\begin{cases}x=1+2t\\ y=-1+3t\\ z=5+t\end{cases} \text{ và } d':\begin{cases}x=1+3t'\\ y=-2+2t'\\ z=-1+2t'\end{cases}$$

**) Phân tích:*

Khi giải bài toán này HS hay bị nhầm điều kiện để hai đường thẳng chéo nhau. HS có thể nhầm là để hai đường thẳng chéo nhau chỉ cần điều kiện để hai vecto chỉ phương tương ứng của hai đường thẳng $\vec{a}$ và $\overrightarrow{a'}$ không cùng phương (tức là d và d’ cắt nhau hoặc chéo nhau), hoặc có em sẽ nhầm là chỉ cần hệ phương trình tọa độ giao điểm của hai đường thẳng vô nghiệm (tức là d và d’ song song hoặc chéo nhau),. GV cần phải chỉ ra cho HS nhận biết rằng muốn chứng minh 2 đường thẳng chéo nhau ta cần đồng thời cả 2 điều kiện trên.

*) Lời giải chi tiết:

Gọi $\vec{a}=(2;3;1)$ và $\overrightarrow{a'}=(3;2;2)$ lần lượt là hai vecto chỉ phương của hai đường thẳng d và d’.

Ta thấy, không tồn tại số k để $\vec{a}=k\overrightarrow{a'}$ nên $\vec{a}$ và $\overrightarrow{a'}$ không cùng phương.Từ đó suy ra d và d’ hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

Xét hệ phương trình $\begin{cases}1+2t=1+3t'\\ -1+3t=-2+2t'\\ 5+t=-1+2t'\end{cases}\quad (\mathrm{I})$

Từ hai phương trình đầu ta được $t=-\dfrac{3}{5},\quad t'=-\dfrac{2}{5}$, thay vào phương trình cuối không thỏa mãn. Suy ra, hệ (I) vô nghiệm.

Vậy hai đường thẳng d và d’ chéo nhau.

b) Tính toàn diện

Theo duy vật biện chứng “Khi nhận xét sự vật, phải xem xét một cách đầy đủ với tất cả các tính phức tạp của nó”. Như thế, chủ thể cần phải nghiên cứu đối tượng trong tất cả các mối quan hệ (bên trong, bên ngoài), tất cả các mắt xích trung gian, trong tổng thể các mối quan hệ phong phú, phức tạp và muôn vẻ của nó với các sự vật khác.

Ví dụ 1.2:

Viết phương trình đường vuông góc chung của cặp đường thẳng sau đây:

$$d:\frac{x-2}{2}=\frac{y-3}{3}=\frac{z+4}{-5};\quad d':\frac{x+1}{3}=\frac{y-4}{-2}=\frac{z-4}{-1}$$

*) Phân tích:

Với bài toán này học sinh có thể thực hiện theo cách sau để viết được phương trình đường vuông góc chung.

+ Gọi Δ là đường vuông góc chung của d , d ' cho trước và $\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_{d'}}$ lần lượt là VTPT của d , d '; $\vec{u}$ là VTPT của Δ.

khi đó ta có $\vec{u}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_{d'}}\right]$

+ Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa Δ và d, thế thì (∝) đi qua

điểm $M_0 \in d$ và VTPT là $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_d},\vec{u}\right]$

Viết phương trình mặt phẳng (β) chứa Δ và d', như vậy β đi qua $M'_0 \in d'$

và VTPT là $\overrightarrow{n_\beta}=\left[\overrightarrow{u_{d'}},\vec{u}\right]$

+ Giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) là phương trình đường vuông góc chung của d và d’

*) Lời giải chi tiết:

Cách 1:

Ta có: $\overrightarrow{u_d}=(2;3;-5);\overrightarrow{u_{d'}}=(3;-2;-1)$

Khi đó

$$\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_{d'}}\right]=\left(\begin{vmatrix}3 & -5\\ -2 & -1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-5 & 2\\ -1 & 3\end{vmatrix}\begin{vmatrix}2 & 3\\ 3 & -2\end{vmatrix}\right)=(-13;-13;-13)$$

nên đường vuông góc chung Δ có VTCP là $\vec{u}=(1;1;1)$

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d và Δ thì (α) đi qua $M_0(2;3;-4)$ và có VTPT $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_d},\vec{u}\right]=(8;-7;-1)$

Phương trình mặt phẳng (α) là:

$$8(x-2)-7(y-3)-(z+4)=0\Leftrightarrow 8x-7y-z+1=0$$

Gọi (β) là mặt phẳng chứa Δ và d', như vậy (β) đi qua $M_0'(-1;4;4)$ và có VTPT là $\overrightarrow{n_\beta}=\left[\overrightarrow{u_{d'}},\vec{u}\right]=(1;4;-5)$

Phương trình mặt phẳng (β) là:

$$(x+1)+4(y-4)-5(z-4)=0\Leftrightarrow x+4y+5z+5=0$$

Vậy đường vuông góc chung của d và d ' là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β). Nó có phương trình tham số là:

$$\begin{cases}x=t\\ y=t\\ z=1+t\end{cases}\quad (t\in\mathbb{R})$$

Tuy nhiên, nếu ta coi Δ là đường vuông góc chung của d và d’ thì lúc này bài toán có cách giải sau:

Cách 2:

Ta thấy nếu Δ là đường vuông góc chung của d và d' thì $\Delta \perp d$ và $\Delta \cap d = M$

$\Delta \perp d'$ và $\Delta \cap d' = N$. Khi đó điểm $M \in d$ nên tọa độ của M là $M(2+2t;3+3t;-4-5t)$

Điểm $N \in d'$ nên có tọa độ là $N(-1+3t';4-2t';4-t')$. Suy ra:

$\overrightarrow{MN} = (-3+3t'-2t;1-2t'-3t;8-t'+5t)$

MN là đường vuông góc chung của d và d' khi và chỉ khi $\begin{cases} \overrightarrow{MN}.\vec{u} = 0 \\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u'} = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(-3+3t'-2t)+3(1-2t'-3t)-5(8-t'+5t)=0 \\ 3(-3+3t'-2t)-2(1-2t'-3t)-1(8-t'+5t)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t'=1 \\ t=-1 \end{cases}$$

$\Rightarrow M(0;0;1), \quad N(2;2;3) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (2;2;2)$

Chọn $\vec{a} = (1;1;1)$

Vậy đường vuông góc chung của d và d' là

$$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1+t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

c) Tính lịch sử

Theo duy vật biện chứng "Khi xem xét sự vật, phải nhận thức sự vật trong sự phát triển, trong sự tự vận động của nó". Đôi khi chủ thể cần xem xét sự vật ấy đã xuất hiện như thế nào trong lịch sử, đã trải qua giai đoạn phát triển chủ yếu nào và hiện tượng đó ra sao?

Tuân thủ nguyên tắc này, chủ yếu tránh được sai lầm của cách xem xét sự vật một cách siêu hình, cứng nhắc, bảo thủ [18].

Khi dạy về phương trình đường thẳng, đường tròn, giáo viên cần chú ý khắc sâu kiến thức về phương trình đường thẳng và phương trình đường tròn trong quá trình hình thành và phát triển của nó.

Cụ thể như sau:

- Gốc rễ của phương trình tham số của đường thẳng là công thức $\overrightarrow{M_0M} = t\vec{u}$.

Đường thẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a;b;c)$ là tập hợp các điểm M(x; y; z) thỏa mãn $\overrightarrow{M_0M} = t\vec{u}$. Từ đó ta có mối quan hệ $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$, *t là tham số*

Mối quan hệ này chính là phương trình tham số của đường thẳng.

- Gốc rễ của phương trình chính tắc của đường thẳng là sự bằng nhau của tỉ số giữa các thành phần tọa độ tương ứng của hai vectơ cùng phương.

- Gốc rễ của phương trình mặt cầu chính là công thức khoảng cách giữa hai điểm (I và M) bằng R.

Mặt cầu tâm I bán kính R là tập hợp các điểm M trong không gian cách I một khoảng không đổi R.

Từ đó, việc ghi nhớ và vận dụng các loại phương trình, giáo viên cần lưu ý cho học sinh chú ý tới nguồn gốc, bản chất sâu xa này.

Chẳng hạn, tìm một điểm trên đường thẳng là tìm giá trị của tham số t tương ứng.

Ví dụ 1.3: Tìm tọa độ diểm A' đối xứng với điểm A(1;-2;-5) qua

đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1-t \\ z = 2t \end{cases}$

*) Phân tích:

Với bài này, Muốn tìm hình chiếu H của A trên Δ không nhất thiết phải viết phương trình đường thẳng Δ' qua A và vuông góc với vec tơ chỉ phương của Δ; rồi tìm giao điểm H của Δ và Δ'. Do bản chất phương trình tham số của đường thẳng Δ, tọa độ điểm $H(1+2t;-1-t;2t)$; tìm H quy về tìm t sao cho vec tơ $\overrightarrow{AH}$ vuông góc với vec tơ chỉ phương của Δ. Vậy ta có:

$\overrightarrow{AH} = (2t;1-t;5+2t)$.

Đường thẳng Δ có VTCP là: $\vec{a} = (2;-1;2)$. Khi đó:

$$\overrightarrow{AH} \perp \vec{a} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}.\vec{a} = 0$$
$$\Leftrightarrow 2.2t - (1-t) + 2(5+2t) = 0$$
$$\Leftrightarrow 9t + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -1$$

Suy ra hình chiếu của A lên Δ là $H(-1;0;-2)$.

Vì A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng Δ nên:

$$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AH} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} - 1 = 2(-1-1) \\ y_{A'} + 2 = 2(0+2) \\ z_{A'} + 5 = 2(-2+5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = -3 \\ y_{A'} = 2 \\ z_{A'} = 1 \end{cases}$$

Vậy, điểm đối xứng với A qua đường thẳng Δ là A'(-3; 2; 1).

d) Tính hai mặt

"Quy luật đấu tranh giữa các mặt đối lập: Bất cứ sự vật nào cũng là một thể thống nhất của các mặt đối lập và luôn luôn có sự mâu thuẫn giữa các mặt đối lập. Sự mâu thuẫn ấy chính là nguồn gốc và động lực bên trong của sự phát triển đối với các sự vật và hiện tượng”. Mặt đối lập là sự khái quát, những mặt, những thuộc tính, những khuynh hướng trái ngược nhau trong một chỉnh thể làm nên sự vật và hiện tượng. Thống nhất và đối lập là hai mặt liên hệ với nhau và ràng buộc với nhau và quy định lẫn nhau, mặt này lấy mặt kia làm tiền đề tồn tại cho mình. Tuân thủ nguyên tắc này tức là chủ thể đã nắm được hạt nhân của phép biện chứng. [21]

Mỗi phương pháp giải toán đều có cái hay, cái không hay, không nên vận dụng cứng nhắc chỉ một phương pháp nào đó bởi tính hai mặt của nó. Chẳng hạn, bài toán quy về tìm một điểm thuộc một đường thẳng cho trước thỏa mãn một tính chất nào đó thì nên dùng phương trình tham số của đường thẳng (quy về chỉ một tham số); Bài toán tìm giao điểm của hai đường thẳng thì nên dùng phương trình tổng quát của đường thẳng (vì có thể giải bằng máy tính bỏ túi).

e) Tính thay đổi

“Quy luật chuyển hóa từ sự thay đổi về lượng dẫn đến sự thay đổi về chất”.

Một ví dụ dễ thấy về sự thay đổi này là khi ta xét vị trí tương đối của phẳng (P) và mặt cầu S(O;r):

Gọi d là khoảng cách từ tâm mặt cầu đến MP (P) và R là bán kính mặt cầu thì:

Nếu d > R thì mặt phẳng (P) và mặt cầu S(O;r) không có điểm chung.

Nếu d = R thì mặt phẳng (P) và mặt cầu S(O;r) tiếp xúc với nhau.

Nếu d < R thì mặt phẳng (P) cắt mặt cầu S(O;r) theo một thiết diện là một đường tròn có tâm là hình chiếu của O trên (P), bán kính $R' = \sqrt{R^2 - d^2}$

Như vậy, việc học các kiến thức Toán học, đặc biệt là giải các bài tập đã góp phần quan trọng vào việc rèn luyện TDBC. Các bài toán chính là cơ sở để hình thành TDBC cho học sinh.

***) Mối quan hệ giữa TDLG và TDBC:**

Tư duy lôgic là dạng tư duy được đặc trưng bởi năng lực rút ra kết luận từ các tiền đề đã cho, năng lực phân hoạch các trường hợp riêng để khảo sát đầy đủ một sự kiện Toán học, năng lực phán đoán các kết quả của lí thuyết, khái quát hóa các kết luận nhận được. Tư duy lôgic liên quan tới quy luật nhân quả, cặp phạm trù cái riêng và cái chung của duy vật biện chứng. Khi giải toán, HS sử dụng TDLG để trình bày bài giải nhưng phải nhìn bài toán một cách toàn diện (xét tất cả các trường hợp xảy ra). Để nhận thức mặt nội dung của hiện thực cần có TDBC, để nhận thức mặt hình thức của hiện thực cần có TDLG. Nội dung là cơ sở, là mặt chính của sự vật, quyết định đặc điểm về chất lượng của sự vật, hình thức là phương thức tồn tại, là cơ sở của nội dung làm cho nó có thể tồn tại.

1.4. Nội dung chương : “ Phương pháp tọa đô trong không gian”, hình học 12

1.4.1. Hệ tọa độ trong không gian

Trong bài hệ tọa độ trong không gian, sách giáo khoa hình học lớp 12 gồm các nội dung sau:

1) Tọa độ của điểm và của vectơ

a) Hệ tọa độ

Trông không gian, cho ba trục x’Ox, y’Oy, z’Oz vuông góc với nhau từng đôi một. Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vec tơ đơn vị trên các trục x’Ox, y’Oy, z’Oz. Hệ ba trục như vậy được gọi là hệ trục tọa độ Đề các vuông góc Oxyz trong không gian, hay đơn giản được gọi là hệ tọa độ Oxyz. Điểm O là gốc tọa độ. Các mặt phẳng (Oxy), (Oyz), (Ozx) đôi một vuông gcos với nhau được gọi là các mặt phẳng tọa độ. Không gian với hệ tọa độ Oxyz còn gọi là không gian Oxyz.

b) Tọa độ của một điểm

Trong không gian Oxyz, cho một điểm M tùy ý. Vì ba vec tơ $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ không đồng phẳng nên có một bộ ba số (x;y;z) duy nhất sao cho:
$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. Ngược lại, với bộ ba số (x;y;z) ta có một điểm M duy nhất trong không gian thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. Ta gọi bộ ba số (x;y;z) là tọa độ của điểm M đối với hệ trục tọa độ Oxyz đã cho và viết: $M = (x;y;z)$ hoặc $M(x;y;z)$.

c) Tọa độ của vec tơ

Trong không gian Oxyz cho vec tơ $\vec{a}$, khi đó luôn tồn tại duy nhất bộ ba số $(a_1;a_2;a_3)$ sao cho: $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$. Ta gọi bộ ba số $(a_1;a_2;a_3)$ đó là tọa độ của vec tơ $\vec{a}$ đối với hệ tọa độ Oxyz cho trước và viết $\vec{a} = (a_1;a_2;a_3)$ hoặc $\vec{a}(a_1;a_2;a_3)$.

Nhận xét: Trong hệ tọa độ Oxyz, tọa độ của điểm M chính là tọa độ của vec tơ $\overrightarrow{OM}$. Ta có: $M = (x;y;z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (x;y;z)$.

2) Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ

*) Định lí: Trong không gian Oxyz cho hai véc tơ $\vec{a} = (a_1;a_2;a_3)$ và $\vec{b} = (b_1;b_2;b_3)$. Ta có:

a) $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1;a_2 + b_2;a_3 + b_3)$,

b) $\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1;a_2 - b_2;a_3 - b_3)$,

c) $k\vec{a} = k(a_1;a_2;a_3) = (ka_1;ka_2;ka_3)$*, với k là một số thực.*

*) Hệ quả:

a) Cho hai vec tơ $\vec{a} = (a_1;a_2;a_3)$ và $\vec{b} = (b_1;b_2;b_3)$. Ta có:

$$\vec{a}=\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$$

b) Vec tơ $\vec{0}$ có tọa độ là $(0;0;0)$.

c) Với $\vec{b} \neq \vec{0}$ thì hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương khi và chỉ khi có một số k sao cho $a_1 = kb_1, a_2 = kb_2, a_3 = kb_3$.

d) Trong không gian Oxyz, nếu cho hai điểm $A=(x_A;y_A;z_A), B=(x_B;y_B;z_B)$ thì:

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.
- Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là: $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$.

3) Tích vô hướng

a) Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

*) Định lí: Trong không gian Oxyz, tích vô hướng của hai vec tơ $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$ và $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$được xác định bởi công thức: $\vec{a}.\vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$.

b) Ứng dụng

*) Độ dài của một vec tơ. Cho vec tơ $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$ ta có:

$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$.

*) Khoảng cách giữa hai điểm. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A=(x_A;y_A;z_A), B=(x_B;y_B;z_B)$. Ta có:

$AB = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$.

*) Góc giữa hai vec tơ. Nếu φ là góc giữa hai vec tơ $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$ và $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$ với $\vec{a},\vec{b}\neq\vec{0}$ thì $\cos\varphi=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|}$. Do đó:

$$\cos\varphi=\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}.\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}}$$

Từ đó suy ra $a\perp b\Leftrightarrow a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3=0$.

4) Phương trình mặt cầu

*) Định lí: Trong không gian oxyz, mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$ bánkính r có phương trình là: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$.

*) Nhận xét: Phương trình mặt cầu nói trên có thể viết dưới dạng: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ với $d=a^2+b^2+c^2-r^2$.

Tư duy logic trong sự chuyển hóa từ quan hệ hình học tổng hợp sang quan hệ số, quan hệ phương trình.

1.4.2. Phương trình mặt phẳng

1) Vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng

*) Định nghĩa: Cho mặt phẳng (α). Nếu vec tơ $\vec{n}\neq\vec{0}$ và có giá vuông góc với mặt phẳng (α) thì $\vec{n}$ được gọi là vec tơ pháp tuyến của (α).

*) Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng (α) và hai vec tơ không cùng phương $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3),\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$ có giá song song hoặc nằm trong mặt phẳng (α). Khi đó, mặt phẳng (α) nhận vec tơ $\vec{n}=(a_2b_3-a_3b_2;a_3b_1-a_1b_3;a_1b_2-a_2b_1)$ làm vec tơ chỉ phương. Vec tơ $\vec{n}$ được xác định như trên được gọi là tích có hướng (hay tích vec tơ) của hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu là: $\vec{n}=\vec{a}\wedge\vec{b}$ hoặc $\vec{n}=[\vec{a},\vec{b}]$.

2) Phương trình tổng quát của mặt phẳng

*) Định nghĩa: Phương trình có dạng $Ax + By + Cz + D = 0\,(1)$, trong đó A,B, C không đồng thời bằng không, được gọi là phương trình tổng quát của mặt phẳng.

*) Nhận xét: Nếu cả bốn hệ số A,B,C,D đều khác 0, thì bằng cách đặt $a = -\frac{D}{A}, b = -\frac{D}{B}, c = -\frac{D}{C}$ ta có thể đưa phương trình (1) về dạng sau đây:

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \quad (2)$. Phương trình (2) được gọi là phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn.

3) Điều kiện để hai mặt phẳng song song,vuông góc

Trong không gian Oxyz cho hai mặt phẳng (α_1) và (α_2) có phương trình:

$$(\alpha_1): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$$
$$(\alpha_2): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0.$$

Khi đó (α_1) và (α_2) có hai vec tơ pháp tuyến lần lượt là:

$$\overrightarrow{n_1} = (A_1;B_1;C_1); \overrightarrow{n_2} = (A_2;B_2;C_2).$$

a) Điều kiện để hai mặt phẳng song song:

$$(\alpha_1)//(\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{n_1} = k\overrightarrow{n_2} \\ D_1 \neq kD_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (A_1;B_1;C_1) = k(A_2;B_2;C_2) \\ D_1 \neq kD_2 \end{cases}$$

$$(\alpha_1) \equiv (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{n_1} = k\overrightarrow{n_2} \\ D_1 = kD_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (A_1;B_1;C_1) = k(A_2;B_2;C_2) \\ D_1 = kD_2 \end{cases}.$$

*) ***chú ý:*** (α_1) cắt $(\alpha_2) \Leftrightarrow \overrightarrow{n_1} \neq k\overrightarrow{n_2} \Leftrightarrow (A_1;B_1;C_1) \neq k(A_2;B_2;C_2)$.

b) Điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc

$$(\alpha_1) \perp (\alpha_2) \Leftrightarrow \overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2} = 0 \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0.$$

5) Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

*) Định lí: Trong không gian Oxyz, cho mp(α) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ và điểm M_0 đến mp(α), kí hiệu là $d(M_0,(\alpha))$, được tính theo công thức: $d(M_0,(\alpha)) = \dfrac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

1.4.3. Phương trình đường thẳng trong không gian

1) Phương trình tham số của đường thẳng

*) Định lí: Trong không gian Oxyz cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và nhận $\vec{a} = (a_1;a_2;a_3)$ làm vec tơ chỉ phương. Điều kiện cần và đủ để điểm $M(x;y;z)$ nằm trên Δ là có một số thực t sao cho:

$$\begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases}$$

*) Định nghĩa: Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có vec tơ chỉ phương $\vec{a} = (a_1;a_2;a_3)$ là phương trình có dạng

$$\begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases}$$

Trong đó t là tham số.

*) Chú ý: Nếu a_1, a_2, a_3 đều khác 0 thì người ta còn có thể viết phươngtrình của đường thẳng Δ dưới dạng chính tắc như sau: $\dfrac{x - x_0}{a_1} = \dfrac{y - y_0}{a_2} = \dfrac{z - z_0}{a_3}$.

2) Điều kiện để hai đường thẳng song song, cắt nhau, chéo nhau

Trong không gian Oxyz cho hai đường thẳng d, d' có phương trình tham số lần lượt là:

$$d:\begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases};\quad d':\begin{cases} x = x'_0 + t'a'_1 \\ y = y'_0 + t'a'_2 \\ z = z'_0 + t'a'_3 \end{cases}$$

a) Điều kiện để hai đường thẳng song song:

Gọi $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{a'} = (a'_1; a'_2; a'_3)$ lần lượt là hai vec tơ chỉ phương của d và d'. Lấy điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ trên d. Ta có:

- $d // d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} = k\vec{a'} \\ M \notin d' \end{cases}$
- $d \equiv d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} = k\vec{a'} \\ M \in d' \end{cases}$

b) Điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau

Hai đường thẳng d và d' cắt nhau khi và chỉ khi hệ phương trình ẩn t, t' sau

$$\begin{cases} x_0 + ta_1 = x'_0 + t'a'_1 \\ y_0 + ta_2 = y'_0 + t'a'_2 \\ z_0 + ta_3 = z'_0 + t'a'_3 \end{cases} \quad (I)$$

có đúng một nghiệm.

*) Chú ý: Giả sử hệ (I) có nghiệm $(t_0; t'_0)$, để tìm giao điểm M_0 của d và d' ta có thể thay t_0 vào phương trình tham số của d hoặc thay t'_0 vào phương trình tham số của d'.

c) Điều kiện để hai đường thẳng chéo nhau

Hai đường thẳng d và d' chéo nhau khi và chỉ khi $\vec{a}$ và $\vec{a'}$ không cùng phương và hệ phương trình

$$\begin{cases} x_0 + ta_1 = x'_0 + t'a'_1 \\ y_0 + ta_2 = y'_0 + t'a'_2 \\ z_0 + ta_3 = z'_0 + t'a'_3 \end{cases} \quad (I)$$

vô nghiệm.

*) Nhận xét: Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3. \end{cases}$$

Xét phương trình $A(x_0 + ta_1) + B(y_0 + ta_2) + C(z_0 + ta_3) + D = 0 \quad (1)$

- Nếu phương trình (1) vô nghiệm thì d và (α) không có điểm chung, vậy $d // (\alpha)$.

- Nếu phương trình (1) có đúng một nghiệm $t = t_0$ thì d cắt (α) tại điểm $M_0(x_0 + t_0a_1; y_0 + t_0a_2; z_0 + t_0a_3)$.

- Nếu phương trình (1) có vô số nghiệm thì $d \subset (\alpha)$.

1.5. Thực trạng việc dạy và học nhằm rèn luyện tư duy logic và tư duy biện chứng cho học sinh khi dạy học ôn tập chương " Phương pháp tọa độ trong không gian" tại một số trường THPT tỉnh Sơn La

1.5.1. Đặc điểm nhận thức của học sinh tỉnh Sơn La

Sơn La là một tỉnh miền núi Tây Bắc Việt Nam, có 12 dân tộc anh em cùng sinh sống, đông dân số nhất là dân tộc Thái chiếm gần 55%. Các dân tộc có dân số đông tiếp theo là dân tộc Kinh 18%, dân tộc Mường 8,4%,… Nhìn chung đời sống vật chất và tinh thần trong những năm gần đây đã được cải thiện đáng kể, song Sơn La vẫn là một tỉnh nghèo và còn nhiều khó khăn so với các tỉnh khác trên cả nước. Nguồn ngân sách chủ yếu do Trung ương cung cấp và hỗ trợ, điều kiện phát triển y tế, và giáo dục còn hạn chế. Vì vậy để tuyên truyền, vận động nhân dân địa phương cho con em đến trường là rất khó khăn. Hiện nay 5/12 huyện trong tỉnh nằm trong 62 huyện nghèo của cả nước, vùng đặc biệt khó khăn đang được Đảng và Nhà nước hỗ trợ.

Toàn tỉnh Sơn La có 32 trường THPT gồm 01 trường Chuyên, 01 trường PT dân tộc nội trú, 01 trường thực nghiệm Chu Văn An và 29 trường THPT. Về phía HS hệ THPT đa số HS trong tỉnh là người dân tộc thiểu số, nhiều trường còn thiếu thốn về cơ sở vật chất, điều kiện đi lại, học tập còn rất khó khăn, tỉ lệ HS bỏ học còn cao do hoàn cảnh kinh tế khó khăn và chưa nhận thức đúng đắn về giáo dục. Năm học 2015 – 2016 HS THPT đạt tỉ lệ tốt nghiệp 98,43%, nhưng tỉ lệ đỗ đại học, cao đẳng lại không cao.

1.5.2. Thực trạng việc dạy và học nhằm rèn luyện TDLG và TDBC thông qua dạy học chương " Phương pháp tọa độ trong không gian" đối với HS lớp 12 tỉnh Sơn La.

1.5.2.1. Các bài toán về " Phương pháp tọa độ trong không gian"

Theo thống kê của chúng tôi, trong SGK Hình học 12 có 49/ 107 bài tập về " Phương pháp tọa độ trong không gian"so với tổng số các bài tập, chiếm tỉ lệ: 46%. các bài tập " Phương pháp tọa độ trong không gian" chủ yếu tập trung vào dạng lập phương trình mặt phẳng, đường thẳng, mặt cầu; vị trí tương đối của: điểm và mặt phẳng, hai mặt phẳng, đường thẳng và mặt phẳng,hai đường thẳng, điểm và mặt cầu, đường thẳng và mặt cầu, mặt phẳng và mặt cầu.

Nếu đối chiếu với các đề thi tuyển sinh vào các trường Đại học, Cao đẳng thì tỉ lệ các câu về " Phương pháp tọa độ trong không gian" chiếm 1/10 điểm.

Kinh nghiệm của các đồng nghiệp cho thấy: Nếu người giáo viên biết vận dụng TDLG và TDBC, biết xem xét các bài toán trong mối liên hệ, trong sự phát triển và sự toàn diện để rèn luyện cho học sinh thì sẽ tạo ra ở học sinh một tầm nhìn rộng hơn, sâu hơn và tạo ra khả năng giải quyết tốt hơn các bài toán trong các kì thi tuyển sinh.

Điều đó cho thấy nội dung này có vị trí quan trọng trong nội dung chương trình Hình học 12 và giáo viên cần phải dành nhiều thời gian để luyện tập cho học sinh.

1.5.2.2.Điều tra giáo viên và học sinh

Chúng tôi sử dụng phiếu thăm dò lấy ý kiến 08 giáo viên của tổ Toán trường THPT Chiềng Sinh thuộc tỉnh Sơn La (xem trong phụ lục 1) về mức độ khó của chủ đề " Phương pháp tọa độ trong không gian", hiểu biết về TDLG và TDBC và mức độ quan tâm tới việc phát triển TDLG và TDBC hay không. Kết quả thu được thể hiện trong bảng sau:

Mức độ khó của chủ đề " Phương pháp tọa độ trong không gian"

Mức độ	Dễ	Bình thường	Khó
Số ý kiến	4	3	1
Tỉ lệ %	50	37,5	12,5

Hiểu về tư duy biện chứng và tư duy logic

Mức độ	Chưa hiểu	Hiểu chưa đầy đủ	Hiểu
Kết quả	1	5	2
Tỉ lệ %	12,5	62,5	25

Việc chú trọng rèn luyện tư duy biện chứng và tư duy logic

Mức độ	Ít khi	Thỉnh thoảng	Thường xuyên
Kết quả	3	3	2
Tỉ lệ %	37,5	37,5	25

Qua bảng trên ta thấy kết quả như sau:

- Những bài tập về " Phương pháp tọa độ trong không gian" trong chương trình đối với học sinh mang tính vừa sức, một số ở mức độ cao hơn nhưng không quá khó đối với học sinh. Nhưng khi khai thác bài toán ở một khía cạnh khác, một cách tiếp cận mới thì nhiều học sinh lại lúng túng trong cách tìm lời giải.

- Ý kiến của các giáo viên khi nói về nội dung chương trình môn học là các bài tập trong sách giáo khoa tương đối vừa sức với học sinh, nhưng trong quá trình ôn thi đặc biệt là ôn thi đại học, khi bài toán được khai thác sâu hơn hoặc bài toán được đặt vấn đề theo một hướng khác chương trình SGK thì các em gặp không ít khó khăn khi giải toán dạng này.

- Phần lớn giáo viên chưa hiểu TDLG và TDBC và chưa quan tâm đến việc rèn TDLG và TDBC cho HS.

- Bên cạnh đó, qua việc điều tra HS chúng tôi cũng nhận thấy đa số HS chưa thực sự quan tâm vào việc rèn luyện TDLG và TDBC thông qua việc học môn Toán.

1.5.3. Đánh giá từ bài kiểm tra của học sinh

Để xem xét một số yếu tố của TDLG và TDBC đã xuất hiện trong tư duy của HS hay chưa, xuất hiện nhiều hay ít, chúng tôi sử dụng phương pháp kiểm tra tự luận 45 phút.

Đối tượng điều tra: Tổng số 125 học sinh của ba lớp 12A, 12B năm học 2015 – 2016, Trường THPT Chiềng Sinh – TP Sơn La, Tỉnh Sơn La.

Thời gian điều tra: Ngày 11 tháng 4 năm 2016, sau khi các em học xong chương " Phương pháp tọa độ trong không gian", theo phân phối chương trình.

ĐỀ KIỂM TRA

Câu 1.(3 điểm) Trong không gian cho 4 điểm. $A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1), D(-2;1;-1)$.

a) Chứng minh A,B,C,D là bốn đỉnh của một tứ diện

b) Viết phương trình mặt cầu(S) có tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (BCD).

Câu 2.(2 điểm)Lập phương trình tham số của đường thẳng:

Đi qua điểm $M(2;3;-5)$ và song song với đường thẳng Δ có phương trình: $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=3-4t \\ z=-5t \end{cases}$

Câu 3.(5 điểm)Viết phương trình đường vuông góc chung của cặp đường thẳng sau đây:

$d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-5}$ $\quad$ $d':\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{-1}$

** Dụng ý sư phạm*

Câu 1: Nhằm đánh giá khả năng "tổng kết hóa những kết quả đã thu được" và đánh giá tính lịch sử xem học sinh có biết vận dụng những kiến thức đã biết vào giải bài tập hay không

Câu 2 :Nhằm đánh giá kỹ năng rút ra các hệ quả từ những tiền đề cho trước

Câu 3 : Nhằm đánh giá tính toàn diện, xem học sinh có xét đủ yếu tố của đề bài hay không.

* Kết quả điều tra:

Câu	Số học sinh không làm được gì hoặc làm sai	Số học sinh làm đúngchỉ một trường hợp/một ý	Số học sinh làm đúng cả hai trường hợp/ hai ý	Số học sinh đạt yêu cầu
1	60/125	33/125	32/125	65/125

2	45/125	52/125	28/125	80/125
3	38/125	44/125	43/125	87/125

Bảng kết quả trên cho thấy trong số học sinh đạt yêu cầu (từ 5 điểm trở lên), chỉ có khoảng một nửa (60/125) số học sinh đã có một số yếu tố của tư duy logic và tư duy biện chứng, thể hiện qua những điểm sau:

- Biết chú ý xem xét vấn đề một cách toàn diện;
- Biết xem xét bài toán một cách khách quan;
- Biết phát hiện mối liên hệ giữa các sự vật, hiện tượng.

Kết quả trên cho thầy, việc phát triển tư duy biện chứng cho học sinh còn là vấn đề cần được các giáo viên quan tâm hơn nữa.

Kết luận chương I

Chương này trình bày cơ sở lí luận về tư duy logic và tư duy biện chứng, cùng các thành tố của chúng.

- Thông qua dạy học môn Toán cùng với các loại tư duy khác, tư duy logic và tư duy biện chứng góp phần trang bị cho học sinh những hiểu biết về thế giới quan duy vật biện chứng để nhận thức hiện thực khách quan, hiểu sâu sắc bản chất Toán học và đào tạo học sinh trở thành con người phát triển toàn diện, năng động, sáng tạo, phù hợp với yêu cầu xã hội hiện nay. Mặt khác toán học trong quá trình phát sinh phát triển đều tuân theo các đặc điểm, đặc trưng cơ bản của tư duy logic và tư duy biện chứng, do đó môn Toán nói chung, môn Hình học với phương pháp tọa độ nói riêng rất thuận lợi để rèn luyện và phát triển tư duy logic và tư duy biện chứng cho học sinh.

Thực tiễn từ một trường THPT cho thấy việc phát triển tư duy logic và tư duy biện chứng cho học sinh trong quá trình dạy học môn Toán còn nhiều bất cập, chưa thực sự được chú trọng do đó cần có những nghiên cứu các biện pháp khắc phục tình trạng này.

Chương 2:
RÈN LUYỆN TƯ DUY LOGIC VÀ TƯ DUY BIỆN CHỨNG CHO HỌC SINH LỚP 12 KHI DẠY HỌC ÔN TẬP CHƯƠNG "PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN" (Hình học 12)

2.1. Một số vấn đề về rèn luyện TDLG và TDBC

2.1.1. Sự hình thành và phát triển TDLG và TDBC của HS trong dạy học môn toán

*) Lý do bồi dưỡng TDLG và TDBC cho HS phổ thông.

Vấn đề bồi dưỡng TDLG và TDBC cho HS và hình thành những kỹ năng, kỹ xảo. Suy luận hợp logic chiếm một vị trí quan trọng trong hoạt động dạy học môn toán ở phổ thông nói chung và toán học nói riêng.

HS khi bước vào trường THPT, mới chỉ có những thủ thuật tư duy rất sơ đẳng, chưa hiểu rõ TDLG cà TDBC. Đặc điểm của trường THPT không dạy học logic học là môn học giúp HS hiểu logic hình thức, logic biện chứng và cơ chế hoạt động của tư duy.

Các kiến thức về TDLG và TDBC rất cần thiết cho HS không chỉ lúc còn đang học mà khi ra cuộc sống cũng rất cần cho mỗi con người tự chủ - năng động – sáng tạo.

Do đặc điểm của khoa học toán học, môn toán có tiềm năng quan trọng có thể khai thác để rèn luyện cho HS TDLG và TDBC.

*) Mục đích và ý nghĩa của việc rèn luyện TDLG và TDBC cho HS phổ thông

Thứ nhất là phát triển TDLG và TDBC trong hoạt động lĩnh hội kiến thức của HS sẽ góp phần hình thành những phẩm chất đáng quý ở con người lao động mới đó là: Tự giác thông minh, tích cực độc lập suy nghĩ tự chủ có khả năng giải quyết vấn đề, linh hoạt sáng tạo trong cuộc sống.

Thứ 2 là TDLG và TDBC phát triển tốt sẽ rèn luyện cho HS khả năng tư duy lập luận định hướng nhanh, suy luận chính xác, khả năng sáng tạo độc lập linh hoạt .vv… Điều này dẫn đến những kết quả nhận thức bằng con đường ngắn và ít sức lực nhất, ít phạm sai lầm nhất.

Thứ ba là TDLG và TDBC của HS càng phát triển thì kết quả hoạt động học tập của các em càng mang lại hiệu quả. Bởi vì TDLG và TDBC đi kèm theo với hoạt động và có vai trò như một "kim chỉ nam" độc đáo, giúp các em lựa chọn những phương thức hợp lý nhằm đạt mục đích và kiểm tra kết quả của những hoạt động đạt được. Tính logic trong tuy duy đã tạo ra tính logic trong các hoạt động.

Thứ tư là TDLG và TDBC phải gắn liền từ ngữ mạch lạc, kết cấu chặt chẽ theo các quy tắc của logic học, do đó giữa TDLG và tư duy TDBC có mối quan hệ gắn bó hữu cơ (mặc dù TDBC không chỉ giúp phát triển tri thức bằng con đường logic). Tuy nhiên logic suy luận thông thường tuy bản thân nó không đạt đến những chân lý mới nhưng đồng thời cũng chắp cánh cho những tư tưởng sáng tạo vươn lên. Chính vì lẽ đó mà không thể phát triển TDLG và TDBC cho HS được nếu không dạy cho HS có thói quen đặt vấn đề và giải quyết vấn đề một cách logic tuân theo logic của dữ kiện và cần nhắc đến tính chất logic của câu hỏi và câu trả lời là điều cần thiết và không thể thiếu trong nhà trường phổ thông.

*) Vấn đề hình thành và phát triển TDLG và TDBC ở HS qua môn toán.

- Cần làm cho HS nắm vững, hiểu đúng và sử dụng đúng các liên kết logic (và, hoặc, nếu,…thì, phủ định, những lượng từ tồn tại và khái quát vv…).
- Cần phát triển ở HS khả năng định nghĩa và làm việc với định nghĩa.
- Cần phát triển khả năng hiểu chứng minh, trình bày lại chứng minh và độc lập tiến hành chứng minh.

- Cần phát triển khả năng giải toán độc lập cho HS.

Theo V.A.Krutecxki, Tiến sĩ khoa học tâm lý ("Tâm lý năng lực toán học của HS" 1973) việc rèn luyện các phẩm chất đặc trưng của TDLG có các nội dung cơ bản sau:

Hình thành và phát triển được năng lực TDLG trong lĩnh vực các quan hệ số lượng và không gian, hệ thống kí hiệu số và dấu, năng lực tư duy bằng các ký hiệu toán học.

Rèn luyện năng lực tư duy bằng các cấu trúc được rút gọn

Hình thành được tính linh hoạt, độc lập của các quá trình tư duy trong hoạt động toán học.

Hình thành trong quá trình suy luận toán học những năng lực chuyển từ tiến trình tư duy thuận sang tiến trình tư duy đảo, nhanh chóng và dễ dàng sửa lại phương hướng quá trình tư duy.

TDLG và TDBC là thành tố quan trọng trong cấu trúc nhân cách của con người mới. Chính vì lẽ đó mà ngay từ trong nhà trường phải hình thành và phát triển theo các hướng như:

Việc bồi dưỡng TDLG và TDBC cần được kết hợp với các hoạt động trí tuệ khác

Bồi dưỡng TDLG và TDBC cho HS cần đặt trọng tâm vào việc bồi dưỡng năng lực phát hiện và giải quyết vấn đề, cách lập luận chặt chẽ, tuân thủ các quy tắc suy luận.

Cần chú trọng bồi dưỡng từng yếu tố cụ thể của TDLG và TDBC trang bị cho HS các phương tiện, các thủ pháp của hoạt động nhận thức.

2.1.2. Các định hướng rèn luyện TDLG và TDBC cho học sinh THPT:

Định hướng 1: Trước hết cần tập duyệt cho HS thói quen suy luận logic thực hiện hệ thống hóa, dự đoán, mò mẫm, phân tích tổng hợp. Bởi lẽ có suy luận logic, có dự đoán, có mò mẫm thì HS mới phát hiện được vấn đề, có hướng mới trong cách giải quyết, sau đó dùng phân tích, tổng hợp để hệ thống lại . Nói cách khác HS phải biết nắm vững những phương pháp suy luận logic rồi khái quát hóa quy nạp cơ bản (giống nhau, khác biệt) biết cách chứng minh, biết cách bảo vệ chân lý bác bỏ cái sai, có khái niệm về giả thiết và xây dựng giả thiết.

Định hướng 2: Yêu cầu chủ yếu đối với việc bồi dưỡng TDLG cho HS là phải bồi dưỡng trong hoạt động, trong quá trình học tập và lĩnh hội các nội dung môn học.Song song với việc truyền thụ tri thức cơ bản của môn học là phải rèn luyện TDLG cho HS. Mỗi môn học đều có một thủ thuật và phương pháp TDLGcùng với công cụ rộng rãi suy diễn trong việc xây dựng các lý luận của mình. Toán học được trình bày bằng phương pháp tiên đề, sử dụng nhiều đến các khái niệm cơ bản, hệ thống số và các quy luật logic, vì vậy, việc rèn luyện cho HSTDLG ở môn toán rất cần thiết

Định hướng 3: Giúp cho HS tập dượt các thao tác tương tự, đặc biệt hóa, khái quát hóa. Bởi lẽ, khái quát hóa, đặc biệt hóa, tương tự hóa là các hoạt động trí tuệ chung của tư duy và là công cụ có tính quyết định để giải quyết các bài toán. Bản thân sự khái quát hóa, đặc biệt hóa, tương tự hóa là nguồn gốc vĩ đại của sự phát minh. PoLya trong "toán học và những suy luận có lý" đã khẳng định: "Có thể là sẽ không có một phát minh nào trong toán học sơ cấp cũng như trong toán học cao cấp thậm chí trong bất cứ lĩnh vực nào nếu ta không dung đến những thao tác tư duy khái quát hóa, đặc biệt hóa và tương tự hóa".

Mối liên hệ giữa 3 thao tác khái quát hóa, đặc biệt hóa và tương tự hóa xuất phát từ luật đồng nhất cụ thể của logic biện chứng. Trong TDBC cũng chứa đựng sự thống nhất giữa các mặt đối lập (đặc biệt hóa, khái quát hóa), sự thống nhất này có tính đa dạng (tương tự), sự đồng nhất của tính khác biệt. Quy luật này có tác dụng giúp quá trình tư duy nhanh, bền vững và linh hoạt.

Mặt khác, khái quát hóa, đặc biệt hóa và tương tự hóa có mối liên hệ hữu cơ với nhau theo một cơ chế chung của tư duy. Sáng tạo toán học là một loạt suy diễn và quy nạp kế tiếp nhau đó là: suy diễn đưa đến những sự kiện cụ thể riêng biệt (đặc biệt hóa), sau đó so sánh, đối chiếu các sự kiện với nhau để phát hiện ra những dấu hiệu chung, rồi khái quát lên thành lý thuyết tổng quát (khái quát hóa). Suy diễn tiếp theo lại giúp ta phát hiện ra những vấn đề mới, những sự kiện cụ thể mới (phép tương tự)

Khái quát hóa và đặc biệt hóa là quá trình đối lập nhau, song lại thống nhất với nhau, thường được vận dụng trong tìm tòi, mò mẫn giải bài toán.

Trong khi luyện tập cho HS hoạt động khái quát hóa, không chỉ yêu cầu HS đi từ cái riêng đến cái chung (khái quát hóa) mà còn đòi hỏi HS đi từ cái chung đến cái riêng (đặc biệt hóa) và làm rõ mối quan hệ chung – riêng của TDBC.

Định hướng 4 : Rèn luyện cho HS giải những bài toán gắn với thực tiễn luôn vận động phát triển.

Việc cho HS giải những bài toán thực tiễn rất cần thiết, bởi lẽ đây là bước tiến chuẩn bị vào đời sống thực tiễn vô cùng phong phú và đa dạng, việc vận dụng giải quyết các vấn đề thực tiễn là tăng cường khả năng sáng tạo cho HS dẫn tới hình thành phẩm chất luôn luôn muốn ứng dụng tri thức và phương pháp toán học để giải thích, phê phán và giải quyết những sự việc trong cuộc sống .

Toán học bắt nguồn, phản ánh, phát triển và phục vụ cuộc sống thực tiễn. Nói cách khác thực tiễn là tiêu chuẩn chân lý của toán học và của các khoa học khác. Mối liên hệ giữa toán học và thực tiễn có tính chất phổ dụng, toàn bộ và nhiều tầng. Trong quá trình dạy học, thực tiễn là điều kiện tất yếu để hình thành cho HScác loại TDLG và TDBC cùng các kĩ năng, kỹ xảo và nắm vững kiến thức phổ thông. Chính vì vậy, việc cho HS làm quen các bước vận dụng toán học, thực tiễn là điều cần thiết và không thể thiếu trong chương trình toán học phổ thông.

Khi GV vận dụng vào các tình huống cho HS nắm được kiến thức cơ bản của giáo dục phổ thông, kinh nghiệm hiểu biết và ứng dụng trong thực tiễn các bài toán về cực trị thường gắn với ý định tiết kiệm về giá trị và giá trị sử dụng. Mô hình với thực tiễn có thể coi là sự tương tự bề ngoài hay tương tự về cấu trúc bên trong hoặc tương tự hiệu quả. Qua hoạt động thực tiễn HS thấy được các quy luật vận động và phát triển của thực tiễn được toán học hóa. Do đó TDBC về sự vận động và phát triển của nội dung toán học được nâng cao

Định hướng 5 : Giúp HS khả năng hệ thống hóa kiến thức và phương pháp giải các dạng bài tập cùng loại. Sự mở rộng bài toán ban đầu là biểu hiện của mối quan hệ của các cặp phạm trù như nội dung và hình thức, vận động và đứng yên, lấy cái bất biến ứng cái vạn biến vv… đây là tư tưởng của sự sáng tạo.

Việc hệ thống hóa kiến thức giúp HS có cái nhìn toàn diện đối với một chương, thấy rõ mối quan hệ giữa các chương đó với chương khác. Vị trí và tầm quan trọng của chương đối với toàn cục, từ đó có cách dạy cho phù hợp.

Mặt khác, hệ thống phương pháp giải từng loại toán như : loại chứng minh, loại tính toán cực trị, loại toán quĩ tích vv… sẽ làm cho HS có cách nhìn toàn cục về giải toán, đồng thời tạo cơ sở cho các em dùng TDLG đưa các bài toán thường gặp về các dạng bài toán đã được hệ thống hóa. Điều khó khăn của HS là các em phải biết phân tích nội dung bài toán để xác định bài toán thuộc loại toán nào, điều này tùy thuộc vào tính linh hoạt, thông minh của mỗi HS.

Định hướng 6: Cần phải quan tâm tới những sai lầm của HS. Bởi lẽ, I.A.Komensky khẳng định: “ Bất kỳ một sai lầm nào cũng có thể làm cho HS học kém đi, nếu như giáo viên không chú ý ngay tới sai lầm đó, bằng cách hướng dẫn HS tự nhận ra và sửa chữa, khắc phục sai lầm”. Các sai lầm thường gặp của HS là: Sai lầm về chiến lược giải toán, sai lầm về chiến thuật giải toán, các sai lầm về logic: không nắm quy tắc logic và phương pháp suy luận, suy diễn thiếu chặt chẽ, diễn đạt không rõ ý, dài dòng, trình bày lời giải không khoa học, TDLG và tư duy thuật toán còn yếu, thiếu kiến thức về logic, sai lầm về hình thức (điều này thể hiện ở chỗ không nắm vững bản chất ký hiệu công thức toán học), sai lầm về công thức, các sai lầm khi vận dụng định nghĩa, dịnh lý, kĩ năng tính toán, suy luận không logic vv…

Định hướng 7: Phải đưa ra câu hỏi mang tính chất gợi ý để HS phát hiện và giải quyết vấn đề. Bởi lẽ hầu hết các giáo viên có kinh nghiệm đều sử dụng rất nhiều kỹ thuật đặt câu hỏi khi giảng trên lớp và tại nhóm, cũng có khi giảng cho từng cá nhân HS. Ưu điểm của việc hệ thống câu hỏi này là: trình bày vấn đề một cách logic và truyền đạt logic này cho HS, khuyến khích HS hiểu vấn đề hơn là học vẹt, đồng thời giáo viên cũng nhận được phản hồi tức thì, qua đó biết được HS thực hành sử dụng những ý tưởng và từ ngữ mà giáo viên giảng dạy cho HS, cho phép giáo viên có thể đánh giá kết quả học tập của HS, khuyến khích sự phát triển kỹ năng suy nghĩ logic ở cấp độ cao đối với HS.

Khi giáo viên đặt câu hỏi đối với HS cần phải lưu ý đến những điểm sau:

Câu hỏi phải khuyến khích tất cả HS trong lớp đều phải suy nghĩ, sau khi đặt câu hỏi cần dừng lại đôi chút để HS trong lớp đều động não, tư duy : Khuyến khích các em trả lời và luôn luôn khen ngợi câu trả lời đúng nên phân phối câu hỏi càng rộng càng tốt để tạo điều kiện cho nhiều em có khả năng trả lời.

Các loại câu hỏi thường gặp như: Câu hỏi đóng (là loại câu hỏi chỉ có một câu trả lời đúng và thường là rất ngắn); câu hỏi mở (là loại câu hỏi câu trả lời có rất nhiều chi tiết và thường là có nhiều câu trả lời đúng, làm cho HS phải suy nghĩ nhiều, giúp cho giáo viên biết được mức độ hiểu bài của HS)

Các cấp độ của câu hỏi cũng khác nhau, có câu hỏi chỉ đơn thuần yêu cầu HS nhớ lại kiến thức, có tác dụng củng cố mạch logic của kiến thức mới học, luyện trí nhớ, nhấn mạnh đến những điểm chính của vấn đề. Câu trả lời loại câu hỏi này là thông tin cho GV biết HS có thể ghi nhớ logic hay không. Nhưng cũng có câu hỏi đòi hỏi suy nghĩ có tính liên kết logic cấp cao, việc này là rất quan trọng bởi lẽ khi đã hình thành, những kỹ năng này có thể được áp dụng trong bất kỳ trường hợp nào có thể áp dụng trong bất kỳ lĩnh vực nào của con người

2.1.3. Nguyên tắc xây dựng các biện pháp rèn luyện TDLG và TDBC

**** Cơ sở xác định các nguyên tắc***

Việc xây dựng các biện pháp rèn luyện TDLG và TDBC cần tuân theo các nguyên tắc cụ thể nhằm đảm bảo phát huy được các thao tác trí tuệ đặc trưng của TDLG và TDBC phù hợp với từng đối tượng HS, qua đó đáp ứng được yêu cầu nâng cao chất lượng dạy và học theo hướng đổi mới hiện nay.

Cơ sở để xác định các nguyên tắc bao gồm:

- Cơ sở lý luận: Nguyên tắc xây dựng các biện pháp cần dựa trên cơ sở lý luận về tư duy, TDLG và TDBC, đặc biệt là khai thác các yếu tố khoa học đặc trưng TDLG và TDBC.

- Cơ sở thực tiễn: Các biện pháp rèn luyện TDLG và TDBC được thực hiện dựa trên mục đích dạy học nội dung tri thức về "Phương pháp tọa độ trong không gian" trong chương trình hình học 12 THPT và các yêu cầu về chuẩn kiến thức, kĩ năng của bộ môn, đồng thời đáp ứng được yêu cầu đổi mới phương pháp dạy và học hiện nay.

- Cơ sở tâm lí học: Việc xác định các nguyên tắc rèn luyện TDLG và TDBCphải phù hợp với đặc điểm tư duy, tâm lí lứa tuổi HS THPT.

**** Nguyên tắc xây dựng các biện pháp***

Nguyên tắc 1: Xây dựng biện pháp rèn luyện TDLG và TDBC thông qua ôn tập chương phải bám sát mục tiêu là các đặc trưng cơ bản của TDLG và TDBC.

Nguyên tắc 2: Xây dựng biện pháp rèn luyện TDLG và TDBCphải phù hợp với các yêu cầu về chuẩn kiến thức, kĩ năng của chương phương pháp tọa độ trong không gian và của môn Toán nói cung ở chương trình THPT.

Nguyên tắc 3: Xây dựng biện pháp rèn luyện TDLG và TDBCcần có sự kết hợp nhuần nhuyễn với các phương pháp dạy học tích cực theo hướng đổi mới hiện nay.

Nguyên tắc 4: Xây dựng biện pháp rèn luyện TDLG và TDBCphải đảm bảo tính vừa sức với từng đối tượng HS trong tham gia hoạt động ôn tập.

2.2. Nội dung ôn tập chương " phương pháp tọa độ trong không gian"

Trong phân phối chương trình môn toán lớp 12 ban cơ bản hiện nay, chương " phương pháp tọa độ trong không gian" có số tiết là 20, cụ thể:

§1. Hệ tọa độ trong không gian	5 tiết
§2. Phương trình mặt phẳng	6 tiết
§3. Phương trình đường thẳng trong không gian	7 tiết
Ôn tập chương	2 tiết

a) Về kiến thức:HS phải nắm vững các khái niệm, tính chất, định lý về vec tơ và tọa độ trong không gian; Nắm vững các khái niệm, tính chất, định lý trong hình học không gian đã học ở lớp 11 và 12; Biết cách viết phương trình mặt cầu, phương trình tổng quát của mặt phẳng, phương trình tham số của đường thẳng; Biết cách tìm điều kiện để hai mặt phẳng song song, cắt nhau, vuông góc; tìm điều kiện để hai đường thẳng song song, cắt nhau, chéo nhau; Biết cách tìm khoảng cách giữa hai điểm có tọa độ cho trước, khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng; khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau; khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng...

b) Về kỹ năng:

- Kỹ năng về thực hành tính toán, vẽ hình, khai thác bài toán, trình bày lời giải;

- Kỹ năng tính được tọa độ của điểm, của vecto, tính được tích vô hướng của hai vecto, tính được khoảng cách giữa hai điểm có tọa độ cho trước.

- Kỹ năng xác định được các vecto pháp tuyến của mặt phẳng, biết viết phương trình tổng quát của mặt phẳng và tính được khoảng cách từ một điểm đến một MP.

- Kỹ năng biết viết phương trình tham số của đường thẳng, biết cách sử dụng phương trình của hai đường thẳng để xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng đó.

c) Về tư duy:

- TDLG thông qua sử dụng ngôn ngữ tự nhiên, ngôn ngữ ký hiệu toán học, hình vẽ;

- TDLG thông qua suy luận toán học;

- TDLG và TDBC thông qua: Phân tích, tổng hợp, so sánh, tương tự, đặc biệt hóa,khái quát hóa,…

- TDBC thông qua tiến hành các hoạt động trí tuệ phổ biến trong toán học: Lật ngược vấn đề, xét tính giải được, phân chia trường hợp, xét tương ứng, tương tự…

*** Ôn tập các dạng kiến thức và bài tập cơ bản nhằm rèn luyện TDLG và TDBC** **(**Sự chia dạng bài tập này chỉ mang tính chất tương đối do kiến thức cơ bản và bài tập tương ứng ở các phần đều có sự đan xen). Để ôn tập và giải được các dạng bài tập theo đúng quy trình, HS phải thường xuyên thực hiện các thao tác trí tuệ sử dụng TDLG và TDBC trong các việc ôn tập và thực hành giải bài tập. Việc nhấn mạnh hoạt động TDLG và TDBC thông qua: Phân tích, tổng hợp, so sánh, tương tự, đặc biệt hóa,khái quát hóa; cùng các hoạt động trí tuệ phổ biến trong toán học: Lật ngược vấn đề, xét tính giải được, phân chia trường hợp, xét tương ứng, tương tự…giúp cho HS thực hiện có hiệu quả việc ôn tập kiến thức và giải bài tập ôn tập chương.

Kiến thức và bài tập về mặt phẳng:

Dạng 1: Lập phương trình mặt phẳng;

Dạng 2: Vị trí tương đối của điểm và mặt phẳng;

Kiến thức và bài tập về đường thẳng:

Dạng 1: Lập phương trình đường thẳng;

Dạng 2: Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng;

Dạng 3: Vị trí tương đối của hai đường thẳng.

Kiến thức và bài tập liên quan đến điểm, đường thẳng và mặt phẳng:

Dạng 1: Điểm và mặt phẳng;

Dạng 2: Điểm và đường thẳng;

Dạng 3: Góc trong không gian.

Kiến thức và bài tập mặt cầu:

Dạng 1: Lập phương trình mặt cầu;

Dạng 2: Vị trí tương đối của điểm và mặt cầu;

Dạng 3: Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt cầu;

Dạng 4: Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu;

Dạng 4: Tiếp diện của mặt cầu.

2.3. Một số biện pháp nhằm rèn luyện tư duy logic và tư duy biện chứng cho học sinh lớp 12 thông qua ôn tập chương “ phương pháp tọa độ trong không gian”.

2.3.1. Nhóm biện pháp: Rèn luyện tư duy logic

Trong dạy học toán ở THPT, việc rèn luyện TDLG cần đặc biệt chú ý rèn các thao tác tư duy cơ bản như: phân tích tổng hợp, so sánh, khái quát hóa, đặc biệt hóa..., rèn luyện các kỹ năng của TDLG như: Kĩ năng tổng kết hóa những kết quả đã thu được, kĩ năng này gắn liền với thao tác "khái quát hóa – đặc biệt hóa"; Kĩ năng phân chia những trường hợp riêng biệt rồi hợp chúng lại, kĩ năng này gắn liền với thao tác tư duy " phân tích – tổng hợp – so sánh"; Kĩ năng rút ra các hệ quả từ tiên đề cho trước, kĩ năng này gắn liền với kĩ năng suy luận quy nạp .

Thật vậy, bước đầu của dạy TDLG cho HS là dạy các thao tác tư duy cơ bản. Nếu trong dạy học không xác định được điều đó thì không thể nói đến dạy học phát triển. Trong dạy học, rèn luyện TDLG cần chú trọng đến trong dạy học toán cho học sinh THPT là dựa trên nội dung dạy học để hình thành và luyện tập các thao tác:

2.3.1.1.Biện pháp 1: Rèn "Kĩ năng tổng kết hóa những kết quả đã thu được" để củng cố hệ thống khái niệm, định lí

a. Cơ sở của biện pháp;

Trong một bài toán luôn hàm chứa những yếu tố làm cơ sở cho HS căn cứ vào để giải quyết. Muốn giải quyết được ta phải vận dụng những khái niệm đã cho để phân tích những đặc điểm chính qua đó tìm ra lời giải cho bài toán. Chính kỹ năng tổng kết hóa những kết quả thu được sẽ rèn cho HS biết khái quát hóa, đặc biệt hóa bài toán, sẽ giúp HS tách được dấu hiệu chung, bản chất, những mối liên hệ bên trong mang tính quy luật của đối tượng được nghiên cứu.Bằng cách đó, HS sẽ tiết kiệm được sức lực, thời gian học tập của mình, biết khám phá các tri thức khoa học bằng những phương pháp tối ưu.Có những yếu tố hiện lên một cách trực tiếp qua ngôn ngữ trong bài toán nhưng cũng có những yếu tố được ẩn tàng, đánh lừa khả năng tư duy của HS. Vì vậy nhiệm vụ của giáo viên là phải hướng dẫn cho HS cách phân tích các yếu tố của đề bài để học sinh nhận ra và đề xuất được các yếu tố, các vấn đề mới có mối liên hệ với yếu tố phải tìm của bài toán từ đó giải quyết bài toán dựa trên những mối liên hệ mới.

b. Mục đích, ý nghĩa:

Biện pháp đưa ra nhằm mục đích rèn luyện cho học sinh khả năng vận dụng những yếu tố đã biết, nhìn nhận và phát hiện nhanh chóng những mối liên hệ mới, những vấn đề mới hoặc chức năng mới của đối tượng có liên quan đến yếu tố cần phải tìm có trong bài toán để giải quyết bài toán dựa trên mối liên hệ của những vấn đề mới, từ đó hoàn thiện thêm khả năng TDLG cho học sinh.

c. Ví dụ áp dụng:

Ví dụ 2.1: Cho bốn điểm $A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1), D(-2;1;-1)$

a) Chứng minh A, B, C, D là bốn đỉnh của một tứ diện.

b) Tìm góc giữa hai đường thẳng AB và CD.

Giải

*) Phân tích:

Học sinh đã biết cách viết phương trình tổng quát của mặt phẳng trong trường hợp đi qua 3 điểm. Ở phần a) GV phải hướng dẫn HS biết cách nhìn nhận: qua 4 điểm không đồng phẳng ta sẽ lập được một tứ diện. Từ đó học sinh sẽ biết cách chứng minh A, B, C, D là bốn đỉnh của một tứ diện là phải đi chứng minh A, B, C, D không đồng phẳng. Có 3 cách để chứng minh A, B, C, D không đồng phẳng:

+) Cách 1: Viết phương trình mp (BCD) rồi chứng minh $A \notin (BCD)$,

+) Cách 2: Viết phương trình mp (BCD) rồi chứng minh $d(A,(BCD)) \neq 0$

+) Cách 3: Chứng minh $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng.

Phần b) GV hướng dẫn HS rút ra cách tính góc giữa hai đường thẳng dựa vào định nghĩa tích vô hướng của hai vecto.

*) Lời giải chi tiết:

a) Ta có: $\overrightarrow{BC}=(0;-1;1)$ và $\overrightarrow{BD}=(-2;0;-1)$.

Suy ra (BCD) có vecto pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BD}=(1;-2;-2)$.

Vậy phương trình của mp (BCD) là:

$x-2(y-1)-2z=0$ hay $x-2y-2z+2=0 \quad (1)$.

Cách 1: Thay tọa độ điểm A vào phương trình (1) ta thấy không thỏa mãn, nên A không thuộc mp (BCD). Vậy bốn điểm A, B, C, D là bốn đỉnh của một tứ diện.

Cách 2: Ta có: $d(A,(BCD))=\dfrac{|1-2.0-2.0+2|}{\sqrt{1+4+4}}=1\neq 0$.

Vậy A không thuộc mp (BCD). Vậy bốn điểm A, B, C, D là bốn đỉnh của một tứ diện.

Cách 3: Ta có

$$\overrightarrow{AB}=(-1;1;0);\overrightarrow{AC}=(-1;0;1);\overrightarrow{AD}=(-3;1;-1)$$

Không tồn tại cặp số thực (m,n) nào để $\overrightarrow{AB}=m\overrightarrow{AC}+n\overrightarrow{AD}$

Vậy $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng. Hay A, B, C, D là bốn đỉnh của một tứ diện.

b) Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-1;1;0);\overrightarrow{CD}=(-2;1;-2)$

$$\Rightarrow \cos(AB,CD)=\frac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{AB.CD}=\frac{|(-1)(-2)+1.1+0.(-2)|}{\sqrt{1+1+0}.\sqrt{4+1+4}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Vậy $(AB,CD)=45^0$.

Ví dụ 2.2: Trong không gian Oxyz cho A(a; 0; 0), B(0; a; 0), C(0; 0; a) với a>0. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ O xuống mặt phẳng (ABC). Tìm toạ độ điểm H.

*) Phân tích:

Với bài toán này, đa số học sinh sẽ đi tìm toạ độ điểm H như sau:

- Viết phương trình mặt phẳng (ABC)

- Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua O và vuông góc với mặt phẳng (ABC).

- Điểm H chính là giao điểm của (d) và mặt phẳng (ABC).

*)Lời giải chi tiết:

Cách 1: Mặt phẳng (ABC) đi qua A(a; 0; 0), B(0; a; 0), C(0; 0; a) có phươngtrình:

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1 \Leftrightarrow x+y+z=a$$

- Gọi (d) là đường thẳng đi qua O và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Khi đó (d) nhận vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$của mặt phẳng (ABC) làm vectơ chỉ phương. Vậy phương trình đường thẳng (d) có dạng:

$$\begin{cases} x=t \\ y=t \quad t\in\mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$$

- Gọi H chân đường vuông góc hạ từ O xuống mặt phẳng (ABC). Khi đó H là giao điểm của (d) và mặt phẳng (ABC). Vậy toạ độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=t \\ x+y+z=a \end{cases} \Leftrightarrow x=y=z=\frac{a}{3}$$

$$\Rightarrow H\left(\frac{a}{3};\frac{a}{3};\frac{a}{3}\right)$$

Tuy nhiên nếu ta sử dụng tính chất hình học: Giáo viên nên hướng dẫn học sinh phân tích sử dụng tính chất hình của tứ diện OABC ta có cách giải thứ 2 như sau.

Cách 2:

Vì $AB = BC = CA = a\sqrt{2} \Rightarrow \vartriangle ABC$ là tam giác đều.

Mặt khác ta có:

$OA = OB = OC = a \Rightarrow O.ABC$ tứ diện đều.

Như vậy: H là chân đường vuông góc hạ từ O xuống mặt phẳng (ABC) thì H là trọng tâm của tam giác ABC.

$$\Rightarrow H\left(\frac{a}{3};\frac{a}{3};\frac{a}{3}\right)$$

Qua các ví dụ trên ta biết rằng, sử dụng phương pháp toạ độ để giải toán thường không chú trọng nhiều đến tính chất hình học của bài toán. Tuy nhiên qua các bài toán trên ta thấy rằng, bằng việc liên tưởng đến các tính chất hình học tổng hợp HS có thể giải được bài toán rất dễ dàng. Việc rèn luyện cho HS thói quen khái quát hóa, đặc biệt hóa bài toán để tìm ra phương pháp tối ưu giúp HS dễ dàng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, dễ dàng chuyển từ giải pháp này sang giải pháp khác điều chỉnh suy nghĩ khi gặp lời giải khó khăn, cồng kềnh. Đồng thời nó giúp HS thoát khỏi suy nghĩ dập khuôn máy móc, sử dụng thuật toán có sẵn, để từ đó giúp HS nhận ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng đã biết. Như vậy việc rèn cho HS thói quen liên tưởng đã rèn cho các em kỹ năng tổng kết hóa những kết quả đã thu được trong tư duy khi giải toán đồng thời còn giúp cho các em có niềm đam mê với toán học nhiều hơn nữa.

2.3.1.2.Biện pháp 2: Rèn "Kĩ năng phân chia những trường hợp riêng biệt rồi hợp chúng lại" để củng cố hệ thống bài tập.

a. Cơ sở của biện pháp

Trong quá trình dạy học, các bài tập là một dạng tình huống có vấn đề mà GV đặt ra cho HS. Đứng trước một vấn đề nào đó, HS phải có sự huy động ở mức cao nhất các thao tác tư duy. Tuy nhiên, để chuẩn bị cho các em có thể giải quyết nhanh gọn những yêu cầu mà bài toán đặt ra đòi hỏi GV phải đi theo một trình tự nhất định. Trước hết GV phải hướng dẫn cho các em phân tích bài toán mẫu. Sau khi xem xét bài toán ví dụ mẫu, học sinh sẽ trải qua quá trình ghi nhớ, lĩnh hội đến chỗ tái hiện và tái tạo trên cơ sở bài toán ví dụ mẫu. Trong quá trình dạy học củng cố định lí về đường thẳng, mặt phẳng, mặt cầu GV có thể hướng dẫn HS bằng cách cho HS phát biểu và giải bài tập tương tự dựa vào bài tập mẫu hoặc thay đổi lời văn, số liệu của bài tập dùng làm mẫu để đặt HS vào một tình huống mới, dạng bài tập này chỉ mới ở mức độ vừa phải nên HS có thể dễ dàng cho HS thực hiện với sự hứng thú, tích cực cao. Giáo viên còn có thể xây dựng hệ thống bài tập bằng cách thêm những giả thiết khác nhau nhưng phần kết luận và phương pháp giải giống nhau, ví dụ như phát biểu và giải bài toán tương tự, bài toán tổng quát, từ đó hướng dẫn học sinh phân tích, phát hiện, giải các bài tập đó và có thể đề xuất bài toán mới.

b. Mục đích, ý nghĩa

Rèn luyện cho học sinh tư duy linh hoạt, khả năng phân tích, tổng hợp bài toán, giúp học sinh thấy được nhiều bài toán khác nhau được khai thác từ một nội dung giống nhau giúp học sinh có thể nhìn nhận bài toán dưới nhiều cấp độ, nhiều trường hợp, đồng thời phát hiện được phương pháp chung để giải quyết một bài toán, góp phần hoàn thiện khả năng TDLG cho HS.

c.Ví dụ áp dụng

Ví dụ 2.3:

Cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100$ và mp(α) có phương trình $2x-2y-z+9=0$. Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C). Hãy xác định tọa độ tâm và tính bán kính của đường tròn (C).

*) Phân tích:

Với bài toán trên, dựa vào định lí về phương trình mặt cầu HS dễ dàng nhận biết được tọa độ tâm I và bán kính r mặt cầu (S), biết vtpt của mp (α). Giả thiết đã cho mp(α) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C). Để tìm tâm của đường tròn (C) HS có thể nghĩ đến hình chiếu J của I trên mp (α) chính là tâm của đường tròn (C). Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua I và vuông góc với (α). Sau đó tìm tọa độ giao điểm của Δ và (α) sẽ được tọa độ điểm J.

*) Lời giải chi tiết

Mặt cầu (S) có tâm I(3;-2;1) và có bán kính r = 10.

Ta có: $d(I,(\alpha))=6<10$, suy ra mp (α) cắt (S) theo một đường tròn (C). Tâm J của (C) chính là hình chiếu vuông góc của I trên mp (α).

Đường thẳng Δ đi qua I và vuông góc với (α) nên Δ có phương trình là:

$$\begin{cases} x=3+2t \\ y=-2-2t \\ z=1-t \end{cases}$$

Δ cắt (α) tại $J(3+2t;-2-2t;1-t)$. Vì $J\in(\alpha)$ nên ta có:

$$2(3+2t)-2(-2-2t)-(1-t)+9=0 \Leftrightarrow 9t+18=0 \Leftrightarrow t=-2.$$

Vậy ta được $J(-1;2;3)$.

Bán kính r’ của (C) là

$$r' = \sqrt{r^2 - d^2\left(I, (\alpha)\right)} = \sqrt{100 - 36} = 8 .$$

Ví dụ 2.4:

Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz , cho 4 điểm A (3;3;0), B(3;0;3) , C (0;3;3) , D (3;3;3).

a) Viết phương trình mặt cầu đi qua 4 đỉnh A, B, C, D .

b) Tìm toạ độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

*) Phân tích:

Với bài toán này tuỳ theo các cách nhìn khác nhau và ta có các cách giải khác nhau:

*) Lời giải chi tiết:

a) Cách 1: Đa số học sinh thường áp dụng phương pháp truyền thống như sau:

Gọi phương trình mặt cầu cần tìm có dạng:

$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ .Vì mặt cầu đi qua A, B, C, D nên có hệ sau để xác định a, b, c, d :

$$\begin{cases} 18 + 6a + 6b + d = 0(1) \\ 18 + 6a + 6c + d = 0(2) \\ 18 + 6b + 6c + d = 0(3) \\ 27 + 6a + 6b + 6c + 6d = 0(4) \end{cases}$$

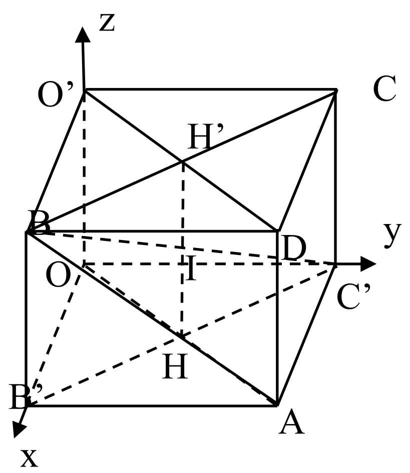
Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow a = b = c$, ta có: $\begin{cases} 18 + 12a + d = 0 \\ 28 + 18a + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{3}{2} \\ d = 0 \end{cases}$

Thay $a = b = c = -\dfrac{3}{2}, d = 0$ vào phương trình tổng quát của mặt cầu ta có:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 3y - 3z = 0$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 3y - 3z = 0$

Như vậy, với lối tư duy thông thường học sinh có thể có lời giải như cách 1. Tuy nhiên với lời giải này học sinh có thể gặp khó khăn khi giải hệ 4 phương trình với bốn ẩn và khả năng rèn luyện tư duy cho người học là không cao. Nhưng nếu ta phân tích từ giả thiết của bài toán ta có thể có cách giải thứ 2 như sau:



Hình 2.1

Cách 2: Ta có:

Ta dễ dàng tính được:

$\overrightarrow{DB} = (0;-3;0), \overrightarrow{DA} = (0;0;-3), \overrightarrow{DC} = (-3;0;0)$

Như vậy: $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DA} = 0; \overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC} = 0; \overrightarrow{DC}.\overrightarrow{DA} = 0.$

Nên tứ diện D.BAC là tứ diệnvuông tại D xem tứ diện ABCD là 4 đỉnh của hình hộp chữ nhật B’OCA.BO’CD (hình vẽ).

Dễ thấy mặt cầu đi qua 4 đỉnh A, B, C, D là mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật B’OCA.BO’CD

Mặt khác ta thấy:

$\overrightarrow{BD} = (0;3;0) \Rightarrow BD = 3$

$\overrightarrow{CD} = (3;0;0) \Rightarrow CD = 3$

$\overrightarrow{AD} = (0;0;3) \Rightarrow AD = 3$

Suy ra :

B’OCA.BO’CD là hình lập phương

Gọi HH ' là trục của hình lập phương

Gọi I là trung điểm của HH’

$\Rightarrow$ I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương B'OCA.BO'CD.

Gọi R là bán kính của mặt cầu cần tìm.

Khi đó : $R = IB = \frac{1}{2}BC'$

Ta có: $C' \in 0y$ mà $OC' = 3 \Rightarrow C' = (0;3;0)$

$\Rightarrow \overrightarrow{BC} = (-3;3;-3)$

$\Rightarrow BC = \sqrt{(-3)^2 + 3^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{2}$

$\Rightarrow R = IB = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

H' là trung điểm của BC nên : $H' = \left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};0\right)$

$B' \in Ox \Rightarrow B' = (3;0;0)$

H là trung điểm của B'C' nên : $H = \left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};3\right)$

I là trung điểm của HH' nên : $I = \left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là:

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{27}{4}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 3y - 3z = 0$$

b) Cách 1: Học sinh tìm toạ độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng cách truyền thống như sau:

+) Viết phương trình mặt phẳng (ABC)

Ta có : $\overrightarrow{AB} = (0;-3;3);\overrightarrow{AC} = (-3;0;3) \Rightarrow \left|\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right| = (-9;-9;-9)$

Phương trình mặt phẳng ABC đi qua A (3;3;0) và có vectơ chỉ phương

$\vec{n} = (1;1;1)$ cùng phương với $\left|\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right|$. Vậy MP (ABC) có phương trình dạng

$1(x-3)+1(y-3)+1z=0 \Leftrightarrow x+y+z-6=0$

+ Kẻ $IK \perp (ABC)$ với $K \in (ABC)$

$\Rightarrow$ K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Ta có đường thẳng IK nhận VTPT của mp(ABC) làm VTCP và đi qua I nên IK có dạng:

$$\begin{cases} x = \dfrac{3}{2} + t \\ y = \dfrac{3}{2} + t \quad\quad t \in \mathbb{R} \\ z = \dfrac{3}{2} + t \end{cases}$$

Ta có: K = IK ∩(ABC) nên tọa độ của K thỏa mãn hệ phương trình :

$$\begin{cases} x = \dfrac{3}{2} + t \\ y = \dfrac{3}{2} + t \\ z = \dfrac{3}{2} + t \\ x + y + z - 6 = 0 \end{cases} \quad\quad \Rightarrow t = \frac{1}{2} \Rightarrow K(2;2;2)$$

Vậy tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $K(2;2;2)$.

Như vậy, với lối tư duy thông thường học sinh có thể có lời giải như cách 1. Tuy nhiên với lời giải này khả năng rèn luyện tư duy cho người học là không cao, nhưng nếu ta phân tích từ giả thiết của bài toán và sử dụng tính chất hình học ta có thể có cách giải thứ 2 như sau:

Cách 2:

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (0;-3;3) \Rightarrow AB = 3\sqrt{2}$

$\overrightarrow{AC} = (-3;0;3) \Rightarrow AC = 3\sqrt{2}$

$\overrightarrow{BC} = (-3;3;0) \Rightarrow BC = 3\sqrt{2}$

Do đó tam giác ABC là tam giác đều cạnh $3\sqrt{2}$. Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC suy ra K là trọng tâm của tam giác ABC . Áp dụng công thức tìm toạ độ trọng tâm trong tam giác ta có:

$$\begin{cases} x_K = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} = \dfrac{3+3+0}{3} = 2 \\ y_K = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} = \dfrac{3+0+3}{3} = 2 \Rightarrow K(2;2;2) \\ z_K = \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3} = \dfrac{0+3+3}{3} = 2 \end{cases}$$

Vậy toạ độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là K (2; 2; 2) .

Qua các ví dụ trên bằng việc rèn luyện cho học sinh cách phân tích đầu bài, kết hợp với các kiến thức hình học đã biết và các mối liên hệ giữa giữa các hình với nhau chẳng hạn như tứ diện và hình hộp chữ nhật, hình lập phương ...tưởng trừng như không có mối liên hệ nhưng khi gắn kết chúng ta lại có lời giải ngắn gọn, độc đáo. Từ đó đã giúp cho người học tạo nên nhiều lời giải hay, ngắn gọn cho một bài toán

- Trong bài toán viết phương trình đường thẳng d đi qua một điểm A cho trước vuông góc với đường thẳng $d_1$và cắt đường thẳng $d_2$cho trước. Phân tích: Để viết được phương trình đường thẳng d thoả mãn các yêu cầu trên ta có thể sử dụng các cách sau:

Cách 1: Viết phương trình mp (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d_1. Viết phương trình mp (Q) đi qua A và chứa đường thẳng d_2.

Cách 2: Viết phương trình mp (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳngd_1. Xác định điểm B của đường thẳng $d_2$và (P) . Viết phương trình đường thẳng d qua A và nhận $\overline{AB}$ làm VTCP (cần kiểm tra d không song song với d_1)

Cách 3: Giả sử đường thẳng d cắt d_2 tại B , khi đó toạ độ điểm B thoả mãn phương trình đường thẳng d_2, từ đó xác định được $\overrightarrow{AB}$, xác định toạ độ vectơ $\overrightarrow{a_1}$ là một VTCP của d_1.

Vì $d \perp d_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\vec{a} = 0$ Từ đó xác định được tọa độ điểm B. Viết phương trình đường thẳng d qua A và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm VTCP.

2.3.1.3. Biện pháp 3: Rèn "Kĩ năng rút ra các hệ quả từ những tiền đề cho trước" nhằm củng cố hệ thống bài tập.

Nhằm rèn luyện cho học sinh vận dụng linh hoạt các phương pháp suy luận quy nạp nhằm chuyển đổi giải pháp với bài toán đã cho.

a. Cơ sở của biện pháp:

Trong dạy học bài tập hình học không gian, khả năng suy luận của HS hiện nay còn gặp rất nhiều khó khăn, nó đòi hỏi học sinh phải có một năng lực tư duy tốt, kể từ khâu nắm bắt yêu cầu của đề bài. Nhiều bài tập từ chỗ đề ra đến việc vẽ hình cũng làm cho các em rất lúng túng, do vậy giáo viên phải biết hướng dẫn và tập luyện cho HS cách nhìn nhận bài tập, hình vẽ dưới các khía cạnh khác nhau: Có thể dùng trực tiếp kiến thức hình học không gian để giải hoặc cũng có thể đưa về dạng tương tự trong hình học phẳng để giải hay cũng có thể sử dụng phương pháp vectơ, phương pháp toạ độ...Từ các cách nhìn nhận phân tích đó đưa ra các cách giải độc đáo và hoàn thiện hơn; vậy nhiệm vụ của GV cần phải rèn luyện cho HS biết nhìn vấn đề dưới nhiều góc độ khác nhau. Làm được điều này sẽ giúp cho các em có được năng lực nhìn ra những mối liên hệ trong những sự kiện mà bên ngoài liên tưởng như không có liên hệ với nhau, đồng thời giúp các em có thể đưa ra những giải pháp lạ, tuy đã biết những giải pháp khác giúp lời giải hợp lý trong các tình huống cụ thể của bài toán. Có được điều này thì HS cần có được một cái nhìn đa dạng, phong phú về vấn đề đó để có thể áp dụng một cách linh hoạt trong từng tình huống cụ thể của bài toán:

b. Mục đích, ý nghĩa

Biện pháp đưa ra nhằm rèn luyện cho HS khả năng nhìn nhận các vấn đề dưới những khía cạnh khác nhau, nhìn nhận những vài trò khác nhau của từng yếu tố trong bài toán một cách nhanh chóng nhằm tìm ra hướng đi mới phù hợp hơn để giải quyết bài toán.

Nhận ra nhanh chóng và cụ thể các khía cạnh khác nhau của bài toán giúp học sinh có cái nhìn tổng quan hơn về vai trò của các yếu tố có sẵn trong bài toán, từ đó phát hiện ra hướng giải quyết bài toán một cách nhanh chóng và phù hợp hơn đồng thời hoàn thiện kỹ năng suy luận trong tư duy cho HS.

c. Ví dụ áp dụng:

Ví dụ 2.5: Lập phương trình tham số của đường thẳng:

a) Đi qua hai điểm $A(1;0;-3), B(3;-1;0)$.

b) Đi qua điểm M(2;3;-5) và song song với đường thẳng Δ có phương trình:

$$\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 3 - 4t \\ z = -5t \end{cases}$$

*) Phân tích

Đây là bài toán củng cố lại kiến thức viết PTĐT nhằm rèn luyện tư duy logic cho HS thông qua việc phân tích các yếu tố có trong bài toán để viết được PTĐT.

*) Lời giải chi tiết

a) Vì đường thẳng đi qua hai điểm A,B nên sẽ nhận vecto $\overrightarrow{AB} = (2;-1;3)$ làm vecto chỉ phương.

Vậy, phương trình tham số của đường thẳng là:

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$$

b) Vì đường thẳng cần tìm đi qua điểm $M = (2;3;-5)$ song song với đường thẳng Δ, nên nhận vecto chỉ phương $\vec{u} = (2;-4;-5)$ của Δ làm vecto chỉ phương.

Vậy, phương trình tham số của đường thẳng là:

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - 4t \\ z = -5 - 5t \end{cases}$$

Sau khi giải xong GV yêu cầu HS nêu các bước tổng quát để viết phương trình tham số của một đường thẳng?

Bước 1: Tìm tọa độ điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ mà đường thẳng đi qua.

Bước 2: Tìm tọa độ một vecto chỉ phương $\vec{u} = (a;b;c)$ của đường thẳng đó.

Bước 3: Viết phương trình tham số của đường thẳng là:

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

Ví dụ 2.6:

Lập phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(-1;2;-3)$, vuông góc với giá của vecto $\vec{a} = (6;-2;-3)$ và cắt đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-3}{-5}$.

*) Phân tích:

Đây là tình huống gợi vấn đề, bởi vì HS chưa có một quy tắc mang tính thuật giải để giải quyết bài toán trên. Tuy nhiên HS đã biết cách xác định các yếu tố để viết phương trình tham số của một đường thẳng. Để giai quyết được bài toán trên ta cần xác định được tọa độ một vecto chỉ phương của đường thẳng.Để xác định VTCP của đường thẳng d ta cần xác định tọa độ một điểm khác A thuộc đường thẳng d. Sau đó đi tìm tọa độ điểm B là giao điểm của d và Δ (gợi ý cho HS cách xác định tọa độ điểm B- nếu cần). HS có thể xác định tọa độ điểm B theo một trong hai cách sau:

Cách 1: Vì điểm B thuộc Δ nên $B(1+3t;-1+2t;3-5t) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2+3t;-3+2t;6-5t)$. Mặt khác, đường thẳng d vuông góc với giá của $\vec{a}$ do đó ta có: $\overrightarrow{AB} \perp \vec{a} \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\vec{a} = 0(*)$. giải (*) tìm được t, từ đó suy ra tọa độ điểm B.

Cách 2: Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d và nhận $\vec{a}$ làm VTPT. Khi đó: điểm B là giao điểm của (P) và đường thẳng Δ hay tọa độ của B là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}(P)\\ \Delta\end{cases}$. Giải hệ trên tìm được t, từ đó suy ra tọa độ điểm B.

HS: Sau khi tìm được tọa độ điểm B, viết PTTS của đường thẳng d đi qua hai điểm A,B.

*) Lời giải chi tiết:

Gọi B là giao điểm của đường thẳng d và đường thẳng Δ. Khi đó: $B(1+3t;-1+2t;3-5t)$.

Cách 1: Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2+3t;-3+2t;6-5t)$

Vì đường thẳng d vuông góc với giá của $\vec{a}$ nên:

$$\overrightarrow{AB} \perp \vec{a} \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\vec{a} = 0$$
$$\Leftrightarrow (2+3t)6 + (-3+2t)(-2) + (6-5t)(-3) = 0$$
$$\Leftrightarrow 29t = 0 \Leftrightarrow t = 0$$
$$\Rightarrow B(1;-1;3)$$

Suy ra, đường thẳng d đi qua $A(-1;2;-3)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (2;-3;6)$ làm VTCP.

Vậy PTTS của đường thẳng d là:

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = -3 + 6t \end{cases}$$

Cách 2: Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với giá của $\vec{a}$.

Khi đó: (P) đi qua $A(-1;2;-3)$ và nhận $\vec{a} = (6;-2;-3)$ làm VTPT.

Phương trình mp (P) là:

$$6(x+1) - 2(y-2) - 3(z+3) = 0 \Leftrightarrow 6x - 2y - 3z + 1 = 0 \ .$$

Vì B thuộc (P) và Δ nên tọa độ của B là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 6x - 2y - 3z + 1 = 0 \\ x = 1 + 3t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 - 5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ x = 1 \\ y = -1 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow B(1;-1;3)$$

Suy ra, đường thẳng d đi qua $A(-1;2;-3)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (2;-3;6)$ làm VTCP.

Vậy PTTS của đường thẳng d là:

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = -3 + 6t \end{cases}$$

Sau khi giải xong bài toán, yêu cầu HS nêu các bước lập PTTS (hoặc chính tắc) của đường thẳng d đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng Δ_1 và cắt đường thẳng Δ_2?

Cách 1: Thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Giả sử B là giao điểm của d và Δ_2. Khi đó tọa độ điểm B thỏa mãn phương trình đường thẳng Δ_2 , từ đó suy ra tọa độ của $\overrightarrow{AB}$.

Xác định tọa độ $\vec{a}$ là một VTCP của đường thẳng Δ_1.

Bước 2: Vì $d \perp \Delta_1$ nên $\overrightarrow{AB} \perp \vec{a} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\vec{a} = 0 \Rightarrow$ tọa độ điểm B.

Bước 3: Lập phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm A,B.

Cách 2: Thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Lập phương trình mp (P) chứa d và vuông góc với Δ_1 (nghĩa là lập phương trình mp (P) đi qua điểm A và nhận $\vec{a}$ là một VTCP của Δ_1 làm VTPT).

Bước 2: Xác định giao điểm B của (P) và Δ_2.

Bước 3: Lập phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm A,B.

Ví dụ 2.7:

Trong không gian cho điểm M (2; -3;1) và mặt phẳng (P) có phương trình: $x + 2y - z = 0$

Hãy tìm điểm đối xứng của điểm M qua mặt phẳng (P)

*)Phân tích:

Bài toán trên học sinh biết điểm M, biết phương trình mặt phẳng (P) cũng có nghĩa là biết véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Để tìm điểm đối xứng với M qua mp(P) học sinh có thể nghĩ tới việc tìm hình chiếu vuông góc H của M trên mp(P). Do H là hình chiếu vuông góc của M trên mp(P) nên H là giao của đường thẳng d đi qua M và d vuông góc vơi mp(P). Đường thẳng d hoàn toàn có thể xác định được vì biết điểm đi qua và nhận VTPT của mp(P) làm VTCP.

*) Lời giải chi tiết:

Mặt phẳng (P) có VTPT là: $\vec{n} = (1;2;-1)$

Gọi d là đường thẳng đi qua M và d vuông góc với mp(P). Suy ra d nhận VTPT của mp(P) làm VTCP: $\vec{u} = \vec{n} = (1;2;-1)$

Suy ra đường thẳng d có phương trình:

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mp(P) thì H là giao điểm của d và mp(P).

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 - t \\ x \_ 2y - z - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow H(3;-1;0)$$

Dễ thất H là trung điểm của M và M' nên tọa độ M' là: $M'(4;1;-1)$

Qua bài tập trên, học sinh đã phân tích, phát hiện, giải quyết bài toán tìm điểm đối xứng qua mặt phẳng thông qua việc tìm hình chiếu của nó trên mặt phẳng. Đến đây trong tư duy học sinh hình thành bài toán mới với cách giải tương tự như: Tìm điểm đối xứng qua đường thẳng.

2.3.2. Nhóm biện pháp: Rèn luyện tư duy biện chứng

2.3.2.1. Biện pháp 1: Rèn luyện tính khách quan của tư duy biện chứng

a. Cơ sở của biện pháp:

Trong phần phương pháp toạ độ, đa số các em HS đều làm theo những thuật toán có sẵn, những cách làm đã biết và được áp dụng rộng khắp cho các bài toán cùng dạng. Tuy nhiên, cũng có rất nhiều bài toán các em khai thác, phân tích bài toán chưa sâu, chưa khách quan dẫn đến hiện tượng hiểu sai yêu cầu của bài toán. Cũng có những bài toán mà ngoài những thuật toán có sẵn ta nhìn nhận nó ở một góc độ khác sẽ dẫn đến một hướng giải mới. Nhiệm vụ của GV là hướng cho HS nhìn nhận bài toán một cách khách quan hơn.

b. Mục đích, ý nghĩa

Rèn luyện cho học sinh thói quen khi xem xét bài toán phải thật khách quan, không được xem xét bài toán một cách chủ quan, tùy tiện, gán ghép cho bài toán những thuộc tính mà nó không có.

Quá trình phân tích các yếu tố của bài toán để đánh giá đúng, khách quan giúp học sinh làm quen và dần hình thành con đường TDBC một cách nhanh nhất.

c. Ví dụ áp dụng

Ví dụ 2.8: Chứng minh hai đường thẳng sau chéo nhau:

$$d:\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 5 + t \end{cases} \quad \text{và} \quad d':\begin{cases} x = 1 + 3t' \\ y = -2 + 2t' \\ z = -1 + 2t' \end{cases}$$

*) Phân tích:

Khi giải bài toán này HS hay bị nhầm điều kiện để hai đường thẳng chéo nhau. HS có thể nhầm là để hai đường thẳng chéo nhau chỉ cần điều kiện để hai vecto chỉ phương tương ứng của hai đường thẳng $\vec{a}$ và $\overrightarrow{a'}$ không cùng phương (tức là d và d’ cắt nhau hoặc chéo nhau), hoặc có em sẽ nhầm là chỉ cần hệ phương trình tọa độ giao điểm của hai đường thẳng vô nghiệm (tức là d và d’ song song hoặc chéo nhau),. GV cần phải chỉ ra cho HS nhận biết rằng muốn chứng minh 2 đường thẳng chéo nhau ta cần đồng thời cả 2 điều kiện trên.

*) Lời giải chi tiết:

Gọi $\vec{a} = (2;3;1)$ và $\overrightarrow{a'} = (3;2;2)$ lần lượt là hai vecto chỉ phương của hai đường thẳng d và d'.

Ta thấy, không tồn tại số k để $\vec{a} = k\overrightarrow{a'}$ nên $\vec{a}$ và $\overrightarrow{a'}$ không cùng phương.Từ đó suy ra d và d' hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} 1+2t = 1+3t' \\ -1+3t = -2+2t' \\ 5+t = -1+2t' \end{cases} \quad (I)$

Từ hai phương trình đầu ta được $t = -\frac{3}{5}, \quad t' = -\frac{2}{5}$, thay vào phương trình cuối không thỏa mãn. Suy ra, hệ (I) vô nghiệm.

Vậy hai đường thẳng d và d' chéo nhau.

Ví dụ 2.9:

Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho điểm A (2; 5;3) và đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$$

Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến P là lớn nhất.

*)Phân tích:

Với bài toán viết phương trình mặt phẳng trong không gian thông thường học sinh sẽ nghĩ ngay từ phương trình tổng quát của mặt phẳng $Ax + By + Cz + D = 0$ dựa vào dự kiện của bài toán để đi tìm A, B, C, D .

Với bài toán này nếu ta phân tích theo hướng:

Gọi M là hình chiếu vuông góc của A trên d

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm

Gọi H là hình chiếu của A trên (P) $\Rightarrow AH \leq AM$

Vậy AH đạt giá trị lớn nhất khi $M \equiv H$ hay (P)là mặt phẳng đi qua M và có VTPT $\overrightarrow{AM}$

Như vậy bài toán đã được giải quyết xong.

*) Lời giải chi tết:

Gọi M là hình chiếu của A trên d , $M \in d$ nên

$M(2t+1;t;2+2t) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (2t-1;t-5;2t-1)$

Ta có : $\vec{u} = (2;1;2)$ là VTCP của đường thẳng d , mà $AM \perp d$ nên

$\overrightarrow{AM} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{u} = 0$

$\Leftrightarrow 2(2t-1)+(t-5)+2(2t-1)=0$

$\Leftrightarrow 9t-9=0 \Leftrightarrow t=1$

Vậy M(3 ;1 ;4). Gọi (P) là mặt phẳng tùy ý chứa d, khi đó $M \in (P)$ kẻ $AH \perp (P)$. Ta có: $AH \leq AM$, AH đạt giá trị lớn nhất khi $H \equiv M$ hay khoảng cách từ A đến mp (P) lớn nhất khi $H \equiv M$.

Mp (P) đi qua M và có VTCP $\overrightarrow{AM} = (1;-4;1)$ có phương trình là:

$(P):(x-3)-4(y-1)+(z-4)=0$

$\Leftrightarrow x-4y+z-3=0.$

Vậy, phương trình mặt phẳng cần tìm là: $x-4y+z-3=0.$

Từ ví dụ trên ta thấy việc phân tích định hướng HS khả năng đánh giá, nhanh chóng phát hiện vấn đề của bài toán từ đó đưa ra lời giải hợp lý nó góp phần rèn luyện TDBC cho HS.

2.3.2.2. Biện pháp 2: Rèn luyện tính toàn diện của tư duy biện chứng:

a. Cơ sở của biện pháp;

Khi giải một bài toán ta thấy có nhiều bài toán có những yếu tố phức tạp, các yếu tố liên quan chặt chẽ với nhau. Vì vậy nhiệm vụ của GV là phải hướng dẫn cho HS cách nhìn nhận, phân tích các yếu tố của đề bài một cách toàn diện , các vấn đề mới có mối liên hệ với yếu tố phải tìm của bài toán từ đó giải quyết bài toán dựa trên những mối liên hệ mới.

b. Mục đích, ý nghĩa:

Biện pháp đưa ra nhằm mục đích rèn luyện cho học sinh xem xét vấn đề một cách toàn diện, theo nhiều phương diện khác nhau, hướng tới sự đầy đủ, toàn vẹn.

c. Ví dụ áp dụng

Ví dụ 2.10:

Viết phương trình đường vuông góc chung của cặp đường thẳng sau đây:

$$d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5};\quad d': \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$$

*) Phân tích:

Với bài toán này học sinh có thể thực hiện theo cách sau để viết được phương trình đường vuông góc chung.

+ Gọi Δ là đường vuông góc chung của d , d ' cho trước và $\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_{d'}}$ lần lượt là VTPT của d , d '; $\vec{u}$ là VTPT của Δ.

khi đó ta có $\vec{u} = \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_{d'}}\right]$

+ Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa Δ và d, thế thì (α) đi qua điểm $M_0 \in d$ và VTPT là $\overrightarrow{n_\alpha} = \left[\overrightarrow{u_d}, \vec{u}\right]$

Viết phương trình mặt phẳng (β) chứa Δ và d', như vậy β đi qua $M'_0 \in d'$

và VTPT là $\overrightarrow{n_\beta} = \left[\overrightarrow{u_{d'}}, \vec{u}\right]$

+ Giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β)là phương trình đường vuông góc chung của d và d’

*) Lời giải chi tiết:

Cách 1:

Ta có: $\overrightarrow{u_d} = (2;3;-5); \overrightarrow{u_{d'}} = (3;-2;-1)$

Khi đó

$$\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_{d'}}\right]=\left(\begin{vmatrix}3 & -5\\ -2 & -1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-5 & 2\\ -1 & 3\end{vmatrix}\begin{vmatrix}2 & 3\\ 3 & -2\end{vmatrix}\right)=\left(-13;-13;-13\right)$$

nên đường vuông góc chung Δ có VTCP là $\vec{u}=(1;1;1)$

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d và Δ thì (α) đi qua $M_0(2;3;-4)$ và có VTPT $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_d},\vec{u}\right]=(8;-7;-1)$

Phương trình mặt phẳng (α) là:

$$8(x-2)-7(y-3)-(z+4)=0 \Leftrightarrow 8x-7y-z+1=0$$

Gọi (β) là mặt phẳng chứa Δ và d', như vậy (β) đi qua $M_0'(-1;4;4)$ và có VTPT là $\overrightarrow{n_\beta}=\left[\overrightarrow{u_{d'}},\vec{u}\right]=(1;4;-5)$

Phương trình mặt phẳng (β) là:

$$(x+1)+4(y-4)-5(z-4)=0 \Leftrightarrow x+4y+5z+5=0$$

Vậy đường vuông góc chung của d và d ' là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β). Nó có phương trình tham số là:

$$\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$$

Tuy nhiên, nếu ta coi Δ là đường vuông góc chung của d và d’ thì lúc này bài toán có cách giải sau:

Cách 2:

Ta thấy nếu Δ là đường vuông góc chung của d và d’ thì $\Delta\perp d$ và $\Delta\cap d=M$

$\Delta\perp d'$ và $\Delta\cap d'=N$. Khi đó điểm $M\in d$ nên tọa độ của M là $M(2+2t;3+3t;-4-5t)$

Điểm $N \in d'$ nên có tọa độ là $N(-1+3t';4-2t';4-t')$. Suy ra:

$\overrightarrow{MN} = (-3+3t'-2t;1-2t'-3t;8-t'+5t)$

MN là đường vuông góc chung của d và d' khi và chỉ khi $\begin{cases} \overrightarrow{MN}.\vec{u} = 0 \\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u'} = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(-3+3t'-2t)+3(1-2t'-3t)-5(8-t'+5t)=0 \\ 3(-3+3t'-2t)-2(1-2t'-3t)-1(8-t'+5t)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t'=1 \\ t=-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(0;0;1), \quad N(2;2;3) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (2;2;2)$$

Chọn $\vec{a} = (1;1;1)$

Vậy đường vuông góc chung của d và d ' là

$$\begin{cases} x = t \\ y = t \qquad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1+t \end{cases}$$

Ví dụ 2.11: Cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng:

$(\alpha): x+y=0$ và $(\alpha'): 2x-y+z-15=0$ và đường thẳng d' có phương trình $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 2+2t \\ z = 3 \end{cases}$

Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

*) Phân tích:

Với bài tập dạng này ta có các cách giải như sau:

Cách 1: Trong hệ gồm hai phương trình của hai mặt phẳng (α) và (α'), ta cho x = 0 thì y = 0 và z = 15. Vậy điểm $M(0;0;15)$ nằm trên d. Lại cho x = 1, y = -1 và z = 12. Vậy điểm $N(1;-1;12)$ nằm trên d. Như vậy d là đường thẳng đi qua M và có vecto chỉ phương $\vec{u}=\overrightarrow{MN}=(1;-1;-3)$.

Đường thẳng d’ đi qua $M'(1;2;3)$ và có VTCP $\overrightarrow{u'}=(-1;2;0)$. Ta có $\overrightarrow{MM'}=(1;2;-12)$. Dễ thấy rằng $\overrightarrow{MM'}=4\vec{u}+3\overrightarrow{u'}$, tức là 3 vecto $\overrightarrow{MM'},\vec{u},\overrightarrow{u'}$ đồng phẳng, ngoài ra hai vecto $\vec{u},\overrightarrow{u'}$ không cùng phương. Từ đó suy ra d và d’ là hai đường thẳng cắt nhau.

Cách 2: Mặt phẳng (α)có VTPT là $\overrightarrow{n_1}=(1;1;0)$, mp (α') có VTPT là $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;-1)$. Do đó vecto chỉ phương của d là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(1;-1;-3)$.

Đường thẳng d’ có vecto chỉ phương là: $\vec{u}=(-1;2;0)$. Ta có: $\left[\vec{u},\overrightarrow{u'}\right]=(6;3;1)\neq\vec{0}$.

Mặt khác, điểm $M_0(0;0;15)\in d,\quad M'_0(1;2;3)\in d'$

$\overrightarrow{M_0M_0'}=(1;2;-12)\Rightarrow\left[\vec{u},\overrightarrow{u'}\right].\overrightarrow{M_0M_0'}=0$.

Vậy, hai đường thẳng d và d’ cắt nhau.

Cách 3: Để tìm tọa độ giao điểm của d và d’, ta giải hệ phương trình sau đây:

$$\begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3 \qquad\qquad ,t\in\mathbb{R} \\ x+y=0 \\ 2x-y+z-15=0 \end{cases}.$$

Bằng cách thay các giá trị của x, y, z ở ba phương trình trên vào 2 phương trình cuối của hệ ta có:

$$\begin{cases} -4t-12=0 \\ t+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow t=-3 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-4 \\ z=3 \end{cases}$$

Vậy hai đường thẳng d và d’ cắt nhau tại điểm $(4;-4;3)$.

Ví dụ 2.12: Trong không gian cho 4 điểm.

$$A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1), D(-2;1;-1).$$

Viết phương trình mặt cầu(S) có tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (BCD).

*) Phân tích:

Đây là một tình huống có vấn đề, yêu cầu HS phải biết sử dụng tính chất của mặt cầu để tìm ra các yếu tố xây dựng bài toán. Mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (BCD) thì bán kính nặt cầu chính là khoảng cách từ tâm A đến mp (BCD).

*) Lời giải chi tiết:

Ta có: $\overrightarrow{BC}=(0;-1;1)$ và $\overrightarrow{BD}=(-2;0;-1)$.

Suy ra (BCD) có vecto pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BD}=(1;-2;-2)$.

Vậy phương trình của mp (BCD) là:

$x-2(y-1)-2z=0$ hay $x-2y-2z+2=0 \quad (1)$.

Vì A là tâm của mặt cầu (S) nên bán kính R của (S) là

$$R=d(A,(BCD))=\frac{|1-2.0-2.0+2|}{\sqrt{1+4+4}}=1.$$

Vậy, phương trình mặt cầu (S) là:

$$(x-1)^2+y^2+z^2=1$$

2.3.2.3. Biện pháp 3: Rèn luyện tính lịch sử của tư duy biện chứng:

a. Cơ sở của biện pháp;

Khi giải một bài toán ta thấy dạng toán nào cũng có gốc rễ, nguồn cội của nó. Vì vậy nhiệm vụ của GV là phải hướng dẫn cho HS cách nhìn nhận, phân tích cái gốc rễ của bài toán, các vấn đề mới có mối liên hệ với yếu tố đã biết của bài toán từ đó giải quyết bài toán dựa trên những mối liên hệ mới.

b. Mục đích, ý nghĩa:

Biện pháp đưa ra nhằm mục đích cần khắc sâu kiến thức về phương trình đường thẳng và phương trình mặt phẳng, phương trình mặt cầu dựa trên cơ sở hình thành và phát triển của nó; đồng thời khi xem xét bài toán phải nhận ra nguồn gốc của nó trong sự phát triển, trong sự tự vận động của nó.

* Ở lớp 6, "đường thẳng" là một khái niệm nguyên thủy không định nghĩa mà chỉ mô tả. Chẳng hạn: mép bàn, sợi chỉ căng thẳng,… cho ta hình ảnh về đường thẳng. Đường thẳng không bị giới hạn về hai phía.

* Đến lớp 8, đường thẳng được mô tả bằng phương trình tuyến tính trong hệ tọa độ Descartes, chẳng hạn: "Đồ thị của hàm số bậc nhất
y = ax + b là một đường thẳng".

* Đến lớp 10, trước khi định nghĩa phương trình đường thẳng, sách giáo khoa bắt đầu bằng việc hình thành định nghĩa vec tơ chỉ phương của đường thẳng. Giáo viên cần phải làm cho học sinh hiểu được rằng: Một đường thẳng có vô số vec tơ chỉ phương và một đường thẳng hoàn toàn được xác định nếu biết một điểm $M_0(x_0;\ y_0)$ và một vec tơ chỉ phương $\vec{u}=\left(u_1;u_2\right)$ của nó. Khi đó đường thẳng là tập hợp các điểm M(x; y) thỏa mãn $\overrightarrow{M_0M}$ cùng phương với vectơ $\vec{u}$.

Định nghĩa phương trình tham số của đường thẳng: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0;\ y_0)$ và nhận $\vec{u}=\left(u_1;u_2\right)$ làm vec tơ chỉ phương. Với mỗi điểm M(x; y) bất kì trong mặt phẳng, ta có $\overrightarrow{M_0M}=(x-x_0;y-y_0)$. Khi đó

$$M \in \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M} \text{ cùng phương với } \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M} = t\vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases}$$

Hệ này chính là phương trình tham số của đường thẳng Δ, với t là tham số.

* Bản chất của phương trình đoạn chắn $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ là đường thẳng đi qua hai điểm trên hai trục tọa độ: A(a; 0), B(0; b).

* Bản chất của phương trình đường tròn (C) có tâm I(a; b) và bán kính R là công thức khoảng cách giữa một điểm M(x; y) bất kì thuộc đường tròn đến điểm I bằng R:

$$M(x;y) \in (C) \Leftrightarrow IM = R$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = R$$
$$\Leftrightarrow (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

Nếu giáo viên làm cho học sinh nắm được bản chất của vấn đề thì học sinh sẽ biết vận dụng kiến thức một cách phù hợp.

* Đến lớp 12:

+) Phương trình tổng quát của mặt phẳng: GV cần làm cho HS hiểu đước rằng một mặt phẳng hoàn toàn được xác định khi biết tọa độ một điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và một vecto pháp tuyến $\vec{n} = (A;B;C)$ của nó. Khi đó mặt phẳng là tập hợp các điểm M (x; y) thỏa mãn:

$$\overrightarrow{M_0M} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \vec{n}.\overrightarrow{M_0M} = 0$$
$$\Leftrightarrow A(x-x_0) + B(y-y_0) + C(z-z_0) = 0$$

+) Phương trình tham số của đường thẳng: cũng tương tự như phương trình tham số của đường thẳng trong mặt phẳng

+) Phương trình mặt cầu: Bản chất vẫn là tập hợp tất cả các điểm M(x;y) cách điều điểm $I(a;b;c)$ một khoảng bằng r, khi đó phương trình là:

$$\left(x-a\right)^2+\left(y-b\right)^2+\left(z-c\right)^2=r^2.$$

c. Ví dụ áp dụng

Ví dụ 2.13: Tìm tọa độ diểm A' đối xứng với điểm A(1;-2;-5) qua

đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1-t\\z=2t\end{cases}$

*) Phân tích:

Với bài này, Muốn tìm hình chiếu H của A trên Δ không nhất thiết phải viết phương trình đường thẳng Δ' qua A và vuông góc với vec tơ chỉ phương của Δ; rồi tìm giao điểm H của Δ và Δ'. Do bản chất phương trình tham số của đường thẳng Δ, tọa độ điểm $H\left(1+2t;-1-t;2t\right)$; tìm H quy về tìm t sao cho vec tơ $\overrightarrow{AH}$ vuông góc với vec tơ chỉ phương của Δ. Vậy ta có:

$\overrightarrow{AH}=\left(2t;1-t;5+2t\right)$.

Đường thẳng Δ có VTCP là: $\vec{a}=\left(2;-1;2\right)$. Khi đó:

$\overrightarrow{AH}\perp\vec{a}\Leftrightarrow\overrightarrow{AH}.\vec{a}=0$

$\Leftrightarrow 2.2t-\left(1-t\right)+2\left(5+2t\right)=0$

$\Leftrightarrow 9t+9=0\Leftrightarrow t=-1$

Suy ra hình chiếu của A lên Δ là $H\left(-1;0;-2\right)$.

Vì A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng Δ nên:

$$\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AH}\Leftrightarrow\begin{cases}x_{A'}-1=2\left(-1-1\right)\\y_{A'}+2=2\left(0+2\right)\\z_{A'}+5=2\left(-2+5\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_{A'}=-3\\y_{A'}=2\\z_{A'}=1\end{cases}$$

Vậy, điểm đối xứng với A qua đường thẳng Δ là A'(-3; 2; 1).

Ví dụ 2.14:

Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD với S(3; 2; 4), B(1; 2; 3), D(3; 0; 3). Lập phương trình đường vuông góc chung của AC và SD.

*) Lời giải chi tiết:

Cách 1: Để lập phương trình đường vuông góc chung của AC và SD , học sinh có thể làm bằng cách sử dụng thuần tuý đại số như sau:

Gọi $I = AC \cap BD \Rightarrow$ I là trung điểm của BD $\Rightarrow I(2;1;3)$

+ Phương trình đường thẳng SD:

Ta có $\overrightarrow{SD} = (0;-2;-1)$

Đường thẳng SD đi qua S có VTCP: $\vec{v} = \overrightarrow{SD} = (0;-2;-1)$

nên có phương trình dạng:

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 - 2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 4 - t \end{cases}$$

+ Phương trình đường thẳng AC:

Vì $AC \perp BD, AC \perp SI \Rightarrow$ AC nhận $\vec{u} = \left[\overrightarrow{SI}, \overrightarrow{BD}\right]$ là VTCP. Ta có:

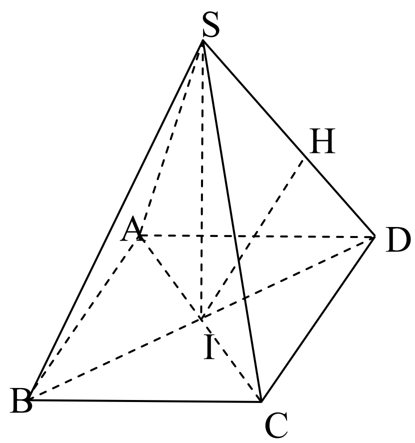
$\overrightarrow{SI} = (-1;-1;-1), \overrightarrow{BD} = (2;-2;0)$

$\Rightarrow \vec{u} = \left[\overrightarrow{SI}, \overrightarrow{BD}\right] = (-2;-2;4)$

hay $\vec{u} = (1;1;-2)$ là VTCP của AC

Phương trình đường thẳng AC có dạng:

$$\begin{cases} x = 2 - t' \\ y = 1 - t' \quad (t' \in \mathbb{R}) \\ z = 3 + 2t' \end{cases}$$



Hình 2.2

Gọi $N \in SD \Rightarrow N = (3; 2 - 2t; 4 - t)$,

$M \in AC \Rightarrow M = (2 - t'; 1 - t'; 3 + 2t')$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(1 + t';1 - 2t + t';1 - t - 2t'\right)$

Để MN là đường vuông góc chung cần tìm thì:

$$\begin{cases} \overrightarrow{MN}.\vec{v} = 0 \\ \overrightarrow{MN}.\vec{u} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2\left(1 - 2t + t'\right) - \left(1 - t - 2t'\right) = 0 \\ \left(1 + t'\right) + \left(1 - 2t + t'\right) - 2\left(1 - t - 2t'\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \dfrac{3}{5} \\ t' = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow N\left(3;\frac{4}{5};\frac{17}{5}\right), M\left(2;1;3\right) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(1;-\frac{1}{5};\frac{2}{5}\right)$$

Vậy phương trình đường vuông góc chung là đường thẳng MN có phương trình:

$$\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \quad \left(t \in \mathbb{R}\right)$$

Như vậy với lối tư duy thông thường học sinh học sinh có thể giải như cách1. Tuy nhiên với cách giải trên việc rèn luyện tư duy cho người học không cao và cách trình bày dài hơn. Nhưng nếu dựa vào tính chất hình học ta có thể có cách giải thứ 2 như sau:

Cách 2: Dựa vào tính chất hình học

Ta có: $SI \perp AC, AC \perp BD \Rightarrow AC \perp (SDI)$

$\Rightarrow AC \perp SD.$

Trong $\triangle SDI$, kẻ $IH \perp SD \Rightarrow AC \perp IH$

nên IH là đường vuông góc chung

của AC và SD

Ta có: Đường thẳng IH đi qua I(2;1;3)

và vuông góc với SD, AC nên IH nhận
vectơ chỉ phương của đường thẳng
SD và AC làm vectơ pháp tuyến.

Vì AC⊥BD và AC⊥SI nên đường thẳng

AC nhận $\overrightarrow{u_{AC}} = \left[\overrightarrow{SI}, \overrightarrow{BD}\right]$ làm VTPT

mà $\overrightarrow{SI} = (-1;-1;-1), \overrightarrow{BD} = (2;-2;0)$

$\Rightarrow \overrightarrow{u_{AC}} = \left[\overrightarrow{SI}, \overrightarrow{BD}\right] = (-2;-2;4)$ hay $\overrightarrow{u_{AC}} = (-1;-1;2)$ là VTCP của AC

Suy ra IH nhận $\Rightarrow \vec{u} = \left[\overrightarrow{SD}, \overrightarrow{u_{AC}}\right] = (5;-1;2)$ làm VTCP.

Vậy phương trình đường thẳng IH hay đường vuông góc chung cần tìm là:

$$\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

2.3.3. Nhóm biện pháp: Kết hợp giữa rèn luyện tư duy logic vàtư duy biện chứng

2.3.3.1. Biện pháp 1: Kết hợp rèn kỹ năng "tổng kết hóa những kết quả đã thu được" với tính toàn diện của học sinh

a. Cơ sở của biện pháp:

Trong khi luyện tập cho HS hoạt động khái quát hóa, không chỉ yêu cầu học sinh đi từ cái riêng đến cái chung (khái quát hóa) mà còn đòi hỏi học sinh đi từ cái chung đến cái riêng (đặc biệt hóa) và làm rõ mối quan hệ chung – riêng. Bên cạnh đó tính toàn diện rèn cho HS biết cách nghiên cứu tất cả các mối quan hệ (bên trong, bên ngoài) của các đối tượng.

b. Mục đích, ý nghĩa

Biện pháp đưa ra nhằm rèn luyện cho học sinh khả năng phân tích các mối quan hệ của bài toán nhằm đưa ra cách giải độc đáo, sáng tạo đối với bài toán đã cho.

Quá trình phân tích các yếu tố của bài toán để tìm ra ý tưởng độc đáo, mới lạ giúp HS làm quen và dần hình thành con đường tư duy một cách sáng tạo.

c. Ví dụ áp dụng

Ví dụ 2.15:

Giải bài toán sau theo phương pháp tổng hợp và phương pháp tọa độ

Cho $ABCD$ và $ABEF$ là hai hình chữ nhật không đồng phẳng có AC và AE là các đường chéo. Biết $AB = a; AD = AF = a\sqrt{2}$. Đường thẳng $AC \perp BF$.

Gọi HK là đường vuông góc chung của AC và BF; $H \in AC$; $K \in BF$.

Gọi $I \in FD$; mặt phẳng (AIC) song song với BF

1) Tính k biết $ID = k.FD$

2) Tính độ dài HK

3) Tìm bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABHK$

Dự kiến kết quả:

Cách1: PP tổng hợp

1. Gọi E' Đối xứng với E qua F khi đó AE' = BF hay AE'FB là hình bình hành

Trong mặt phẳng $(DE'EC)$

có $DF \cap E'C = I \Rightarrow FI // EC; FI = \frac{1}{2}EC \Rightarrow ID = FI$

Do $ID = k.FD \Rightarrow k = \frac{1}{2}$

2. Do $AC \perp BF$ Mặt phẳng qua BF cắt vuông góc AC tại H cần tìm.

H là hình chiếu vuông góc của B xuống AC

Gọi $DA \cap BH = J$ ta có ABJ đồng dạng với ABC

$$\Rightarrow \frac{JA}{AB} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AJ = \frac{AB^2}{BC} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Vậy $JD = JA \Rightarrow$ H là trọng tâm tam giác ABD

$$JB^2 = BA^2 + JA^2 = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow JB = \frac{a\sqrt{6}}{2}; BH = \frac{2}{3}JB = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Do $JF \perp (ABCD) \Rightarrow AC \perp JF \Rightarrow JF \perp AD$

Vậy AFD là tam giác đều $JF = JB = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow$ JFB làtam giác vuông cân tại J

Do $K \in BF$ và HK là đường vuông góc chung của AC và BF.

Nên K là hình chiếu vuông góc của H xuống BF

Tam giác BHK vuông cân tại K

$$KH = \frac{HB}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

3) Gọi bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện ABHK là $r = \frac{3V}{S}$

Với V là thể tích khối tứ diện ABHK ; S là tổng diện tích các mặt của nó.

$$V = \frac{1}{3}AH.S_{BHK} = \frac{1}{3}.\frac{AC}{3}.S_{BHK} = \frac{a\sqrt{3}}{9}(\frac{1}{2}KH^2) = \frac{a^3\sqrt{3}}{54}$$

Do $S_{AHK} = \frac{1}{2}AK.HK = \frac{a^2}{6}; S_{ABK}\ \frac{1}{3}S_{ABF} = \frac{a^2\sqrt{2}}{6}$

$$S_{AHB} = \frac{1}{2}AH.HB = \frac{a^2\sqrt{2}}{6}$$

Vậy $S = \frac{2a^2}{6} + \frac{2a^2\sqrt{2}}{6} = \frac{a^2(1+\sqrt{2})}{3} \Rightarrow r = \frac{a\sqrt{3}}{6(1+\sqrt{2})}$

Cách 2: PP tọa độ

Chọn hệ tọa độ Đề - Các vuông góc trong không gian

$A(0;0;0);\ B(0;0;a);\ D(0;a\sqrt{2};0);\ F(x;y;0) \Rightarrow x^2 + y^2 = FA^2 = 2a^2$

Ta có: $\overrightarrow{AC} = (0;a\sqrt{2}\ ;a);\ \ \overrightarrow{BF} = (x;y;-a)$

$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BF} = (0;a\sqrt{2}\ ;a).(x;y;-a) = 0 \Rightarrow y = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy $x = \dfrac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow F(\dfrac{a\sqrt{6}}{2};\dfrac{a\sqrt{2}}{2};0)$

1) Tìm $DF \cap E'C = I \Rightarrow$ Măt phẳng $(ACI)//BF$

2) $\vec{n}$ vuông góc với $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{CI}$ thì phải vuông góc với $\overrightarrow{BF}$

Đặt $\overrightarrow{DI} = t\overrightarrow{DF} \Rightarrow \overrightarrow{CI} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}(\sqrt{3}t;-t;-\sqrt{2});\ \overrightarrow{AC} = a(0;\sqrt{2};1)$

Ta có vec tơ $\vec{n}$ khác vec tơ không vuông góc với hai vec tơ $\overrightarrow{CI};\ \overrightarrow{AC}$ là

$\vec{n} = (-2+t;\sqrt{3}t;-\sqrt{6}\,t) \Rightarrow \vec{n} \perp \overrightarrow{BF} \Leftrightarrow$

$(-2+t;\sqrt{3}t;-\sqrt{6}\,t)\dfrac{a\sqrt{2}}{2}(\sqrt{3}\,t;1;-\sqrt{2}) = 0$

Khi đó ta có $t = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \overrightarrow{DI} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{DF}$

Vậy I là trung điểm của DF

3) Đặt $\overrightarrow{AH} = u\overrightarrow{AC};\ \overrightarrow{BK} = v\overrightarrow{BF}$

Ta có $\overrightarrow{HK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BK} - \overrightarrow{AH} = (\dfrac{v\sqrt{6}}{2};\dfrac{v\sqrt{2}}{2} - u\sqrt{2};-u+1-v)$

HK là đường vuông góc chung của BF và AC khi và chỉ khi

$$\begin{cases}\overrightarrow{HK}.\overrightarrow{AC} = 0\\ \overrightarrow{HK}.\overrightarrow{BF} = 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}u = \dfrac{1}{3}\\ v = \dfrac{1}{3}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{HA} = \dfrac{a}{3}(0;\sqrt{2};1) \\ \overrightarrow{AK} = \dfrac{a}{6}(\sqrt{6};\sqrt{2};4) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{HK} = \frac{a}{6}(\sqrt{6};-\sqrt{2}-u\sqrt{2};2) \Leftrightarrow \overrightarrow{HK}^2 = \frac{a^2}{3} \Rightarrow \overrightarrow{HK} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

4) Gọi bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABHK$

$$\overrightarrow{AB} = a(0;0\,;1);\ \overrightarrow{AH} = \frac{a}{3}(0;\sqrt{2};1);\overrightarrow{AK} = \frac{a}{6}(\sqrt{6};\sqrt{2};4)$$

$$\overrightarrow{HK} = \frac{a}{6}(\sqrt{6};-\sqrt{2};2)\,;\overrightarrow{BH} = \frac{a}{3}(0;\sqrt{2};-2)$$

$$V = \frac{1}{6}\left|[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AH}]\right|;\ \overrightarrow{AK} = \frac{a^3}{3}\sqrt{3};$$

$$S_{AHK} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AK}\right| = \frac{a^2}{6} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{HK}.\overrightarrow{BH}\right| = S_{BHK}$$

$$S_{ABH} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AH}\right| = \frac{a^2\sqrt{2}}{6} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AK}\right| = S_{ABK}$$

$$\Rightarrow S = \frac{a^2(1+\sqrt{2})}{3};\ r = \frac{3V}{S} = \frac{a\sqrt{3}}{6(1+\sqrt{2})}$$

2.3.3.2. Biện pháp 2: Kết hợp rèn kỹ năng " rút ra hệ quả từ tiên đề cho trước" với tính khách quan của học sinh

a. Cơ sở của biện pháp:

Cần tập duyệt cho HS thói quen dự đoán, mò mẫm, phân tích tổng hợp. Bởi lẽ có dự đoán, có mò mẫm thì HS mới phát hiện được vấn đề, có hướng mới trong cách giải quyết, sau đó dùng phân tích, tổng hợp để chứng minh lại. Nói cách khác học sinh phải biết nắm vững những phương pháp khái quát hóa quy nạp cơ bản (giống nhau, khác biệt vv…) biết cách chứng minh, biết cách bảo vệ chân lý bác bỏ cái sai, có khái niệm về giả thiết và xây dựng giả thiết. Bên cạnh đó tính khách quan giúp HS xem xét sự vật, phải xuất phát từ chính bản thân sự vật. Như vậy chủ thể không được xem xét sự vật một cách chủ quan, tùy tiện, gán ghép cho sự vật những thuộc tính mà nó không có.

b. Mục đích, ý nghĩa

Rèn luyện cho HS tư duy linh hoạt, khả năng phân tích bài toán, giúp HS thấy được trong một bài toán có rất nhiều cách khai thác khác nhau giúp HS có thể nhìn nhận bài toán dưới nhiều cấp độ, nhiều trường hợp, đồng thời phát hiện được phương pháp chung để giải quyết một bài toán, góp phần hoàn thiện khả năng TDLG và TDBC cho HS.

c. Ví dụ áp dụng

Ví dụ 2.16:

Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 có phương trình

$$(d_1):\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}; \quad (d_2):\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 2u - 2 \end{cases} \quad u \in \mathbb{R}$$

Viết phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi d_1 và d_2.

*) Phân tích:

Khi đứng trước bài toán trên, học sinh thường đặt ra câu hỏi để có đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng d_1 và $d_2$thì d_1 và $d_2$phải cắt nhau và học sinh sẽ đi chứng minh được rằng d_1 và d_2cắt nhau. Tuy nhiên, để viết được phương trình đường phân giác của góc tạo bởi d_1 và $d_2$thì trong sách giáo khoa 12 phần phương pháp toạ độ trong không gian lại không đề cập đến. Chính vì vậy để giúp các em giải bài toán này, giáo viên cần dẫn dắt học sinh về dạng toán quen thuộc trong hình học phẳng là tìm đường phân giác của hai đường thẳng cắt nhau. Từ đó định hướng cho cách giải bài này như sau:

- Xác định toạ độ giao điểm I

của d_1 và d_2

Lấy $A \in d_1$ với $A \neq I$

Gọi $B \in d_2$ thỏa mãn AI = BI

=> Xác định được hai điểm B_1 và B_2

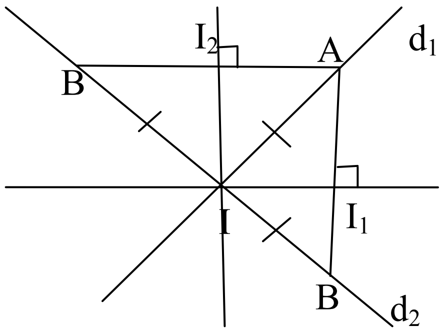
- Với B_1 ta xác định được trung điểm I_1 của AB_1

- Với B_2 xác định được trung điểm I_2 của AB_2

- Ta xác định được 2 đường phân giác của d_1 và d_2 đó là:

+ Đường thứ nhất: đi qua I và I_1

+ Đường thứ hai: đi qua I và I_2



Hình 2.3

*) Lời giải chi tiết:

Xét hệ phương trình tạo bởi đường thẳng d_1 và d_2 ta có:

$$\begin{cases} 1-t=0 \\ 1=1 \\ 0=2u-2 \end{cases} \Leftrightarrow t=u=1$$

Với t = 1 thay vào phương trình của d_1 ta có: *I (0;1;0)*

Nên hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau tại *I*(0;1;0)

Trên d_1 lấy diểm A(2;1;0). Gọi B(0;1;2u-2) $\in d_2$ thỏa mãn điều kiện:

$AI = BI \Leftrightarrow AI^2 = BI^2$

Mà $\overrightarrow{AI} = (-2;0;0) \Leftrightarrow AI = 2; \overrightarrow{BI} = (0;0;2-2u) \Rightarrow BI^2 = (2-2u)^2$

Vậy $\overrightarrow{AI}AI^2 = BI^2 \Leftrightarrow 4 = (2-2u)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=0 \\ u=2 \end{array}\right.$

Nên ta có: $B_1 = (0;1;-2)$ và $B_2 = (0;1;2)$ thỏa mãn:

+Với $B_1 = (0;1;-2)$ gọi I_1 là trung điểm của AB_1 thì $I_1 = (1;1;-1)$

+Với $B_2 = (0;1;2)$ gọi I_1 là trung điểm của AB_2 thì $I_2 = (1;1;1)$

+ Phương trình các đường phân giác của d_1 và d_2 là:

Đường thứ nhất (d) đi qua I và I_1 có dạng:

$$(d): \begin{cases} \text{Qua} \quad I(0;1;0) \\ \text{VTCP}: \overrightarrow{II_1} = (1;0;-1) \end{cases} \Leftrightarrow (d): \begin{cases} x = t \\ y = 1 \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = -t \end{cases}$$

Đường thứ hai (d) đi qua I và I_2 có dạng:

$$(d'): \begin{cases} \text{Qua} \quad I(0;1;0) \\ \text{VTCP}: \overrightarrow{II_2} = (1;0;1) \end{cases} \Leftrightarrow (d'): \begin{cases} x = t \\ y = 1 (t \in \mathbb{R}) \\ z = t \end{cases}$$

Vậy hai đường phân giác của d_1 và d_2 có phương trình

$$(d): \begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = -t \end{cases} \text{ và } (d'): \begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Các bài tập vận dụng:

) Biểu thức tọa độ của tích vô hướng. Tích có hướng của hai vectơ

Bài 1:

Cho A(1;0;1); B(5;3;2); C(0;2;4)

a) Tính góc C của tam giác ABC

b) Tính góc giữa hai đường thẳng AC và BC

Bài 2:

Xét xự đồng phẳng của các vectơ sau:

a) $\vec{a} = (1;-1;1); \vec{b} = (0;1;2); \vec{c} = (4;2;3)$

b) $\vec{a} = (4;3;4); \vec{b} = (2;-1;2); \vec{c} = (1;2;1)$

c) $\vec{a} - (-3;1;2); \vec{b} - (1;1;1); \vec{c} - (-2;2;-1)$

) Phương trình tổng quát của mặt phẳng

Bài 3:

Cho điểm A(2;3;4) Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng tọa độ

Bài 4:

Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm

a) A(1;0;1); B(2;1;2); C(1;-1;1)

b) A(1;0;0); B(0;-4;0); C(0;0;6)

c) A(1;2;3); B(2;-4;3); C(4;5;1)

Bài 5:

a) Viết phương trình mặt phẳng đi qua các điểm là hình chiếu của M(2;-3;4) trên các trục tọa độ

b) Viết phương trình mặt phẳng đi qua các điểm là hình chiếu của M(2;-3;4) trên các mặt phẳng tọa độ

Bài 6:

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(2;4;1), B(–1;1;3) và mặt phẳng (P): x–3y+2z–5=0. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A,B và vuông góc với mặt phẳng (P).

Bài 7:

Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, viết phương trình mặt phẳng (P) qua gốc tọa độ O, vuông góc với mặt phẳng (Q):x+y+z=0 và cách điểm M(1;2;–1) một khoảng bằng $\sqrt{2}$

Bài 8:

Trong không gian toạ độ Oxyz, cho hai mặt phẳng (P):x+y+z−3=0 và (Q): x−y+z−1=0. Viết phương trình mặt phẳng (R) vuông góc với (P) và (Q) sao cho khoảng cách từ O đến (R) bằng $\sqrt{2}$

****) Vị trí tương đối của hai mặt phẳng, chùm mặt phẳng.***

Bài 9:

Xét vị trí tương đối giữa các cặp mặt phẳng sau:

a) $x + 2y - z + 5 = 0$ và $2x + 3y - 7z - 4 = 0$

b) $x - 2y + z + 3 - 0$ và $2x + ay + 2z + b - 0$

Bài 10:

Viết phương trình mặt phẳng trong các trường hợp sau

a) Đi qua điểm M(2; 1; -1) và đi qua giao tuyết của hai mặt phẳng

$x - y + z - 4 = 0$ và $3x - y + z - 1 = 0$

b) Đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $3x - y + z - 2 = 0$ và

$x + 4y - 5 = 0$ đồng thời vuông góc với mặt phẳng $3x - z + 7 = 0$

c) Đi qua A(2; 1; -1) và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng $x - y + z - 4 = 0$ và $3x - y + z - 1 = 0$

****) Phương trình của đường thẳng.***

Bài 11:

Lập phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng

a) Đi qua hai điểm A(2; 3; -1) và B(1; 2; 4)

b) Đi qua M(2; 3; 0) và song song với đường thẳng d:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -t \end{cases}$$

Bài 13:

Lập phương trình mặt phẳng

a) Đi qua điểm A(3; -2; 1) và vuông góc với đường thẳng

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$$

b) Đi qua điểm B(-2; 0; 1) và vuông góc với mặt phẳng

$x + 2y - 2z + 1 = 0$

Bài 14:

a) Lập phương trình tổng quát của đường thẳng: $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -4 + 3t \end{cases}$

b) Lập phương trình tham số của đường thẳng: $\begin{cases} 2x - y + z + 5 = 0 \\ 2x - z + 3 = 0 \end{cases}$

) Vị trí tương đối giữa các đường thẳng

Bài 15:

Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

a) $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-7}{1} = \dfrac{z-3}{4}$ và $d': \dfrac{x-6}{3} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z+2}{1}$

b) $d: \begin{cases} x = t \\ y = -8 - 4t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - y + 2z = 0 \end{cases}$

c) $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 24t \\ z = t \end{cases}$ và $d': \dfrac{x}{-2} = \dfrac{y+5}{3} = \dfrac{z-4}{1}$

Bài 16:

Xét vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng

a) $d: x + 1 = y - 3 = z$ và $(P): 3x - 3y + 2z - 5 = 0$

b) $d: \begin{cases} x = 13 + 8t \\ y = 1 + 2t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$ và $(P): x + 2y - 4z + 1 = 0$

c) $d:\begin{cases}2x+5y+7z+16=0\\2x-y+z-6=0\end{cases}$ và $(P): y+4z+17=0$

Bài 17:

Chứng minh rằng đường thẳng: $d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=3+4t\\z=3t\end{cases}$ song song với mặt phẳng: $(P): 3x-3y+2z-5=0$

Bài 18:

Với k là tham số hãy xét vị trí tương đối giữa mặt phẳng Oyz với đường thẳng $d:\begin{cases}x+y+kz+1=0\\2x+ky+z-1=0\end{cases}$

) *Khoảng cách

Bài 19:

a) Tìm khoảng cách từ M(1; -1; 2) đến mặt phẳng

$(P): x+2y+2z-10=0$

b) Tìm điểm N trên trục Oz sao cho khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$ bằng 1

Bài 20:

Tìm khoảng cách từ điểm đến đường thẳng trong mỗi trường hợp sau:

a) $M(2;3;1)$ và $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{2}$

b) $O(0;0;0)$ và $d:\begin{cases}x=1+t\\y=-1-t\\z=1\end{cases}$

c) $M(2;3;-1)$ và $d:\begin{cases}x+y-2z-1=0\\x+y+z=0\end{cases}$

Bài 21:

a) Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng:

$(\alpha): x+y-z+3=0$ và $(\beta): x-y+z-5=0$

b) Tìm tập hợp các điểm cách mặt phẳng (α) một khoảng bằng $\sqrt{3}$

Bài 22:

a) Tìm trên Oy các điểm cách đều hai mặt phẳng:

$(\alpha): x+y-z+1=0$ và $(\beta): x-y+z-5=0$

b) Tìm tập hợp các điểm cách đều hai mặt phẳng (α) và (β)

Bài 23:

a) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng:

$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{1}$ và $d': \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{5} = \frac{z}{-2}$

b) Lập phương trình đường vuông góc chung của hai đường trên

Bài 24:

Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2-3t \\ y = -2+3t \\ z = 1 \end{cases}$ và $A(2;-2;0)$

a) Tìm điểm $M \in d$ sao cho $AM = \sqrt{3}$

b)Tính khoảng cách từ A đến d

) Góc

Bài 25:

Tính góc tạo bởi các đường thẳng sau:

a) $d: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = t \\ z = 4t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = -t' \\ y = -1+3t' \\ z = 4+2t' \end{cases}$

b) $d:\frac{x}{3}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{4}$ và $d':\begin{cases}x+2y-z=0\\2x+3z-2=0\end{cases}$

c) $d:\begin{cases}2x-y+3z-1=0\\x+y+z=0\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x-3y+z=0\\2x-y+z+1=0\end{cases}$

Bài 26:

a) Tìm góc tạo bởi các trục tọa độ với đường thẳng:

$d:\frac{x+2}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{1}$

b) Lập phương trình đường thẳng qua gốc tọa độ và tạo với các trục tọa độ: Ox, Oy, Oz lần lượt các góc $45^0, 60^0, 30^0$

Bài 27:

Tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:

a) $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+3t\\z=2-t\end{cases}$ và $(P):2x-y+2z-1=0$

b) $x+y-2z+1=0$ và các mặt phẳng tọa độ.

Bài 28:

a) Tính góc giữa hai mặt phẳng: $2x-2y+z+1=0$ và $x+z-4=0$

b) Lập phương trình mặt phẳng chứa trục Oy và tao với mặt phẳng $2x-2y+z+1=0$ một góc 45^0

Bài 29:

a) Tìm điểm đối xứng với điểm M(2; -3; 1) qua mặt phẳng:

$(\alpha):x+3y-z+2=0$

b) Tìm điểm đối xưng với điểm N(2; -1; 1) qua đường thẳng

$d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1-t\\z=2t\end{cases}$

Bài 30:

Lập phương trình mặt phẳng đối xứng với mặt phẳng:

$(\alpha): x+4y-1=0$ qua mặt phẳng $(\beta): x+z=0$

****) Phương trình mặt cầu, tìm tâm và bán kính đường tròn trong không gian.***

Bài 31:

Tìm tâm và bán kính mặt cầu sau:

a) $x^2+y^2+z^2-4x-6y-8z+4=0,$

b) $x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0,$

c) $x^2+y^2+z^2-x+y=0,$

d) $3x^2+3y^2+3z^2+4x-2y+15z-2=0.$

Bài 32:

Lập phương trình mặt cầu:

a) Đi qua O, A(2; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 4)

b) Có Tâm I(-2; 1; 1) và tiếp xúc với mặt phẳng: $x+2y-2z+5=0$

c) Có đường kính là đoạn AB với A(1; 2; 0), B(0; 4; 1)

Bài 33:

a) Tìm tâm và bán kính đường tròn (C)

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2-12x+4y-6z+24=0 \\ 2x+2y+z+1=0 \end{cases}$$

b) Tìm phương trình mặt cầu đi qua đường tròn (C) và có bán kính R=5

Bài 34:

Cho mặt cầu (S): $(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100$

a) Tìm tâm và bán kính đường tròn là giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng: $2x-2y-z+9=0$

b) Lập phương trình mặt phẳng đi qua điểm A(-1; 2; 3), và cắt mặt cầu theo đường tròn có bán kính nhỏ nhất

Bài 35

Với m là tham số xét vị trí tương đối giữa mặt cầu (S) và mặt phẳng (P)

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y + 4z + 5 = 0$

$(P): x + 2y + z + m = 0$

Bài 36:

Cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$ và $d: \begin{cases} x = 1 + at \\ y = 3 - t \\ z = 0 \end{cases}$

a) Khi $a = \frac{1}{2}$ hãy tìm giao điểm của đưởng thẳng d và mặt cầu (S)

b), Tùy theo a hãy xét vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt cầu

Bài 37:

Lập phương trình mặt phẳng đi qua đường thẳng d và tiếp xúc với mặt cầu (S) với:

$d: \begin{cases} 8x - 11y + 8z - 30 = 0 \\ x - y - 2z = 0 \end{cases}$; $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 4z - 15 = 0$

) Bài tập giải bằng phương pháp tọa độ

Bài 38:

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1

a) Chứng minh rằng: $A'C \perp (AB'D')$

b) Chứng minh rằng: giao điểm của đường chéo AC và mp$(AB'D')$ là trọng tâm của tam giác $\Delta AB'D'$

c) Tìm khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(C'BD)$

d) Tìm cosin của góc giữa 2 mặt phẳng $(DA'C)$ và $(ABB'A')$

Bài 39:

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1 các điểm $M \in AD; N \in DB$ sao cho $AM = DN = k$ $(0<k<\sqrt{2})$

a) Tìm k để MN ngắn nhất

b) Chứng minh rằng: $MN // (A'D'BC)$ khi k thay đổi

c) Khi MN ngắn nhất, chứng minh MN là đường vuông góc chung của AD' và DB

Bài 40:

Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại C, biết: CA=a, CB=b, SA=h vuông góc với đáy. Gọi D là trung điểm của cạnh AB

a) Tính góc nhọn giữa các đường thẳng AC và SD

b) Tính khoảng cách giữa AC và SD

Kết luận chương 2.

Chương 2 đã đề xuất một số biện pháp rèn luyện TDLG và TDBC cho HS thông qua dạy học chương “phương pháp tọa độ trong không gian”. Kết quả cho thấy việc sử dụng các bài toán về “phương pháp tọa độ trong không gian” có nhiều cơ hội để thực hiện việc rèn luyện TDLG và TDBC cho học sinh.

Việc rèn luyện TDLG và TDBC cho học sinh trong dạy học chương “phương pháp tọa độ trong không gian” thể hiện ở việc GV hướng dẫn HS biết cách phân tích, nhìn nhận, suy luận một cách logic, xem xét đối tượng Toán học một cách khách quan, dưới các góc độ khác nhau, trong sự mâu thuẫn và thống nhất, trong mối quan hệ biện chứng giữa các đối tượng Toán học.

Qua đó các em vừa biết vận dụng tư duy logic và tư duy biện chứng, vừa học Toán một cách chủ động và sáng tạo hơn.

Chương 3
THỬ NGHIỆM SƯ PHẠM

3.1. Mục đích, tổ chức thử nghiệm sư phạm

3.1.1. Mục đích của thử nghiệm sư phạm

Như chúng tôi đã trình bày trong mục 1.6 chương 1 luận văn này: Ngày 11 tháng 4 năng 2016 chúng tôi đã kiểm tra để đánh giá biểu hiện của TDLG và TDBC của 125 học sinh của ba lớp 12A, 12B, 12C năm học 2015 – 2016, Trường THPT Chiềng Sinh – TP Sơn La, Tỉnh Sơn La.

Kết quả điều tra cho thấy có hơn nửa số học sinh tham gia kiểm tra không làm được gì hoặc làm sai; trong số học sinh đạt yêu cầu chỉ có khoảng một nửa số học sinh đã có một số yếu tố của tư duy logic, tư duy biện chứng, tức là chưa có đến một phần tư số học sinh có biểu hiện của tư duy logic, tư duy biện chứng trong quá trình làm bài.

Giả thuyết về thử nghiệm sư phạm (TNSP) của chúng tôi là: Nếu trong quá trình dạy học, giáo viên chú hơn tới việc rèn luyện tư duy logic, tư duy biện chứng như đã trình bày ở chương 2, thì học sinh sẽ biết vận dụng chúng trong giải toán, thể hiện qua bài kiểm tra.

TNSP để có cơ sở đánh giá phần nào về tính khả thi và tính hiệu quả của các biện pháp dạy học đưa ra trong chương 2.

3.1.2. Tổ chức thử nghiệm sư phạm

Với hai trong ba lớp đã khảo sát qua bài kiểm tra trước TNSP, chúng tôi chọn lớp 12A làm TNSP, lớp 12B làm đối chứng. Hai lớp này có lực học môn Toán tương đương nhau, theo kết quả đánh giá cuối học kí I năm học 2015 – 2016 của trường THPT Chiềng Sinh – TP Sơn La. các tiết TNSP do tác giả luận văn trực tiếp giảng dạy, lớp đối chứng do cô giáo Nguyễn Thị Thùy Linh, Trường THPT Chiềng Sinh – Sơn La, giảng dạy.

Thời gian TNSP: 2 tiết ôn tập, ngày 15/4/2016.

3.2. Nội dung thử nghiệm sư phạm

3.2.1. Chọn nội dung

Theo phân phối chương trình của nhà trường, chương III của Hình học 12 (Phương pháp tọa độ trong không gian) có:

§1. Hệ tọa độ trong không gian	5 tiết
§2. Phương trình mặt phẳng	6 tiết
§3. Phương trình đường thẳng trong không gian	7 tiết
Ôn tập chương	2 tiết

Chúng tôi chọn hai tiết ôn tập chương trong phân phối chương trình nói trên để dạy TNSP.

Lớp TNSP và lớp đối chứng được dạy song song theo lịch giảng dạy của nhà trường.

3.2.2. Giáo án thử nghiệm sư phạm: (Phục lục 2)

3.3. Đánh giá kết quả thử nghiệm sư phạm

3.3.1.Mục đích đánh giá:

Đánh giá khả năng tiếp thu, mức độ nhận thức và khả năng vận dụng vào làm bài tập của học sinh sau khi đã học xong các nội dung bài tập về "Phương pháp tọa độ trong không gian.

Kiểm tra kỹ năng "phân tích – tổng hợp", kỹ năng "so sánh", kỹ năng "khái quát hóa- đặc biệt hóa", kỹ năng "suy luận" logic trong quá trình tư duy của học sinh.

Đo tính khách quan, tính toàn diện, tính lịch sử của tư duy biện chứng

3.3.2. Bài kiểm tra đánh giá

ĐỀ KIỂM TRA

Câu 1.(3 điểm) Trong không gian cho 4 điểm. $A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1), D(-2;1;-1)$.

a) Chứng minh A,B,C,D là bốn đỉnh của một tứ diện

b) Viết phương trình mặt cầu(S) có tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (BCD).

Câu 2.(2 điểm)Lập phương trình tham số của đường thẳng:

Đi qua điểm $M(2;3;-5)$ và song song với đường thẳng Δ có phương trình: $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 3 - 4t \\ z = -5t \end{cases}$

Câu 3.(5 điểm)Viết phương trình đường vuông góc chung của cặp đường thẳng sau đây:

$d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5} \quad d': \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$

***) Những ý định đánh giá của đề kiểm tra**

Bài kiểm tra nhằm đánh giá việc thể hiện một số đặc điểm, yếu tố cơ bản của, tư duy logic và tư duy biện chứng:

** Dụng ý sư phạm*

Câu 1: Nhằm đánh giá khả năng "tổng kết hóa những kết quả đã thu được" và đánh giá tính lịch sử xem học sinh có biết vận dụng những kiến thức đã biết vào giải bài tập hay không

Câu 2 :Nhằm đánh giá kỹ năng rút ra các hệ quả từ những tiền đề cho trước

Câu 3 : Nhằm đánh giá tính toàn diện, xem học sinh có xét đủ yếu tố của đề bài hay không.

Đáp án.

Câu 1. (3 điểm) Trong không gian cho 4 điểm. $A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1), D(-2;1;-1)$.

a) Chứng minh A,B,C,D là bốn đỉnh của một tứ diện

b) Viết phương trình mặt cầu(S) có tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (BCD).

Giải

a) Ta có: $\overrightarrow{BC}=(0;-1;1)$ và $\overrightarrow{BD}=(-2;0;-1)$.

Suy ra (BCD) có vecto pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BD}=(1;-2;-2)$.

Vậy phương trình của mp (BCD) là:

$x-2(y-1)-2z=0$ hay $x-2y-2z+2=0 \quad (1)$.

Cách 1: Thay tọa độ điểm A vào phương trình (1) ta thấy không thỏa mãn, nên A không thuộc mp (BCD). Vậy bốn điểm A,B,C,D là bốn đỉnh của một tứ diện.

Cách 2: Ta có: $d(A,(BCD))=\dfrac{|1-2.0-2.0+2|}{\sqrt{1+4+4}}=1\neq 0$.

Vậy A không thuộc mp (BCD). Vậy bốn điểm A,B,C,D là bốn đỉnh của một tứ diện.

Cách 3: Ta có

$\overrightarrow{AB}=(-1;1;0);\overrightarrow{AC}=(-1;0;1);\overrightarrow{AD}=(-3;1;-1)$

Không tồn tại cặp số thực (m,n) nào để $\overrightarrow{AB}=m\overrightarrow{AC}+n\overrightarrow{AD}$

Vậy $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng. Hay A,B,C,D là bốn đỉnh của một tứ diện

b) Vì A là tâm của mặt cầu (S) nên bán kính R của (S) là

$R=d(A,(BCD))=\dfrac{|1-2.0-2.0+2|}{\sqrt{1+4+4}}=1$.

Vậy, phương trình mặt cầu (S) là:

$(x-1)^2+y^2+z^2=1$

Câu 2.(2 điểm)Lập phương trình tham số của đường thẳng:

Đi qua điểm $M(2;3;-5)$ và song song với đường thẳng Δ có phương trình: $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=3-4t \\ z=-5t \end{cases}$

Giải

Vì đường thẳng cần tìm đi qua điểm $M=(2;3;-5)$ song song với đường thẳng Δ, nên nhận vecto chỉ phương $\vec{u}=(2;-4;-5)$ của Δ làm vecto chỉ phương.

Vậy, phương trình tham số của đường thẳng là:

$$\begin{cases} x=2+2t \\ y=3-4t \\ z=-5-5t \end{cases}$$

Câu 3.(5 điểm)

Viết phương trình đường vuông góc chung của cặp đường thẳng sau đây:

$d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-5};\quad d':\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{-1}$

*) Phân tích:

Với bài toán này học sinh có thể thực hiện theo cách sau để viết được phương trình đường vuông góc chung.

+ Gọi Δ là đường vuông góc chung của d, d' cho trước và $\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_{d'}}$ lần lượt là VTPT của d, d'; $\vec{u}$ là VTPT của Δ.

khi đó ta có $\vec{u}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_{d'}}\right]$

+ Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa Δ và d, thế thì (α) đi qua điểm $M_0\in d$ và VTPT là $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_d},\vec{u}\right]$

Viết phương trình mặt phẳng (β) chứa Δ và d', như vậy (β) đi qua $M'_0 \in d'$

và VTPT là $\overrightarrow{n_\beta} = \left[\overrightarrow{u_{d'}}, \vec{u}\right]$

+ Giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) là phương trình đường vuông góc chung của d và d’

*) Lời giải chi tiết:

Cách 1:

Ta có: $\overrightarrow{u_d} = (2;3;-5); \overrightarrow{u_{d'}} = (3;-2;-1)$

Khi đó

$$\left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_{d'}}\right] = \left(\begin{vmatrix} 3 & -5 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -5 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}\right) = (-13;-13;-13)$$

nên đường vuông góc chung Δ có VTCP là $\vec{u} = (1;1;1)$

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d và Δ thì (α) đi qua $M_0(2;3;-4)$ và có VTPT $\overrightarrow{n_\alpha} = \left[\overrightarrow{u_d}, \vec{u}\right] = (8;-7;-1)$

Phương trình mặt phẳng (α) là:

$$8(x-2) - 7(y-3) - (z+4) = 0 \Leftrightarrow 8x - 7y - z + 1 = 0$$

Gọi (β) là mặt phẳng chứa Δ và d', như vậy (β) đi qua $M_0'(-1;4;4)$ và có VTPT là $\overrightarrow{n_\beta} = \left[\overrightarrow{u_{d'}}, \vec{u}\right] = (1;4;-5)$

Phương trình mặt phẳng (β) là:

$$(x+1) + 4(y-4) - 5(z-4) = 0 \Leftrightarrow x + 4y + 5z + 5 = 0$$

Vậy đường vuông góc chung của d và d ' là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β). Nó có phương trình tham số là:

$$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Tuy nhiên, nếu ta coi Δ là đường vuông góc chung của d và d’ thì lúc này bài toán có cách giải sau:

Cách 2:

Ta thấy nếu Δ là đường vuông góc chung của d và d’ thì $\Delta \perp d$ và $\Delta \cap d = M$

$\Delta \perp d'$và $\Delta \cap d' = N$. Khi đó điểm $M \in d$ nên tọa độ của M là $M(2+2t;3+3t;-4-5t)$

Điểm $N \in d'$ nên có tọa độ là $N(-1+3t';4-2t';4-t')$. Suy ra:

$\overrightarrow{MN} = (-3+3t'-2t;1-2t'-3t;8-t'+5t)$

MN là đường vuông góc chung của d và d’ khi và chỉ khi $\begin{cases} \overrightarrow{MN}.\vec{u} = 0 \\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u'} = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(-3+3t'-2t)+3(1-2t'-3t)-5(8-t'+5t)=0 \\ 3(-3+3t'-2t)-2(1-2t'-3t)-1(8-t'+5t)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t'=1 \\ t=-1 \end{cases} \Rightarrow M(0;0;1), \quad N(2;2;3) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (2;2;2)$$

Chọn $\vec{a} = (1;1;1)$ .Vậy đường vuông góc chung của d và d ' là

$$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

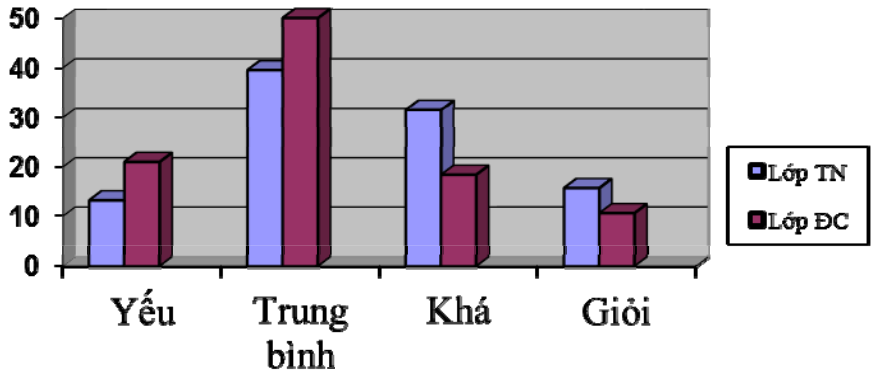
3.3.3. Phân tích kết quả thử nghiệm

Bài kiểm tra trên được thực hiện ở hai lớp 12A, 12B trường THPT Chiềng Sinh, thu được kết quả ở hai lớp theo tỉ lệ phần trăm như sau:

Điểm yếu là từ 3,5 đến dưới 5   Điểm trung bình là từ 5 đến dưới 6.5

Điểm khá là từ 6.5 đến dưới 8   Điểm giỏi là từ 8 đến 10

Điểm / Lớp	Yếu	Trung bình	Khá	Giỏi	Số bài
12A(lớp thử nghiệm)	13.2	39.5	31.6	15.7	38
12B(lớp đối chứng)	21	50	18.4	10.6	38



3.3.4. Kết luận của thực nghiệm sư phạm

- Lớp 12A có 86,8% học sinh đạt điểm từ trung bình trở lên, trong đó 47,3% đạt điểm khá, giỏi.

- Lớp 12B có 79% đạt điểm trung bình trở lên, trong đó 29% đạt điểm khá giỏi.

* Phân tích nguyên nhân: Do được giáo viên hướng dẫn rèn luyện về tư duy logic và tư duy biện chứng nên bài kiểm tra của học sinh lớp 12A thể hiện tính đúng đắn, đầy đủ, linh hoạt và sáng tạo hơn lớp 12B. Nhiều học sinh của lớp 12B không thể hiện được tính khách quan khi làm bài 1, gán cho sự vật hiện tượng những thuộc tính không phải của nó . Trong khi đó nhiều học

sinh lớp 12A lại không mắc vào những sai lầm như trên, bài làm tương đối đầy đủ.

Kết luận chương 3

Chương này trình bày kết quả thực nghiệm sư phạm lớp 12A trường THPT Chiềng Sinh – TP Sơn La. Kết quả thực nghiệm sư phạm bước đầu đã kiểm chứng được tính khả thi, tính hiệu quả của các biện pháp rèn luyện tư duy logic và tư duy biện chứng thông qua ôn tập chương “ Phương pháp tọa độ trong không gian”, giúp học sinh có cái nhìn khách quan về sự vật, khi xem xét sự vật cần xem xét trong mối liên hệ, trong sự vận động, phát triển của đối tượng.

KẾT LUẬN

Luận văn đã thu được những kết quả chính sau đây:

1) Trình bày cơ sở lí luận về rèn luyện tư duy logic và tư duy biện chứng cho học sinh trong dạy học môn Toán cụ thể là dạy học về ôn tập chương “ phương pháp tọa độ trong không gian” ở trường THPT, có ví dụ minh họa

2) Điều tra khảo sát thực trạng dạy học tại một trường THPT tỉnh Sơn La cho thấy cần phải quan tâm hơn nữa việc rèn luyện tư duy logic và tư duy biện chứng cho học sinh

3) Vận dụng và đề xuất được một số biện pháp rèn luyện tư duy logic và tư duy biện chứng cho học sinh trong dạy học chương “ phương pháp tọa độ trong không gian”

4) Kết quả thực nghiệm sư phạm tại một trường THPT ở Tỉnh Sơn La bước đầu cho thấy tính khả thi và hiệu quả của đề tài nghiên cứu.

DANH MỤC TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Bộ giáo dục và đào tạo (2006), Hình học 10, NXB Giáo dục.

[2] Bộ giáo dục và đào tạo (2006), Bài tập Hình học 10, NXB Giáo dục.

[3] Bộ giáo dục và đào tạo (2006), Hình học 10 nâng cao, NXB Giáo dục.

[4] Bộ giáo dục và đào tạo (2006), Bài tập Hình học 10 nâng cao, NXB Giáo dục

[5] Nguyễn Quang Điển, Huỳnh Bá Lân, Phạm Đình Nghiệm (2003), C.Mác, Ph.Ăng ghen, V.I. Lê nin về những vấn đề triết học, NXB Đại học Quốc gia thành phố Hồ Chí Minh.

[6] Trần Văn Hạo (chủ biên, 2010), Các chuyên đề hình học giải tích, NXB Giáo dục Việt Nam.

[7] Nguyễn Thanh Hưng (2010), Rèn luyện và phát triển tư duy biện chứng khi dạy học môn hình học ở trường phổ thông, NXB Giáo dục Việt Nam

[8] Nguyễn Bá Kim (1996), Phương pháp dạy học môn Toán, NXB ĐHSP Hà Nội

[9] Nguyễn Bá Kim (2004), Phương pháp dạy học môn Toán, NXB ĐHSP Hà Nội

[10] Nguyễn Văn Lộc (1995), Tư duy và hoạt động Toán học, ĐHSP Vinh

[11] Bùi Văn Nghị (2009), Phương pháp dạy học những nội dung cụ thể môn Toán, NXB ĐHSP Hà Nội.

[12] Bùi Văn Nghị (chủ biên, 2010), Hướng dẫn ôn luyện thi đại học, cao đẳng môn Toán, NXB ĐHSP Hà Nội.

[13] Bùi Văn Nghị (chủ biên, 2010), Dạy học theo chuẩn kiến thức kĩ năng môn Toán lớp 10, NXB ĐHSP Hà Nội.

[14] Đặng Đình Phương (2013), Luận văn thạc sĩ khoa học giáo dục

[15] Hoàng Phê (1998), Từ điển tiếng Việt, NXB Khoa học Xã hội

[16] G.Polia (1997), Sáng tạo Toán học, NXB Giáo dục.

[17] Đề thi tuyển sinh Đại học cao đẳng
[18] Tôn Thân (1995), Đổi mới phương pháp dạy học môn Toán ở trường THCS theo hướng phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh, NXB Thông tin Khoa học giáo dục
[19] Tôn Thân (1998), Xây dựng hệ thống câu hỏi và bài tập nhằm bồi dưỡng một số yếu tố của tư duy sáng tạo cho học sinh khá và giỏi ở trường THCS Việt Nam, Luận án Phó tiến sĩ Khoa học Sư phạm – Tâm lí.
[20] Từ điển bách khoa toàn thư tập 4
[21] Nguyễn Cảnh Toàn (1997), Phương pháp luận duy vật biện chứng với việc dạy học, nghiên cứu Toán học, Tập 1, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.
[22] Nguyễn Cảnh Toàn (1997), Phương pháp luận duy vật biện chứng với việc dạy học, nghiên cứu Toán học, Tập 2, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.
[23] Chu Cẩm Thơ (2014), Phát triển tư duy thông qua dạy học môn toán ở trường Phổ thông, NXB Đại học Sư phạm

PHỤC LỤC

PHỤC LỤC 1: MẪU PHIẾU ĐIỀU TRA GV VÀ HS

PHIẾU ĐIỀU TRA GV VÀ HS

(Lấy ý kiến về mức độ khó của chủ đề ‘‘ Phương pháp tọa độ trong không gian”, hiểu biết về tư duy logic và tư duy biện chứng và mức độ quan tâm tới việc rèn luyện tư duy logic và tư duy biện chứng cho học sinh)

Xin Thầy/ Cô tích dấu x vào nội dung mà Thầy/ Cô cho là đúng

Câu 1: Thầy/ Cô thấy nội dung phương trình ‘‘ Phương pháp tọa độ trong không gian”, (hình học 12) là chủ đề khó đối với học sinh?

1) Dễ ☐

2) Bình thường ☐

3) Khó ☐

Câu 2: Nội dung ‘‘ Phương pháp tọa độ trong không gian” trong các đề thi tuyển sinh Đại học và Cao đẳng có gây khó khăn cho học sinh?

1) Có ☐

2) Không ☐

Câu 3: Thầy/ Cô đã tìm hiểu về tư duy logic và các kỹ năng của tư duy logic chưa?

1) Đã tìm hiểu ☐

2) Chưa tìm hiểu ☐

Câu 4: Thầy/ Cô đã tìm hiểu về tư duy biện chứng và các đặc trưng của tư duy biện chứng chưa?

1) Đã tìm hiểu ☐

2) Chưa tìm hiểu ☐

Câu 5: Nếu đã tìm hiểu về tư duy logic thì mức độ hiểu biết về tư duy logic của Thầy/ Cô ở mức nào?

1) Chưa hiểu ☐

2) Chưa hiểu đầy đủ ☐

3) Hiểu ☐

Câu 6: Nếu đã tìm hiểu về tư duy biện chứng thì mức độ hiểu biết về tư duy biện chứng của Thầy/ Cô ở mức nào?

1) Chưa hiểu ☐

2) Chưa hiểu đầy đủ ☐

3) Hiểu ☐

Câu 7: Theo Thầy/ Cô thì việc rèn luyện tư duy logic và tư duy biện chứng cho học sinh trong quá trình dạy học Toán có quan trọng không?

1) Quan trọng ☐

2) Không quan trọng ☐

Câu 8: Trong quá trình dạy học, Thầy/ Cô có chú trọng tới việc rèn luyện tư duy logic và tư duy biện chứng cho học sinh hay không?

1) Ít khi ☐

2) Thỉnh thoảng ☐

3) Thường xuyên ☐

Xin chân thành cảm ơn các Thầy Cô.

PHIẾU ĐIỀU TRA HỌC SINH

Nội dung điều tra

(Em vui lòng trả lời các câu hỏi sau bằng cách đánh dấu x vào ô vuông tương ứng)

Câu 1: Em đã từng nghe các thầy (cô) giảng bài theo phương pháp rèn luyện tư duy logic và tư duy biện chứng chưa?

1) Được nghe nhiều ☐
2) Thỉnh thoảng ☐
3) Chưa nghe bao giờ ☐

Câu 2: Cảm nhận của em khi được học theo phương pháp rèn luyện tư duy logic và tư duy biện chứng?

1) Rất thích ☐
2) Bình thường ☐
3) Không thích ☐

Câu 3: Em nhận thấy học theo phương pháp rèn luyện tư duy logic và tư duy biện chứng có hiệu quả không?

1) Rất hiệu quả ☐
2) Có hiệu quả ☐
3) Kém hiệu quả ☐

Câu 4: Cảm nhận của em khi học nội dung “Phương pháp tọa độ trong không gian” qua phương pháp dạy học này?

1) Rất hiểu bài ☐
2) Bình thường ☐
3) Không hiểu bài ☐

Câu 5: Em có muốn được học theo phương pháp rèn luyện tư duy logic và tư duy biện chứng thường xuyên không?

1) Rất muốn ☐

2) Thỉnh thoảng (tùy theo từng bài học) ☐

3) Hiểu ☐

PHỤC LỤC 2: MỘT SỐ GIÁO ÁN DẠY THỰC NGHIỆM

Giáo án 1 : Tiết 39

ÔN TẬP CHƯƠNG III

I. MỤC TIÊU BÀI HỌC

1.Về kiến thức

- Học sinh nắm vững hệ tọa độ trong không gian, tọa độ của véc tơ, của điểm, phép toán về véc tơ.

- Viết được phương trình mặt cầu, phương trình đường thẳng và vị trí tương đối của chúng.

- Tính được các khoảng cách: giữa hai điểm, từ một điểm đến mặt phẳng.

2. Về kỹ năng

- Rèn luyện kỹ năng làm toán trên véc tơ.

- Luyện viết phương trình mặt cầu, phương trình mặt phẳng, phương trình đường thẳng.

- Phối hợp các kiến thức cơ bản, các kỹ năng cơ bản để giải các bài toán mang tính tổng hợp bằng phương pháp tọa độ.

- Rèn kỹ năng phân tích – tổng hợp, so sánh, khái quát hóa – đặc biệt hóa,…

3. Về tư duy và thái độ

- Rèn luyện tư duy lôgíc, tính khách quan, tính toàn diện,tính lịch sử của tư duy biện chứng

- Rèn khả năng quan sát sự liên hệ giữa song song và vuông góc

II. CHUẨN BỊ

1. Chuẩn bị của Giáo viên:

- Giáo án, phiếu học tập, bảng phụ, máy tính, máy chiếu,…

- Phiếu học tập :

+ **Phiếu số 1** : Trong không gian Oxyz đã chọn :

Câu hỏi 1 : Nêu biểu thức tọa độ của các phép toán vecto ?

Câu hói 2 : Nêu biểu thức tọa độ của tích vô hướng ?

Câu hỏi 3 : Nêu công thức tính độ dài vecto ?

Câu hỏi 4 : Nêu công thức tính khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A;y_A;z_A), B(x_B;y_B;z_B)$?

Câu hỏi 5 :Nêu công thức tính góc giữa hai vecto $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3), \vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$?

Câu hói 6 : Nêu các dạng của phương trình mặt cầu ?

Câu hỏi 7 : Nêu cách tìm VTPT của mặt phẳng ?

Câu hỏi 8 : Nêu cách viết phương trình tổng quát của mặt phẳng

Câu hỏi 9 : nêu cách viết phương trình tham số, phương trình chính tắc của đường thẳng ?

+ **Phiếu số 2 :**

Câu hỏi 1 : Cho bốn điểm $A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1), D(-2;1;-1)$

a) Chứng minh A,B,C,D là bốn đỉnh của một tứ diện.

b) Tìm góc giữa hai đường thẳng AB và CD.

c) Tính độ dài đường cao của hình chóp A.BCD

Câu hỏi 2 : Lập phương trình tham số của đường thẳng:

a) Đi qua hai điểm $A(1;0;-3), B(3;-1;0)$.

b) Đi qua điểm $M(2;3;-5)$ và song song với đường thẳng Δ có phương trình: $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=3-4t \\ z=-5t \end{cases}$

Câu hỏi 3 :

Cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100$ và $mp(\alpha)$ có phương trình $2x-2y-z+9=0$. Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C). Hãy xác định tọa độ tâm và tính bán kính của đường tròn (C).

2. Chuẩn bị của học sinh:

- Đồ dùng học tập, sách, bút, vở,….
- Giải bài tập ôn chương, các kiến thức cơ bản trong chương.
- Chuẩn bị các câu hỏi trong phiếu số 1

III. TIẾN TRÌNH BÀI HỌC

1. Kiểm tra bài cũ: Kết hợp trong nội dung bài giảng

2. Bài mới: (Giải quyết những câu hỏi của phiếu số 2)

Hoạt động 1(20'): Hoạt động nhằm rèn luyện "Kĩ năng tổng kết hóa những kết quả đã thu được" của tư duy logic

Bài tập 1:(Bài 1- SGK- 91, Ôn tập chương III)

Cho bốn điểm $A(1;0;0),B(0;1;0),C(0;0;1),D(-2;1;-1)$

a) Chứng minh A,B,C,D là bốn đỉnh của một tứ diện.

b) Tìm góc giữa hai đường thẳng AB và CD.

c) Tính độ dài đường cao của hình chóp A.BCD

HĐ của học sinh	HĐ của giáo viên	Nội dung ghi bảng
Gợi ý cho HS phát hiện vấn đề - Nếu A,B,C,D là	Vận dụng những kiến thức đã học, sử dụng kỹ năng khái quát hóa, đặc biệt hóa để giải quyết bài toán. - A,B,C,D không	a) Ta có: $\overrightarrow{BC}=(0;-1;1)$ và $\overrightarrow{BD}=(-2;0;-1)$. Suy ra (BCD) có vecto pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BD}=(1;-2;-2)$. Vậy phương trình của mp (BCD) là: $x-2(y-1)-2z=0$

4 đỉnh của một tứ diện thì A,B,C,D có đồng phẳng không? - Có mấy cách để CM: A , B, C, D không đồng phẳng? -Áp dụng công thức nào để tìm góc giữa hai đường thẳng AB và CD? -Tính độ dài đường cao của hình chop A.BCD ta làm thế nào? - Khoảng cách từ A đến(BCD) được tính như thế nào? -Gọi 2 học sinh lên bảng giải bài tập 1a; 1b và 1c -Quan sát, hướng	đồng phẳng -Có 3 cách +) Cách 1:Viết phương trình mp (BCD) và CM: $A \notin (BCD)$. +) Cách 2: Chứng minh rằng $d(A,(BCD)) \neq 0$ +) Cách 3: CM: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng $\cos(AB,CD) = \frac{\lvert\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{C}}{AB.C}$ - Ta tính $d(A,(BCD))$ -Lên bảng trình bày bài toán. -Lớp theo dõi; nhận xét, nêu ý kiến khác. -Trả lời câu hỏi và	hay $x - 2y - 2z + 2 = 0 \quad (1)$. *Cách 1*: Thay tọa độ điểm A vào phương trình (1) ta thấy không thỏa mãn, nên A không thuộc mp (BCD). Vậy bốn điểm A,B,C,D là bốn đỉnh của một tứ diện. *Cách 2*: Ta có $d(A,(BCD))$ $= \frac{\lvert 1 - 2.0 - 2.0 + 2 \rvert}{\sqrt{1+4+4}}$. $= 1 \neq 0$ Vậy A không thuộc mp (BCD). Vậy bốn điểm A,B,C,D là bốn đỉnh của một tứ diện. *Cách 3:* Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;1;0)$ $\overrightarrow{AC} = (-1;0;1)$ $\overrightarrow{AD} = (-3;1;-1)$ Không tồn tại cặp số thực (m,n) nào để $\overrightarrow{AB} = m\overrightarrow{AC} + n\overrightarrow{AD}$ Vậy $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng Hay A,B,C,D là bốn đỉnh của một tứ diện b) Ta có:

dẫn, nhận xét , đánh giá và cho kết quả chính xác	áp dụng vào bài tập 1c.	$\overrightarrow{AB}=(-1;1;0)$; $\overrightarrow{CD}=(-2;1;-2)$ $\Rightarrow \cos(AB,CD)=\dfrac{\left\lvert \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right\rvert}{AB.CD}$ $=\dfrac{(-1)(-2)+1.1+0.(-2)}{\sqrt{1+1+0}.\sqrt{4+1+4}}$ $=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ Vậy $(AB,CD)=45^0$. c) Gọi H là hình chiếu của A trên mp (BCD), khi đó AH là đường cao của hình chóp A.BCD $AH=d(A,(BCD))$ $=\dfrac{\lvert 1-2.0-2.0+2\rvert}{\sqrt{1+4+4}}$ $=1\neq 0$ $\Rightarrow \cos(AB,CD)=\dfrac{\left\lvert \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right\rvert}{AB.CD}$ $=\dfrac{(-1)(-2)+1.1+0.(-2)}{\sqrt{1+1+0}.\sqrt{4+1+4}}$ $=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ Vậy $(AB,CD)=45^0$. c) Gọi H là hình chiếu của A trên mp (BCD), khi đó AH là đường cao của hình chóp A.BCD

		$AH = d\left(A,\left(BCD\right)\right)$ $= \dfrac{\left\|1 - 2.0 - 2.0 + 2\right\|}{\sqrt{1+4+4}}$ $= 1 \ne 0$

Hoạt động 2: Rèn kĩ năng "rút ra các hệ quả từ những tiền đề cho trước" của tư duy logic **Bài tập 2(15')**(Bài 4- SGK- 92, Ôn tập chương III) Lập phương trình tham số của đường thẳng: c) Đi qua hai điểm $A\left(1;0;-3\right), B\left(3;-1;0\right)$. d) Đi qua điểm $M\left(2;3;-5\right)$ và song song với đường thẳng Δ có phương trình: $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 3 - 4t \\ z = -5t \end{cases}$

- Bài toán yêu cầu gì? - Các yếu tố để viết phương trình tham số của đường thẳng? - Để giai quyết được bài toán trên ta cần xác định yếu tố nào? -Xây dựng chương trình giải ? - Đường thẳng đã cho đi qua hai điểm	-Viết phương trình tham số của đường thẳng. -Tọa độ một điểm và tọa độ một vecto chỉ phương của nó. -Cần xác định tọa độ một vecto chỉ phương của đường thẳng. - Vecto $\overrightarrow{AB}$ (Hoặc	a) Vì đường thẳng đi qua hai điểm A,B nên sẽ nhận vecto $\overrightarrow{AB} = \left(2;-1;3\right)$ làm vecto chỉ phương. Vậy, phương trình tham số của đường thẳng là: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$ b) Vì đường thẳng cần tìm đi qua điểm $M = \left(2;3;-5\right)$ song song với đường thẳng Δ,

A,B. Làm thế nào để xác định tọa độ một vecto chỉ phương của nó -Đường thẳng đã cho song song với đường thẳng Δ. Làm thế nào để xác định được tọa độ của vecto chỉ phương của nó:	$\overrightarrow{BA}$) là một vecto chỉ phương của nó. -vecto chỉ phương của Δ chính là vecto chỉ phương của nó.	nên nhận vecto chỉ phương $\vec{u}=(2;-4;-5)$ của Δ làm vecto chỉ phương. Vậy, phương trình tham số của đường thẳng là: $\begin{cases} x=2+2t \\ y=3-4t \\ z=-5-5t \end{cases}$

Hoạt động 3(10') : Rèn kỹ năng ‘‘ phân chia những trường hợp riêng biệt rồi hợp chúng lại”của tư duy logic

Bài tập 3 : (Bài 5- SGK- 92, Ôn tập chương III)

Cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100$ và mp(α) có phương trình $2x-2y-z+9=0$. Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C). Hãy xác định tọa độ tâm và tính bán kính của đường tròn (C).

- Xác định tọa độ tâm và bán kính mặt cầu (S) ? - mp (α) cắt (S) theo một đường tròn (C) thì tâm	- I(3;-2;1) và có bán kính r = 10 - Tâm J của (C) chính là hình chiếu vuông góc của I trên mp	Mặt cầu (S) có tâm I(3;-2;1) và có bán kính r = 10. Ta có: $d(I,(\alpha))=6<10$, suy ra mp (α) cắt (S) theo một đường tròn (C). Tâm J của (C) chính là hình chiếu vuông góc của I trên mp (α).

của (C) được xác định như thế nào? - Làm thế nào để xác định tọa độ tâm J? - Gọi một HS lên bảng trình bày lời giải. - Quan sát, hướng dẫn, nhận xét rút kinh nghiệm và đưa ra kết quả chính xác	(α). - Tìm tọa độ giao điểm J của đường thẳng đi qua I và vuông góc với Δ - Một học sinh được lên bảng. - Lớp theo dõi; nhận xét, nêu ý kiến khác	Đường thẳng Δ đi qua I và vuông góc với (α) nên Δ có phương trình là: $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ Δ cắt (α) tại $J(3+2t;-2-2t;1-t)$. Vì $J \in (\alpha)$ nên ta có: $2(3+2t)-2(-2-2t)-(1-t)+9=0$ $\Leftrightarrow 9t+18=0 \Leftrightarrow t=-2$ Vậy ta được $J(-1;2;3)$. Bán kính r’ của (C) là $r' = \sqrt{r^2 - d^2(I,(\alpha))}$. $= \sqrt{100-36} = 8$

3.Củng cố (1’)

- Thành thạo kỹ năng viết phương trình đường thẳng, mặt phẳng, mặt cầu, xác định toạ độ của véc tơ và một số bài toán liên quan cơ bản.

4. Hướng dẫn HS học và làm bài tập về nhà (4’)

Hướng dẫn HS làm BT số 3: Bài tập 3 tương tự như bài tập 1:

a) Sau khi viết phương trình mp (BCD), ta thay tọa độ điểm A vào phương trình mp (BCD) thấy không thỏa mãn, suy ra ABCD là một tứ diện.

b) $AH = d(A,(BCD))$

c) mp (α) chứa AB và song song với CD nên

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(3;-6;3),\overrightarrow{CD}=(1;2;1)$. Vì (α)chứa AB và song song với CD nên (α) nhận $\vec{n}=\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{CD}=(-12;0;12)$ làm vecto pháp tuyến. Khi đó, phương trình mp (α) là: $x-z+5=0$

*) NHẬN XÉT, RÚT KINH NGHIỆM

+) Về thời gian:……………………………………………………

+) Về kiến thức, kĩ năng:………………………………………

+) Về phương pháp:…………………………………………….

Giáo án 2 : Tiết 40

ÔN TẬP CHƯƠNG III

I. MỤC TIÊU BÀI HỌC

1.Về kiến thức

- Học sinh nắm vững hệ tọa độ trong không gian, tọa độ của véc tơ, của điểm, phép toán về véc tơ.

- Viết được phương trình mặt cầu, phương trình đường thẳng và vị trí tương đối của chúng.

- Tính được các khoảng cách: giữa hai điểm, từ một điểm đến mặt phẳng.

2. Về kỹ năng

- Rèn luyện kỹ năng làm toán trên véc tơ.

- Luyện viết phương trình mặt cầu, phương trình mặt phẳng, phương trình đường thẳng.

- Phối hợp các kiến thức cơ bản, các kỹ năng cơ bản để giải các bài toán mang tính tổng hợp bằng phương pháp tọa độ.

- Rèn kỹ năng phân tích – tổng hợp, so sánh, khái quát hóa – đặc biệt hóa,…

3. Về tư duy và thái độ

- Rèn luyện tư duy lôgíc, tính khách quan, tính toàn diện,tính lịch sử của tư duy biện chứng

- Rèn khả năng quan sát sự liên hệ giữa song song và vuông góc

II. CHUẨN BỊ

1. Chuẩn bị của Giáo viên:

- Giáo án, phiếu học tập, bảng phụ, máy tính, máy chiếu,…

- Phiếu học tập :

Câu hỏi 1: Nêu cách tính khoảng cách từ một điểm đến một MP?

Câu hỏi 2: Nêu cách xác định vị trí tương đối giữa hai đường thẳng?

Câu hỏi 3: Nêu cách tìm giao điểm của đường thẳng và MP?

Câu hỏi 4: Nêu cách xét vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng?

Câu hỏi 5: Nêu cách xét vị trí tương đối của đường thẳng và mặt cầu?

Câu hỏi 6: Nêu cách xét vị trí tương đối của MP và mặt cầu?

Câu hỏi 7: Nêu cách chứng minh hai đường thẳng chéo nhau và cách tìm khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau?

+ Phiếu số 2:

Câu hỏi 1: Chứng minh hai đường thẳng sau chéo nhau:

$$d:\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 5 + t \end{cases} \quad \text{và} \quad d':\begin{cases} x = 1 + 3t' \\ y = -2 + 2t' \\ z = -1 + 2t' \end{cases}$$

Câu hỏi 2: Viết phương trình đường vuông góc chung giữa hai đường thẳng sau đây:

$$d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5} \qquad d': \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$$

Câu hỏi 3: Trong không gian cho điểm M (2; -3;1) và mặt phẳng (P) có phương trình: $x + 2y - z - 1 = 0$

Hãy tìm điểm đối xứng của điểm M qua mặt phẳng (P)

2. Chuẩn bị của học sinh:

- Đồ dùng học tập, sách, bút, vở,….
- Giải bài tập ôn chương, các kiến thức cơ bản trong chương.
- Chuẩn bị các câu hỏi trong phiếu số 1

III. TIẾN TRÌNH BÀI HỌC

1. Kiểm tra bài cũ: Kết hợp trong nội dung bài giảng

2. Bài mới: (Giải quyết những câu hỏi của phiếu số 2)

Hoạt động 1(10'):Rèn luyện tính khách quan của tư duy biện chứng

Bài tập1: Chứng minh hai đường thẳng sau chéo nhau:

$$d:\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 5 + t \end{cases} \text{ và } d':\begin{cases} x = 1 + 3t' \\ y = -2 + 2t' \\ z = -1 + 2t' \end{cases}$$

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*	*Nội dung*
Khi giải bài toán này HS hay bị nhầm điều kiện để hai đường thẳng chéo nhau. HS có thể nhầm là để hai đường thẳng chéo nhau chỉ cần điều kiện để hai vecto chỉ phương tương ứng của hai đường thẳng $\vec{a}$ và $\vec{a'}$ không cùng phương (tức là d và d' cắt nhau hoặc chéo nhau), hoặc có em sẽ nhầm là chỉ cần hệ phương trình tọa độ giao điểm của hai đường thẳng vô nghiệm (tức là d và d' song song hoặc chéo	- nhận biết rằng muốn chứng minh 2 đường thẳng chéo nhau ta cần đồng thời cả 2 điều kiện: +) hai vecto chỉ phương tương ứng của hai đường thẳng $\vec{a}$ và $\vec{a'}$ không cùng phương +) Hệ phương trình tọa độ giao điểm của hai đường thẳng vô nghiệm	Gọi $\vec{a} = (2;3;1)$ và $\vec{a'} = (3;2;2)$ lần lượt là hai vecto chỉ phương của hai đường thẳng d và d'. Ta thấy, không tồn tại số k để $\vec{a} = k\vec{a'}$ nên $\vec{a}$ và $\vec{a'}$ không cùng phương.Từ đó suy ra d và d' hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau. Xét hệ phương trình $\begin{cases} 1 + 2t = 1 + 3t' \\ -1 + 3t = -2 + 2t' \\ 5 + t = -1 + 2t' \end{cases} \quad (I)$ Từ hai phương trình đầu ta được $t = -\frac{3}{5}, \quad t' = -\frac{2}{5}$ thay vào phương trình cuối không thỏa mãn. Suy ra, hệ (I) vô nghiệm.

nhau),. GV cần phải chỉ ra cho HS nhận biết rằng muốn chứng minh 2 đường thẳng chéo nhau ta cần đồng thời cả 2 điều kiện trên.		Vậy hai đường thẳng d và d’ chéo nhau.

Hoạt động 2(15’): Rèn luyện tính toàn diện của tư duy biện chứng.

Bài tập 2: Viết phương trình đường vuông góc chung của cặp đường thẳng sau đây:

$$d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5} \qquad d': \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$$

Với bài toán này làm thế nào để viết được phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng? Hướng dẫn HS nhận dạng bài toán và định hướng 2 cách làm. Chia lớp thành 4 nhóm, nhóm 1,	- có thể thực hiện theo 2 cách sau: + Gọi Δ là đường vuông góc chung của d , d ' cho trước và $\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_{d'}}$, lần lượt là VTPT của d , d '; $\vec{u}$ là VTPT của Δ. khi đó ta có $\vec{u} = [\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_{d'}}]$; + Viết phương	Cách 1: Ta có: $\overrightarrow{u_d} = (2;3;-5); \overrightarrow{u_{d'}} = (3;-2;-1)$ Khi đó $\left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_{d'}}\right] = \left(\begin{vmatrix} 3 & -5 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -5 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} \right)$ $= (-13;-13;-13)$ nên đường vuông góc chung Δ có VTCP là $\vec{u} = (1;1;1)$ Gọi (α) là mặt phẳng chứa d và Δ thì (α) đi qua $M_0(2;3;-4)$ và có VTPT $\overrightarrow{n_\alpha} = \left[\overrightarrow{u_d}, \vec{u}\right] = (8;-7;-1)$

2 giải bài toán theo cách 1, nhóm 3,4 giải bài toán theo cách 2. Quan sát HS hoạt động, hướng dẫn HS Gọi đại diện 2 nhóm lên trình bày lời giải Nhận xét, kết luận và đưa ra kết quả đúng.	trình mặt phẳng (∝) chứa Δ và d, thế thì (∝) đi qua điểm $M_0 \in d$ và VTPT là $\overrightarrow{n_\propto} = [\overrightarrow{u_d}, \vec{u}]$. Viết phương trình mặt phẳng (β) chứa Δ và d', như vậy β đi qua $M'_0 \in d'$ và VTPT là $\overrightarrow{n_\beta} = [\overrightarrow{u_{d'}}, \vec{u}]$ + Giao tuyến của hai mặt phẳng (∝) và (β) là phương trình đường vuông góc	Phương trình mặt phẳng (α) là: $8(x-2)-7(y-3)-(z+4)=0$ $\Leftrightarrow 8x-7y-z+1=0$ Gọi (β) là mặt phẳng chứa Δ và d', như vậy (β) đi qua $M_0'(-1;4;4)$ và có VTPT là $\overrightarrow{n_\beta} = \left[\overrightarrow{u_{d'}}, \vec{u}\right] = (1;4;-5)$ Phương trình mặt phẳng (β) là: $(x+1)+4(y-4)-5(z-4)=$ $\Leftrightarrow x+4y+5z+5=0$ Vậy đường vuông góc chung của d và d ' là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β). Nó có phương trình tham số là: $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ Tuy nhiên, nếu ta coi Δ là đường vuông góc chung của d và d’ thì lúc này bài toán có cách giải sau: Cách 2: Ta thấy nếu Δ là đường vuông góc chung của d và d’ thì

	chung của d và d’	$\Delta \perp d$ và $\Delta \cap d = M$ $\Delta \perp d'$ và $\Delta \cap d' = N$. Khi đó điểm $M \in d$ nên tọa độ của M là $M\left(2+2t;3+3t;-4-5t\right)$ Điểm $N \in d'$ nên có tọa độ là $N\left(-1+3t';4-2t';4-t'\right)$. Suy ra: $\overrightarrow{MN} = \left(-3+3t'-2t;1-2t'-3t;8-t\right.$ MN là đường vuông góc chung của d và d’ khi và chỉ khi $\begin{cases} \overrightarrow{MN}.\vec{u} = 0 \\ \overrightarrow{MN}.\vec{u}' = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} t' = 1 \\ t = -1 \end{cases}$ $\Rightarrow M\left(0;0;1\right), \quad N\left(2;2;3\right) \Rightarrow$ Chọn $\vec{a} = \left(1;1;1\right)$ Vậy đường vuông góc chung của d và d ' là $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1+t \end{cases} \quad \left(t \in \mathbb{R}\right)$

Hoạt động 3(10’): Rèn kỹ năng “rút ra các hệ quả từ những tiền đề cho trước” của tư duy logic

Bài tập 3: (Bài tập 10 –SGK – 93, Ôn tập chương III)

Trong không gian cho điểm M (2; -3;1) và mặt phẳng (P) có phương trình: $x + 2y - z - 1 = 0$

Hãy tìm điểm đối xứng của điểm M qua mặt phẳng (P)

*) Phân tích: Bài toán trên học sinh biết điểm M, biết phương trình mặt phẳng (P) cũng có nghĩa là biết véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Để tìm điểm đối xứng với M qua mp(P) học sinh có thể nghĩ tới việc tìm hình chiếu vuông góc H của M trên mp(P). Do H là hình chiếu vuông góc của M trên mp(P) nên H là giao của đường thẳng d đi qua M và d vuông góc vơi mp(P). Đường thẳng d hoàn toàn có thể xác định được vì biết điểm đi qua và nhận VTPT của mp(P) làm VTCP

- Muốn tìm điểm M' đối xứng với điểm M qua mp (α) ta làm thế nào? - Làm thế nào để tìm tọa độ điểm H? - Gọi một HS lên trình bày lời giải. - Quan sát và hướng dẫn HS trên bảng và	- Ta tìm hình chiếu H của M trên mp (α). - Sau đó tìm tọa độ điểm M' sao cho H là trung điểm của MM' - Gọi d đường thẳng đi qua M và vuông góc với mp (α). H là giao điểm của d với mp (α). Tìm tọa độ giao điểm của d với mp (α)chính là tọa độ điểm H. - Một HS lên bảng, dựa vào gợi ý của GV	Mặt phẳng (P) có VTPT là: $\vec{n} = (1;2;-1)$ Gọi d là đường thẳng đi qua M và d vuông góc với mp(P). Suy ra d nhận VTPT của mp(P) làm VTCP: $\vec{u} = \vec{n} = (1;2;-1)$ Suy ra đường thẳng d có phương trình: $\{y = -3 + 2t \ (t \in R)$ Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mp(P) thì H là giao điểm của d và mp(P).

dưới lớp làm bài, hướng dẫn, nhận xét rút kinh nghiệm và đưa ra kết quả chính xác	để trình bày lời giải bài toán	$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 - t \\ x + 2y - z - 1 = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow H(3;-1;0)$ Dễ thất H là trung điểm của M và M' nên tọa độ M' là: $M' = (4;1;-1)$

Hoạt động 4(7'): Rèn luyện tính lịch sử của tư duy biện chứng thông qua việc hướng dẫn HS tự học ở nhà:

Bài tập 4: (Hướng dẫn HS làm bài ở nhà)

Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD với S(3; 2; 4), B(1; 2; 3), D(3; 0; 3). Lập phương trình đường vuông góc chung của AC và SD.

Lời giải chi tiết:

Cách 1: Để lập phương trình đường vuông góc chung của AC và SD , học sinh có thể làm bằng cách sử dụng thuần tuý đại số như sau:

Gọi $I = AC \cap BD \Rightarrow$ I là trung điểm của BD $\Rightarrow I(2;1;3)$

+ Phương trình đường thẳng SD:

Ta có $\overrightarrow{SD} = (0;-2;-1)$

Đường thẳng SD đi qua S có VTCP: $\vec{v} = \overrightarrow{SD} = (0;-2;-1)$

nên có phương trình dạng:

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 - 2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 4 - t \end{cases}$$

+ Phương trình đường thẳng AC:

Vì $AC \perp BD, AC \perp SI \Rightarrow$ AC nhận $\vec{u} = \left[\overrightarrow{SI}, \overrightarrow{BD}\right]$ là VTCP. Ta có:

$\overrightarrow{SI} = (-1;-1;-1), \overrightarrow{BD} = (2;-2;0)$

$\Rightarrow \vec{u} = \left[\overrightarrow{SI}, \overrightarrow{BD}\right] = (-2;-2;4)$ hay $\vec{u} = (1;1;-2)$ là VTCP của AC

Phương trình đường thẳng AC có dạng:

$$\begin{cases} x = 2 - t' \\ y = 1 - t' \\ z = 3 + 2t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R})$$

Gọi $N \in SD \Rightarrow N = (3; 2-2t; 4-t)$,

$M \in AC \Rightarrow M = (2-t'; 1-t'; 3+2t')$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (1+t'; 1-2t+t'; 1-t-2t')$

Để MN là đường vuông góc chung cần tìm thì:

$$\begin{cases} \overrightarrow{MN}.\vec{v} = 0 \\ \overrightarrow{MN}.\vec{u} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2(1-2t+t') - (1-t-2t') = 0 \\ (1+t') + (1-2t+t') - 2(1-t-2t') = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \dfrac{3}{5} \\ t' = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow N\left(3; \frac{4}{5}; \frac{17}{5}\right), M(2;1;3) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(1; -\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right)$$

Vậy phương trình đường vuông góc chung là đường thẳng MN có phương trình:

$$\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Như vậy với lối tư duy thông thường học sinh học sinh có thể giải như cách1. Tuy nhiên với cách giải trên việc rèn luyện tư duy cho người học không cao và cách trình bày dài hơn. Nhưng nếu dựa vào tính chất hình học ta có thể có cách giải thứ 2 như sau:

Cách 2: Dựa vào tính chất hình học

Ta có: $SI \perp AC, AC \perp BD \Rightarrow AC \perp (SDI)$

$\Rightarrow AC \perp SD$.

Trong $\triangle SDI$, kẻ $IH \perp SD \Rightarrow AC \perp IH$

nên IH là đường vuông góc chung

của AC và SD

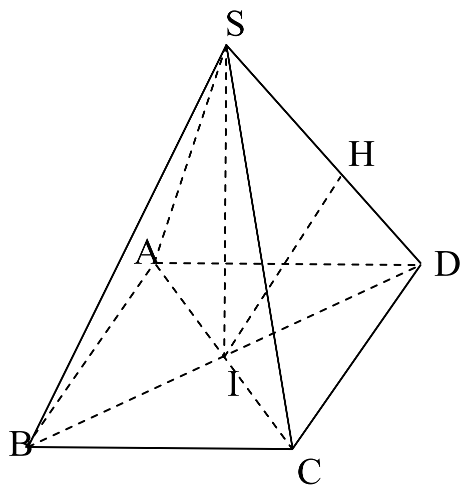
Ta có: Đường thẳng IH đi qua I(2;1;3)

và vuông góc với SD, AC nên IH nhận

vectơ chỉ phương của đường thẳng

SD và AClàm vectơ pháp tuyến.

Vì $AC \perp BD$ và $AC \perp SI$ nên đường thẳng



Hình 2.2

AC nhận $\overrightarrow{u_{AC}} = \left[\overrightarrow{SI}, \overrightarrow{BD}\right]$ làm VTPT

mà $\overrightarrow{SI} = (-1;-1;-1), \overrightarrow{BD} = (2;-2;0)$

$\Rightarrow \overrightarrow{u_{AC}} = \left[\overrightarrow{SI}, \overrightarrow{BD}\right] = (-2;-2;4)$

hay $\overrightarrow{u_{AC}} = (-1;-1;2)$ là VTCP của AC

Suy ra IH nhận $\Rightarrow \vec{u} = \left[\overrightarrow{SD}, \overrightarrow{u_{AC}}\right] = (5;-1;2)$ làm VTCP.

Vậy phương trình đường thẳng IH hay đường vuông góc chung cần tìm là:

$$\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

3. Củng cố toàn bài:(3')

- Các yếu tố cần thiết để lập phương trình: đường thẳng, mặt phẳng, mặt cầu.

-Cách xác định điểm đối xứng của M qua mp (α) , qua đường thẳng∆

4. Hướng dẫn HS học và làm bài tập về nhà:

Hoàn thành bài tập 8; 11; 12.SGK

*) NHẬN XÉT, RÚT KINH NGHIỆM

+) Về thời gian:……………………………………………

+) Về kiến thức, kĩ năng:…………………………………

+) Về phương pháp:………………………………………